

INTERACCIÓN FLUIDO ESTRUCTURA EMPLEANDO UNA FORMULACIÓN LAGRANGIANA-EULERIANA ARBITRARIA

Luciano Garelli

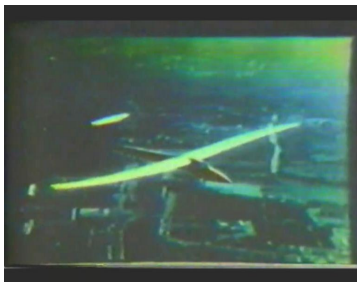
INTEC (CONICET - UNL) - FICH (UNL)
Centro Internacional de Métodos Computacionales en Ingeniería
(CIMEC)

Director: Mario A. Storti
Co-Director: Rodrigo R. Paz

19 de Diciembre de 2011
Santa Fe, Argentina.

INTERACCIÓN FLUIDO ESTRUCTURA

- Es un fenómeno en el cual una estructura móvil o deformable interactúa con el fluido que lo rodea.
- Estudios detallados sobre este fenómeno son frecuentes en diversas ramas de la ingeniería. El objetivo es detectar la intensidad y la estabilidad de la interacción.



(a)



(b)

FIGURA: (a) NASA Langley Research Center. (b) NASA SSME.

Ensayo Experimentales:

- Construir un modelo, generalmente a escala, que reproduzca la dinámica estructural del modelo real (masa, rigidez, etc.).
- Reproducir en el túnel de viento las condiciones a las cuales estará expuesta la estructura (Reynolds, turbulencia, etc.).
- Instalar elementos de medición para capturar los datos del ensayo, tanto del fluido como de la estructura.

Simulación Numérica:

- Definir las ecuaciones que gobiernan la dinámica del fluido y de la estructura.
- Realizar la discretización mediante el uso de métodos numéricos.
- Acoplar las ecuaciones de gobierno.
- Abordar la resolución numérica de los sistemas discretos obtenidos.

Ensayo Experimentales:

- Construir un modelo, generalmente a escala, que reproduzca la dinámica estructural del modelo real (masa, rigidez, etc.).
- Reproducir en el túnel de viento las condiciones a las cuales estará expuesta la estructura (Reynolds, turbulencia, etc.).
- Instalar elementos de medición para capturar los datos del ensayo, tanto del fluido como de la estructura.

Simulación Numérica:

- Definir las ecuaciones que gobiernan la dinámica del fluido y de la estructura.
- Realizar la discretización mediante el uso de métodos numéricos.
- Acoplar las ecuaciones de gobierno.
- Abordar la resolución numérica de los sistemas discretos obtenidos.

Ensayo Experimentales:

- Construir un modelo, generalmente a escala, que reproduzca la dinámica estructural del modelo real (masa, rigidez, etc.).
- Reproducir en el túnel de viento las condiciones a las cuales estará expuesta la estructura (Reynolds, turbulencia, etc.).
- Instalar elementos de medición para capturar los datos del ensayo, tanto del fluido como de la estructura.

Simulación Numérica:

- Definir las ecuaciones que gobiernan la dinámica del fluido y de la estructura.
- Realizar la discretización mediante el uso de métodos numéricos.
- Acoplar las ecuaciones de gobierno.
- Abordar la resolución numérica de los sistemas discretos obtenidos.

Ensayo Experimentales:

- Construir un modelo, generalmente a escala, que reproduzca la dinámica estructural del modelo real (masa, rigidez, etc.).
- Reproducir en el túnel de viento las condiciones a las cuales estará expuesta la estructura (Reynolds, turbulencia, etc.).
- Instalar elementos de medición para capturar los datos del ensayo, tanto del fluido como de la estructura.

Simulación Numérica:

- Definir las ecuaciones que gobiernan la dinámica del fluido y de la estructura.
- Realizar la discretización mediante el uso de métodos numéricos.
- Acoplar las ecuaciones de gobierno.
- Abordar la resolución numérica de los sistemas discretos obtenidos.

Ensayo Experimentales:

- Construir un modelo, generalmente a escala, que reproduzca la dinámica estructural del modelo real (masa, rigidez, etc.).
- Reproducir en el túnel de viento las condiciones a las cuales estará expuesta la estructura (Reynolds, turbulencia, etc.).
- Instalar elementos de medición para capturar los datos del ensayo, tanto del fluido como de la estructura.

Simulación Numérica:

- Definir las ecuaciones que gobiernan la dinámica del fluido y de la estructura.
- Realizar la discretización mediante el uso de métodos numéricos.
- Acoplar las ecuaciones de gobierno.
- Abordar la resolución numérica de los sistemas discretos obtenidos.

Ensayo Experimentales:

- Construir un modelo, generalmente a escala, que reproduzca la dinámica estructural del modelo real (masa, rigidez, etc.).
- Reproducir en el túnel de viento las condiciones a las cuales estará expuesta la estructura (Reynolds, turbulencia, etc.).
- Instalar elementos de medición para capturar los datos del ensayo, tanto del fluido como de la estructura.

Simulación Numérica:

- Definir las ecuaciones que gobiernan la dinámica del fluido y de la estructura.
- Realizar la discretización mediante el uso de métodos numéricos.
- Acoplar las ecuaciones de gobierno.
- Abordar la resolución numérica de los sistemas discretos obtenidos.

Ensayo Experimentales:

- Construir un modelo, generalmente a escala, que reproduzca la dinámica estructural del modelo real (masa, rigidez, etc.).
- Reproducir en el túnel de viento las condiciones a las cuales estará expuesta la estructura (Reynolds, turbulencia, etc.).
- Instalar elementos de medición para capturar los datos del ensayo, tanto del fluido como de la estructura.

Simulación Numérica:

- Definir las ecuaciones que gobiernan la dinámica del fluido y de la estructura.
- Realizar la discretización mediante el uso de métodos numéricos.
- Acoplar las ecuaciones de gobierno.
- Abordar la resolución numérica de los sistemas discretos obtenidos.

Ensayo Experimentales:

- Construir un modelo, generalmente a escala, que reproduzca la dinámica estructural del modelo real (masa, rigidez, etc.).
- Reproducir en el túnel de viento las condiciones a las cuales estará expuesta la estructura (Reynolds, turbulencia, etc.).
- Instalar elementos de medición para capturar los datos del ensayo, tanto del fluido como de la estructura.

Simulación Numérica:

- Definir las ecuaciones que gobiernan la dinámica del fluido y de la estructura.
- Realizar la discretización mediante el uso de métodos numéricos.
- Acoplar las ecuaciones de gobierno.
- Abordar la resolución numérica de los sistemas discretos obtenidos.

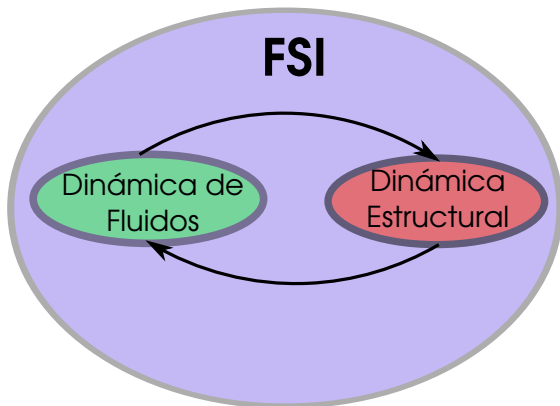
ESTADO DEL ARTE

Las publicaciones en el área indican un persistente interés en la resolución de problemas de FSI.

REFERENCIAS:

- Michler, C. *et al.* A monolithic approach to fluid-structure interaction. *Computers & Fluids*. **2004** **33**(5-6):839–848
- Idelsohn, S.R. *et al.* Fluid-structure interaction problems with strong added-mass effect. *IJNME* **2009** **80**(10):1261–1294
- Tezduyar, T.E. *et al.* Sequentially-Coupled Arterial Fluid-Structure Interaction (SCAFSI) technique, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* **2009** **198**(45-46):3524–3533
- Degroote, J. *et al.* Performance of partitioned procedures in fluid structure interaction. *Computers & Structures*. **2010** **88**(7-8):446–457
- Jaiman, R. *et al.* Transient fluid-structure interaction with non-matching spatial and temporal discretizations. *Computers & Fluids* **2011** **50**(1):120–135.

PROBLEMA DE MULTIFÍSICA:



FSI EMPLEADO
UNA
FORMULACIÓN
ALE

LUCIANO
GARELLI

INTRODUCCIÓN

ECUACIONES DE
GOBIERNO

MARCO DE
REFERENCIA
ALE

DISCRETIZACIÓN

ACOPLAMIENTO

LEY DE
CONSERVACIÓN
GEOMÉTRICA

SIMULACIONES
NUMÉRICAS

EXTENSIÓN A
FLUJO
INCOMPRESIBLES

CONCLUSIONES

Ecuaciones de gobierno.

FLUIDO:

Ec. de Navier-Stokes para flujos viscosos y compresibles:

$$\begin{array}{cccc}
 \mathbf{U} & \overline{\overline{\mathcal{F}^c}}(\mathbf{U}) & \overline{\overline{\mathcal{F}^d}}(\mathbf{U}) & \mathbf{Q} \\
 \\
 \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho \mathbf{u} \\ \rho e \end{bmatrix} + \nabla \cdot \left[\begin{array}{c} \begin{bmatrix} \rho \mathbf{u} \\ \rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + p \bar{\mathbf{I}} \\ \rho \mathbf{u} H \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\tau} \\ \bar{\tau} \cdot \mathbf{u} - \kappa \nabla T \end{bmatrix} \end{array} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho \mathbf{f} \\ \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{u} \end{bmatrix}
 \end{array}$$

FLUIDO:

Ec. de Navier-Stokes para flujos viscosos y compresibles:

$$\begin{array}{cccc}
 \mathbf{U} & \overline{\overline{\mathcal{F}^c(\mathbf{U})}} & \overline{\overline{\mathcal{F}^d(\mathbf{U})}} & \mathbf{Q} \\
 \\
 \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho \mathbf{u} \\ \rho e \end{bmatrix} + \nabla \cdot \left[\begin{array}{c} \begin{bmatrix} \rho \mathbf{u} \\ \rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + p \bar{\mathbf{I}} \\ \rho \mathbf{u} H \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\tau} \\ \bar{\tau} \cdot \mathbf{u} - \kappa \nabla T \end{bmatrix} \end{array} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho \mathbf{f} \\ \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{u} \end{bmatrix}
 \end{array}$$

FLUIDO:

Ec. de Navier-Stokes para flujos viscosos y compresibles:

$$\begin{array}{cccc}
 \mathbf{U} & \overline{\overline{\mathcal{F}^c(\mathbf{U})}} & \overline{\overline{\mathcal{F}^d(\mathbf{U})}} & \mathbf{Q} \\
 \\
 \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho \mathbf{u} \\ \rho e \end{bmatrix} + \nabla \cdot \left[\begin{array}{c} \begin{bmatrix} \rho \mathbf{u} \\ \rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + p \bar{\mathbf{I}} \\ \rho \mathbf{u} H \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\tau} \\ \bar{\tau} \cdot \mathbf{u} - \kappa \nabla T \end{bmatrix} \right] & = & \begin{bmatrix} 0 \\ \rho \mathbf{f} \\ \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{u} \end{bmatrix}
 \end{array}$$

FLUIDO:

Ec. de Navier-Stokes para flujos viscosos y compresibles:

$$\begin{array}{cccc}
 \mathbf{U} & \overline{\overline{\mathcal{F}^c(\mathbf{U})}} & \overline{\overline{\mathcal{F}^d(\mathbf{U})}} & \mathbf{Q} \\
 \\
 \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho \mathbf{u} \\ \rho e \end{bmatrix} + \nabla \cdot \left[\begin{array}{c} \begin{bmatrix} \rho \mathbf{u} \\ \rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + p \bar{\mathbf{I}} \\ \rho u H \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\tau} \\ \bar{\tau} \cdot \mathbf{u} - \kappa \nabla T \end{bmatrix} \end{array} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho \mathbf{f} \\ \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{u} \end{bmatrix}
 \end{array}$$

FLUIDO:

Ec. de estado para gases politrópicos:

$$\rho = (\gamma - 1)[\rho e - \frac{1}{2}\rho\|\mathbf{u}\|^2],$$

$$T = C_v[e - \frac{1}{2}\rho\|\mathbf{u}\|^2],$$

Asumiendo fluidos del tipo Newtonianos

$$\tau_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) + \lambda(\nabla \cdot \mathbf{u})\delta_{ij},$$

El tensor de deformaciones :

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right).$$

FLUIDO:

Ec. de estado para gases politrópicos:

$$p = (\gamma - 1)\left[\rho e - \frac{1}{2}\rho\|\mathbf{u}\|^2\right],$$

$$T = C_v\left[e - \frac{1}{2}\rho\|\mathbf{u}\|^2\right],$$

Asumiendo fluidos del tipo Newtonianos

$$\tau_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) + \lambda(\nabla \cdot \mathbf{u})\delta_{ij},$$

El tensor de deformaciones :

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right).$$

FLUIDO:

Ec. de estado para gases politrópicos:

$$p = (\gamma - 1)\left[\rho e - \frac{1}{2}\rho\|\mathbf{u}\|^2\right],$$

$$T = C_v\left[e - \frac{1}{2}\rho\|\mathbf{u}\|^2\right],$$

Asumiendo fluidos del tipo Newtonianos

$$\tau_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) + \lambda(\nabla \cdot \mathbf{u})\delta_{ij},$$

El tensor de deformaciones :

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right).$$

ESTRUCTURA:

Conservación de momento lineal:

$$\rho_s \frac{d^2 \mathbf{z}}{dt^2} - \nabla \cdot \left(\overbrace{J \bar{\sigma}_s \bar{F}^{-T}}^{\bar{P}} \right) = \rho_s \mathbf{b} \quad \text{en } \Omega_s^0$$

Ec. constitutiva para un material elástico lineal isotrópico:

$$\bar{F}^{-1} \bar{P} = \bar{S} = \lambda_s (\text{tr} \bar{\mathcal{E}}) \bar{I} + 2\mu_s \bar{\mathcal{E}}$$

Tensor de deformaciones Green-Lagrange:

$$\bar{\mathcal{E}} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{z} + \nabla \mathbf{z}^T + \nabla \mathbf{z} \cdot \nabla \mathbf{z}^T) = \frac{1}{2} \left(\bar{F}^T \bar{F} - \bar{I} \right)$$

ESTRUCTURA:

Conservación de momento lineal:

$$\rho_s \frac{d^2 \mathbf{z}}{dt^2} - \nabla \cdot \left(\overbrace{J \bar{\sigma}_s \bar{F}^{-T}}^{\bar{P}} \right) = \rho_s \mathbf{b} \quad \text{en } \Omega_s^0$$

Ec. constitutiva para un material elástico lineal isotrópico:

$$\bar{F}^{-1} \bar{P} = \bar{S} = \lambda_s (\text{tr} \bar{\mathcal{E}}) \bar{I} + 2\mu_s \bar{\mathcal{E}}$$

Tensor de deformaciones Green-Lagrange:

$$\bar{\mathcal{E}} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{z} + \nabla \mathbf{z}^T + \nabla \mathbf{z} \cdot \nabla \mathbf{z}^T) = \frac{1}{2} \left(\bar{F}^T \bar{F} - \bar{I} \right)$$

ESTRUCTURA:

Conservación de momento lineal:

$$\rho_s \frac{d^2 \mathbf{z}}{dt^2} - \nabla \cdot \left(\overbrace{J \bar{\sigma}_s \bar{F}^{-T}}^{\bar{P}} \right) = \rho_s \mathbf{b} \quad \text{en } \Omega_s^0$$

Ec. constitutiva para un material elástico lineal isotrópico:

$$\bar{F}^{-1} \bar{P} = \bar{S} = \lambda_s (\text{tr} \bar{\mathcal{E}}) \bar{I} + 2\mu_s \bar{\mathcal{E}}$$

Tensor de deformaciones Green-Lagrange:

$$\bar{\mathcal{E}} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{z} + \nabla \mathbf{z}^T + \nabla \mathbf{z} \cdot \nabla \mathbf{z}^T) = \frac{1}{2} \left(\bar{F}^T \bar{F} - \bar{I} \right)$$

DESCRIPCIÓN CINEMÁTICA:

LAGRANGIANA:

Se sigue a cada partícula material en su movimiento, de manera que se busca una función que de tanto la posición, como las propiedades de la partícula en cada instante.

EULERIANA:

Los puntos espaciales no están ligados a partículas materiales. En esta descripción el valor de una propiedad en un punto y en un instante determinado corresponde a la partícula material que ocupa dicho punto en ese instante.

LAGRANGIANA-EULERIANA ARBITRARIA (ALE):

Los puntos espaciales se pueden mover con una velocidades independiente de la velocidad de la partícula material. Esta descripción permite combinar las ventajas de la descripción Lagrangiana y Euleriana.

DESCRIPCIÓN CINEMÁTICA:

LAGRANGIANA:

Se sigue a cada partícula material en su movimiento, de manera que se busca una función que de tanto la posición, como las propiedades de la partícula en cada instante.

EULERIANA:

Los puntos espaciales no están ligados a partículas materiales. En esta descripción el valor de una propiedad en un punto y en un instante determinado corresponde a la partícula material que ocupa dicho punto en ese instante.

LAGRANGIANA-EULERIANA ARBITRARIA (ALE):

Los puntos espaciales se pueden mover con una velocidades independiente de la velocidad de la partícula material. Esta descripción permite combinar las ventajas de la descripción Lagrangiana y Euleriana.

DESCRIPCIÓN CINEMÁTICA:

LAGRANGIANA:

Se sigue a cada partícula material en su movimiento, de manera que se busca una función que de tanto la posición, como las propiedades de la partícula en cada instante.

EULERIANA:

Los puntos espaciales no están ligados a partículas materiales. En esta descripción el valor de una propiedad en un punto y en un instante determinado corresponde a la partícula material que ocupa dicho punto en ese instante.

LAGRANGIANA-EULERIANA ARBITRARIA (ALE):

Los puntos espaciales se pueden mover con una velocidades independiente de la velocidad de la partícula material. Esta descripción permite combinar las ventajas de la descripción Lagrangiana y Euleriana.

MARCO DE REFERENCIA ALE:

Forma integral de las ecuaciones de N-S

$$\int_{\Omega^\xi} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \Big|_x J d\Omega^\xi + \int_{\Omega^\xi} \nabla \cdot (\mathcal{F}^c(\mathbf{U}) - \mathcal{F}^d(\mathbf{U})) J d\Omega^\xi = 0$$

Relación entre derivadas temporales (Espacial-Referencial)

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \Big|_x = \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \Big|_\xi - \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{U}$$

$$\begin{aligned} J \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \Big|_x &= \frac{\partial (J\mathbf{U})}{\partial t} \Big|_\xi - \frac{\partial J}{\partial t} \Big|_\xi \mathbf{U} - J \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{U}, \\ &= \frac{\partial (J\mathbf{U})}{\partial t} \Big|_\xi - J \nabla \cdot \mathbf{v} \mathbf{U} - J \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{U}, \\ &= \frac{\partial (J\mathbf{U})}{\partial t} \Big|_\xi - J \nabla \cdot (\mathbf{v} \mathbf{U}). \end{aligned}$$

MARCO DE REFERENCIA ALE:

Forma integral de las ecuaciones de N-S

$$\int_{\Omega^\xi} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \Big|_{\mathbf{x}} J d\Omega^\xi + \int_{\Omega^\xi} \nabla \cdot (\mathcal{F}^c(\mathbf{U}) - \mathcal{F}^d(\mathbf{U})) J d\Omega^\xi = 0$$

Relación entre derivadas temporales (Espacial-Referencial)

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \Big|_{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \Big|_{\xi} - \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{U}$$

$$\begin{aligned} J \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \Big|_{\mathbf{x}} &= \frac{\partial (J\mathbf{U})}{\partial t} \Big|_{\xi} - \frac{\partial J}{\partial t} \Big|_{\xi} \mathbf{U} - J \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{U}, \\ &= \frac{\partial (J\mathbf{U})}{\partial t} \Big|_{\xi} - J \nabla \cdot \mathbf{v} \mathbf{U} - J \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{U}, \\ &= \frac{\partial (J\mathbf{U})}{\partial t} \Big|_{\xi} - J \nabla \cdot (\mathbf{v} \mathbf{U}). \end{aligned}$$

MARCO DE REFERENCIA ALE:

Forma integral de las ecuaciones de N-S

$$\int_{\Omega^\xi} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \Big|_{\mathbf{x}} J d\Omega^\xi + \int_{\Omega^\xi} \nabla \cdot (\mathcal{F}^c(\mathbf{U}) - \mathcal{F}^d(\mathbf{U})) J d\Omega^\xi = 0$$

Relación entre derivadas temporales (Espacial-Referencial)

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \Big|_{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \Big|_{\xi} - \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{U}$$

$$\begin{aligned} J \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \Big|_{\mathbf{x}} &= \frac{\partial(J\mathbf{U})}{\partial t} \Big|_{\xi} - \frac{\partial J}{\partial t} \Big|_{\xi} \mathbf{U} - J \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{U}, \\ &= \frac{\partial(J\mathbf{U})}{\partial t} \Big|_{\xi} - J \nabla \cdot \mathbf{v} \mathbf{U} - J \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{U}, \\ &= \frac{\partial(J\mathbf{U})}{\partial t} \Big|_{\xi} - J \nabla \cdot (\mathbf{v} \mathbf{U}). \end{aligned}$$

MARCO DE REFERENCIA ALE:

Forma integral de las ecuaciones de N-S

$$\int_{\Omega^\xi} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \Big|_{\mathbf{x}} J d\Omega^\xi + \int_{\Omega^\xi} \nabla \cdot (\mathcal{F}^c(\mathbf{U}) - \mathcal{F}^d(\mathbf{U})) J d\Omega^\xi = 0$$

Relación entre derivadas temporales (Espacial-Referencial).

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \Big|_{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \Big|_{\xi} - \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{U}$$

$$\begin{aligned} J \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \Big|_{\mathbf{x}} &= \frac{\partial (J\mathbf{U})}{\partial t} \Big|_{\xi} - \frac{\partial J}{\partial t} \Big|_{\xi} \mathbf{U} - J \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{U}, \\ &= \frac{\partial (J\mathbf{U})}{\partial t} \Big|_{\xi} - J \nabla \cdot \mathbf{v} \mathbf{U} - J \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{U}, \\ &= \frac{\partial (J\mathbf{U})}{\partial t} \Big|_{\xi} - J \nabla \cdot (\mathbf{v} \mathbf{U}). \end{aligned}$$

MARCO DE REFERENCIA ALE:

Ec. de N-S en un marco de referencia ALE

$$\int_{\Omega^\xi} \frac{\partial}{\partial t} (J\mathbf{U}) \Big|_{\xi} d\Omega^\xi + \int_{\Omega^\xi} \nabla \cdot (\mathcal{F}^c(\mathbf{U}) - \mathbf{v}\mathbf{U} - \mathcal{F}^d(\mathbf{U})) J d\Omega^\xi = 0$$

Conmutando la derivada con la integral tenemos finalmente

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega^\xi} J\mathbf{U} d\Omega^\xi + \int_{\Omega^\xi} \nabla \cdot (\mathcal{F}^c(\mathbf{U}) - \mathbf{v}\mathbf{U} - \mathcal{F}^d(\mathbf{U})) J d\Omega^\xi = 0$$

O alternativamente

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega^t} \mathbf{U} d\Omega^t + \int_{\Omega^t} \nabla \cdot (\mathcal{F}^c(\mathbf{U}) - \mathbf{v}\mathbf{U} - \mathcal{F}^d(\mathbf{U})) d\Omega^t = 0$$

MARCO DE REFERENCIA ALE:

Ec. de N-S en un marco de referencia ALE

$$\int_{\Omega^\xi} \frac{\partial}{\partial t} (J\mathbf{U}) \Big|_{\xi} d\Omega^\xi + \int_{\Omega^\xi} \nabla \cdot (\mathcal{F}^c(\mathbf{U}) - \mathbf{v}\mathbf{U} - \mathcal{F}^d(\mathbf{U})) J d\Omega^\xi = 0$$

Conmutando la derivada con la integral tenemos finalmente

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega^\xi} J\mathbf{U} d\Omega^\xi + \int_{\Omega^\xi} \nabla \cdot (\mathcal{F}^c(\mathbf{U}) - \mathbf{v}\mathbf{U} - \mathcal{F}^d(\mathbf{U})) J d\Omega^\xi = 0$$

O alternativamente

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega^t} \mathbf{U} d\Omega^t + \int_{\Omega^t} \nabla \cdot (\mathcal{F}^c(\mathbf{U}) - \mathbf{v}\mathbf{U} - \mathcal{F}^d(\mathbf{U})) d\Omega^t = 0$$

MARCO DE REFERENCIA ALE:

Ec. de N-S en un marco de referencia ALE

$$\int_{\Omega^\xi} \frac{\partial}{\partial t} (J\mathbf{U}) \Big|_{\xi} d\Omega^\xi + \int_{\Omega^\xi} \nabla \cdot (\mathcal{F}^c(\mathbf{U}) - \mathbf{v}\mathbf{U} - \mathcal{F}^d(\mathbf{U})) J d\Omega^\xi = 0$$

Conmutando la derivada con la integral tenemos finalmente

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega^\xi} J\mathbf{U} d\Omega^\xi + \int_{\Omega^\xi} \nabla \cdot (\mathcal{F}^c(\mathbf{U}) - \mathbf{v}\mathbf{U} - \mathcal{F}^d(\mathbf{U})) J d\Omega^\xi = 0$$

O alternativamente

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega^t} \mathbf{U} d\Omega^t + \int_{\Omega^t} \nabla \cdot (\mathcal{F}^c(\mathbf{U}) - \mathbf{v}\mathbf{U} - \mathcal{F}^d(\mathbf{U})) d\Omega^t = 0$$

DISCRETIZACIÓN ESPACIAL EMPLEANDO MEF:

$$\begin{aligned}
 & \frac{d}{dt} \int_{\Omega^t} \Psi^h U_j^h d\Omega^t - \int_{\Omega^t} \left(\mathbf{A}_k^h U_j^h - \mathbf{v}^h U_j^h - \mathbf{K}_{ki}^h \frac{\partial U^h}{\partial x_i} \right) \Psi_{,k}^h d\Omega^t \\
 & + \int_{\Gamma^t} \Psi^h \left(\mathbf{A}_k^h U_j^h - \mathbf{v}^h U_j^h - \mathbf{K}_{ki}^h \frac{\partial U^h}{\partial x_i} \right) \cdot \mathbf{n}_k^h d\Gamma^t \\
 & + \sum_{e=1}^{nel} \int_{\Omega_e^t} \tau_{SUPG} \Psi_{,i}^h \cdot [\mathbf{A}_i^h - \mathbf{v}_i^h \mathbf{I}] \mathcal{R}(\mathbf{U}) d\Omega^t \\
 & + \sum_{e=1}^{nel} \int_{\Omega_e^t} \delta_{SC} \mathbf{v}_{,i}^h \cdot \frac{\partial U_j^h}{\partial x_k} d\Omega^t = 0
 \end{aligned}$$

DISCRETIZACIÓN ESPACIAL EMPLEANDO FEM:

Donde \mathbf{A}_k es la matriz Jacobiana de los flujos advectivos

$$\frac{\partial \mathcal{F}^c}{\partial x_k} = \frac{\partial \mathcal{F}^c}{\partial \mathbf{U}} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_k} = \mathbf{A}_k \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_k}$$

\mathbf{K}_{ki} es la matriz Jacobiana de los flujos difusivos

$$\frac{\partial \mathcal{F}^d}{\partial x_k} = \frac{\partial \mathcal{F}^d}{\partial \mathbf{U}} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_k} = \mathbf{K}_{ki} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_k}$$

τ_{SUPG} se define como

$$\tau_{SUPG} = \max[0, \tau_a - \tau_d - \tau_\delta],$$

siendo $\tau_a, \tau_d, \tau_\delta$ las matrices de estabilización debido a los términos advectivos, difusivos y shock-capturing. (Tezduyar, T., Osawa, Y. CMAME (2000))

DISCRETIZACIÓN ESPACIAL EMPLEANDO FEM:

Donde \mathbf{A}_k es la matriz Jacobiana de los flujos advectivos

$$\frac{\partial \mathcal{F}^c}{\partial x_k} = \frac{\partial \mathcal{F}^c}{\partial \mathbf{U}} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_k} = \mathbf{A}_k \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_k}$$

\mathbf{K}_{ki} es la matriz Jacobiana de los flujos difusivos

$$\frac{\partial \mathcal{F}^d}{\partial x_k} = \frac{\partial \mathcal{F}^d}{\partial \mathbf{U}} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_k} = \mathbf{K}_{ki} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_k}$$

τ_{SUPG} se define como

$$\tau_{SUPG} = \max[0, \tau_a - \tau_d - \tau_\delta],$$

siendo $\tau_a, \tau_d, \tau_\delta$ las matrices de estabilización debido a los términos advectivos, difusivos y shock-capturing. (Tezduyar, T., Osawa, Y. CMAME (2000))

DISCRETIZACIÓN ESPACIAL EMPLEANDO FEM:

Donde \mathbf{A}_k es la matriz Jacobiana de los flujos advectivos

$$\frac{\partial \mathcal{F}^c}{\partial x_k} = \frac{\partial \mathcal{F}^c}{\partial \mathbf{U}} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_k} = \mathbf{A}_k \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_k}$$

\mathbf{K}_{ki} es la matriz Jacobiana de los flujos difusivos

$$\frac{\partial \mathcal{F}^d}{\partial x_k} = \frac{\partial \mathcal{F}^d}{\partial \mathbf{U}} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_k} = \mathbf{K}_{ki} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_k}$$

τ_{SUPG} se define como

$$\tau_{SUPG} = \max[0, \tau_a - \tau_d - \tau_\delta],$$

siendo $\tau_a, \tau_d, \tau_\delta$ las matrices de estabilización debido a los términos advectivos, difusivos y shock-capturing. (Tezduyar, T., Osawa, Y. CMAME (2000))

DISCRETIZACIÓN TEMPORAL:

Utilizando la regla trapezoidal

$$\int_{\Omega^{n+1}} \Psi^h U^{n+1} d\Omega - \int_{\Omega^{n+1}} \Psi^h U^n d\Omega = - \int_{t^n}^{t^{n+1}} F(w, \mathbf{U}^{t'}) dt' \\ \approx -\Delta t F(w, \mathbf{U}^{n+\theta}).$$

con $0 \leq \theta \leq 1$ y siendo $\mathbf{U}^{n+\theta}$ definido como

$$\mathbf{U}^{n+\theta} = (1 - \theta)\mathbf{U}_n + \theta\mathbf{U}^{n+1}.$$

Durante el paso de tiempo se asume que los nodos se mueven con velocidad constante

$$\left. \begin{aligned} v(\xi) &= \frac{x_k(\xi, t^{n+1}) - x_k(\xi, t^n)}{\Delta t}, \\ x_k(\xi, t) &= x_k(\xi, t^n) + (t - t^n)v(\xi), \end{aligned} \right\}, \quad \text{para } t^n \leq t \leq t^{n+1}.$$

FORMULACIÓN VARIACIONAL ESTRUCTURA:

Partiendo de la conservación de momento lineal:

$$\rho_s \frac{d^2 \mathbf{z}}{dt^2} - \nabla \cdot \left(\overbrace{J \bar{\sigma}_s \bar{F}^{-T}}^{\bar{P}} \right) = \rho_s \mathbf{b} \quad \text{en } \Omega_s^0$$

Utilizando el principio de trabajos virtuales

$$\int_{\Omega_s^0} \delta \mathbf{z} \left(\rho_s \frac{d^2 \mathbf{z}}{dt^2} - \nabla \cdot \bar{P} - \rho_s \mathbf{b} \right) d\Omega_s^0 = 0.$$

Realizando un integración por partes obtenemos la forma débil

$$\int_{\Omega_s^0} \delta \mathbf{z}^T \rho_s \ddot{\mathbf{z}} d\Omega_s^0 + \int_{\Omega_s^0} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \bar{\mathbf{S}} d\Omega_s^0 - \int_{\Omega_s^0} \delta \mathbf{z}^T \mathbf{b} d\Omega_s^0 - \int_{\Gamma_s^0} \delta \mathbf{z}^T \tilde{\mathbf{f}} d\Gamma_s^0 = 0$$

FORMULACIÓN VARIACIONAL ESTRUCTURA:

Partiendo de la conservación de momento lineal:

$$\rho_s \frac{d^2 \mathbf{z}}{dt^2} - \nabla \cdot \left(J \overline{\overline{\sigma}}_s \overline{\overline{\mathbf{F}}}^{-T} \right) = \rho_s \mathbf{b} \quad \text{en } \Omega_s^0$$

Utilizando el principio de trabajos virtuales

$$\int_{\Omega_s^0} \delta \mathbf{z} \left(\rho_s \frac{d^2 \mathbf{z}}{dt^2} - \nabla \cdot \overline{\overline{\mathbf{P}}} - \rho_s \mathbf{b} \right) d\Omega_s^0 = 0.$$

Realizando un integración por partes obtenemos la forma débil

$$\int_{\Omega_s^0} \delta \mathbf{z}^T \rho_s \ddot{\mathbf{z}} d\Omega_s^0 + \int_{\Omega_s^0} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \overline{\overline{\mathbf{S}}} d\Omega_s^0 - \int_{\Omega_s^0} \delta \mathbf{z}^T \mathbf{b} d\Omega_s^0 - \int_{\Gamma_s^0} \delta \mathbf{z}^T \tilde{\mathbf{f}} d\Gamma_s^0 = 0$$

DISCRETIZACIÓN TEMPORAL:

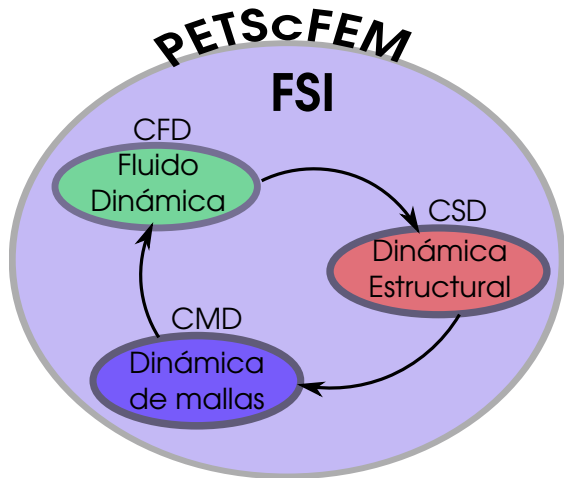
El campo continuo de desplazamientos \mathbf{z} es aproximado por $\mathbf{z}^h = \Psi \mathbf{z}$ y utilizando el esquema Newmark- β como integrador temporal

$$\begin{aligned} \mathbf{M} \mathbf{a}_s^{n+1} + \mathbf{F}_{int}(\mathbf{v}_s^{n+1}, \mathbf{d}_s^{n+1}) &= \mathbf{F}_{ext}^{n+1}, \\ \mathbf{v}_s^{n+1} &= \mathbf{v}_s^n + \Delta t((1 - \gamma_n)\mathbf{a}_s^n + \gamma_n\mathbf{a}_s^{n+1}), \\ \mathbf{d}_s^{n+1} &= \mathbf{d}_s^n + \Delta t \mathbf{v}_s^n + \frac{1}{2} \Delta t^2((1 - 2\beta_n)\mathbf{a}_s^n + 2\beta_n\mathbf{a}_s^{n+1}) \end{aligned}$$

se obtiene un formulación en desplazamientos, donde β_n y γ_n

Método	β_n	γ_n	Estabilidad	Orden
Average Acceleration	1/4	1/2	Incondicional	2
Linear Acceleration	1/6	1/2	condicional	2
Fox-Goodwing	1/12	1/2	condicional	2

SIMULACIÓN NUMÉRICA:



FSI EMPLEADO
UNA
FORMULACIÓN
ALE

LUCIANO
GARELLI

INTRODUCCIÓN

ECUACIONES DE
GOBIERNO

MARCO DE
REFERENCIA
ALE

DISCRETIZACIÓN

ACOPLAMIENTO

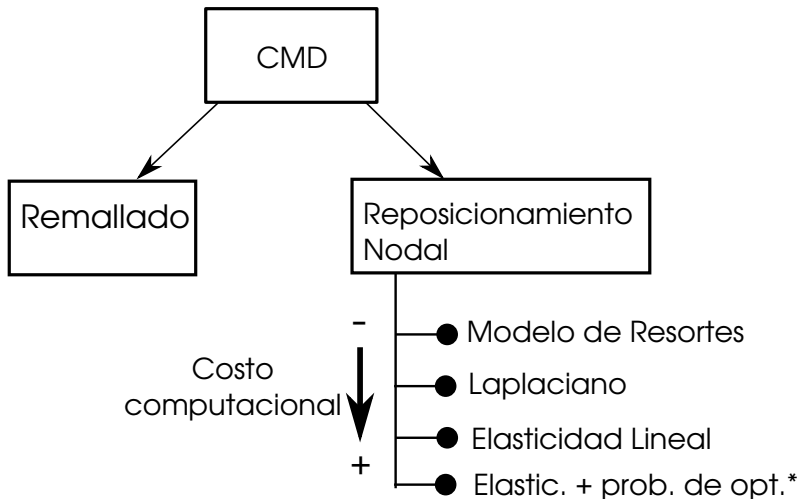
LEY DE
CONSERVACIÓN
GEOMÉTRICA

SIMULACIONES
NUMÉRICAS

EXTENSIÓN A
FLUJO
INCOMPRESIBLES

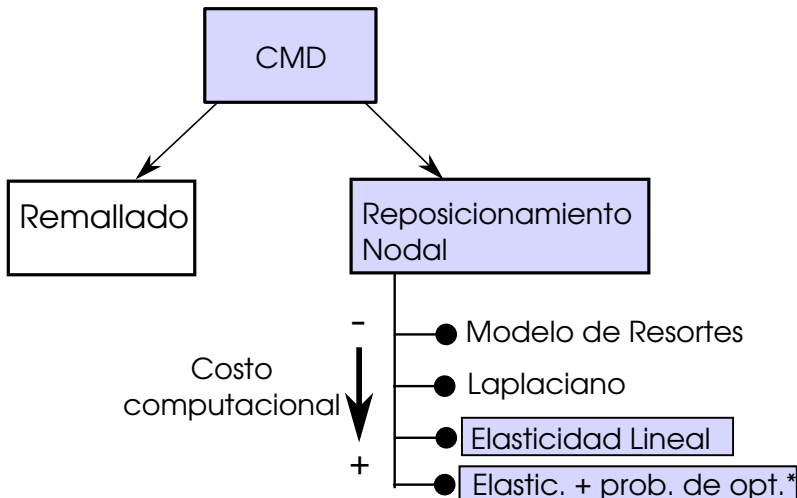
CONCLUSIONES

DINÁMICA DE MALLAS:



*Lopez, E. *et al.*: A minimal element distortion strategy for computational mesh dynamics. IJNME (2007)

DINÁMICA DE MALLAS:



*Lopez, E. *et al.*: A minimal element distortion strategy for computational mesh dynamics. IJNME (2007)

FSI EMPLEADO
UNA
FORMULACIÓN
ALE

LUCIANO
GARELLI

INTRODUCCIÓN

ECUACIONES DE
GOBIERNO

MARCO DE
REFERENCIA
ALE

DISCRETIZACIÓN

ACOPLAMIENTO

LEY DE
CONSERVACIÓN
GEOMÉTRICA

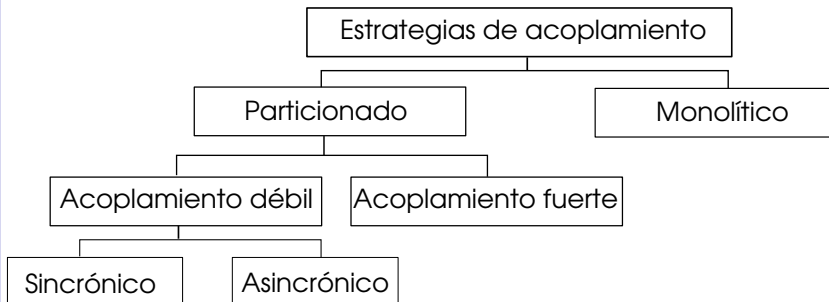
SIMULACIONES
NUMÉRICAS

EXTENSIÓN A
FLUJO
INCOMPRESIBLES

CONCLUSIONES

Estrategia de Acoplamiento

ESTRATEGIA DE ACOPLAMIENTO:



FSI EMPLEADO
UNA
FORMULACIÓN
ALE

LUCIANO
GARELLI

INTRODUCCIÓN

ECUACIONES DE
GOBIERNO

MARCO DE
REFERENCIA
ALE

DISCRETIZACIÓN

ACOPLAMIENTO

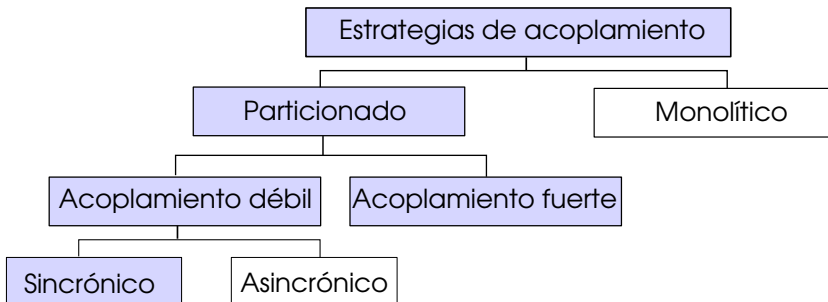
LEY DE
CONSERVACIÓN
GEOMÉTRICA

SIMULACIONES
NUMÉRICAS

EXTENSIÓN A
FLUJO
INCOMPRESIBLES

CONCLUSIONES

ESTRATEGIA DE ACOPLAMIENTO:



FSI EMPLEADO
UNA
FORMULACIÓN
ALE

LUCIANO
GARELLI

INTRODUCCIÓN

ECUACIONES DE
GOBIERNO

MARCO DE
REFERENCIA
ALE

DISCRETIZACIÓN

ACOPLAMIENTO

LEY DE
CONSERVACIÓN
GEOMÉTRICA

SIMULACIONES
NUMÉRICAS

EXTENSIÓN A
FLUJO
INCOMPRESIBLES

CONCLUSIONES

ACOPLAMIENTO PARTICIONADO:

El esquema de acople particionado cuenta con las siguientes ventajas:

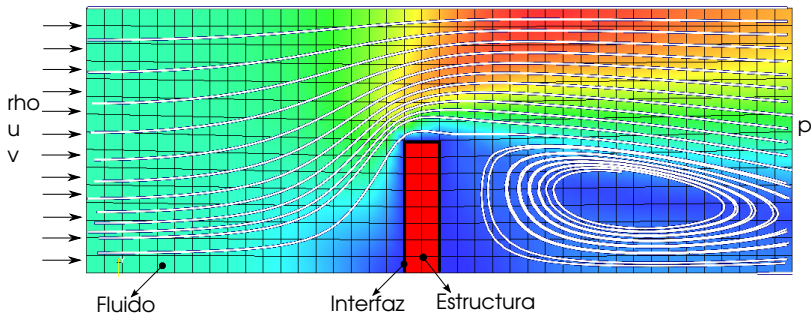
- La modularidad.
- Permite el uso de solvers especializados.
- Sistemas lineales a resolver de menor tamaño que en el caso monolítico.

Pero tiene las siguientes particularidades:

- Se requiere de una cuidadosa implementación del algoritmo, debido al intercambio de información entre los subproblemas.
- Utilizando un acoplamiento particionado débil se introduce una cantidad de energía artificial al sistema que depende de Δt .
- Problema de estabilidad en casos donde $\rho_f \approx \rho_s$.

ACOPLAMIENTO PARTICIONADO:

Ejemplo: Viga flexible inmersa en un fluido.

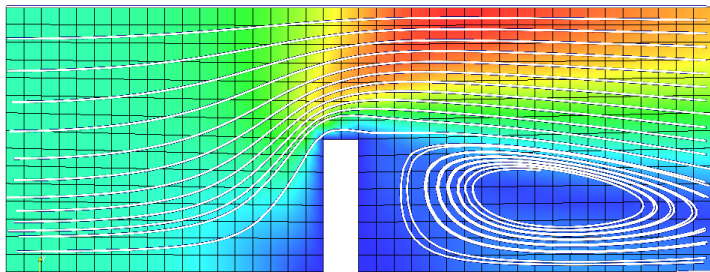


- Condición no-slip sobre la estructura.
- Mallas conformes en la interfaz fluido-estructura.

ACOPLAMIENTO PARTICIONADO:

Paso 1: Para una dada posición de la estructura se avanza el fluido, obteniéndose la distribución de presión sobre la estructura.

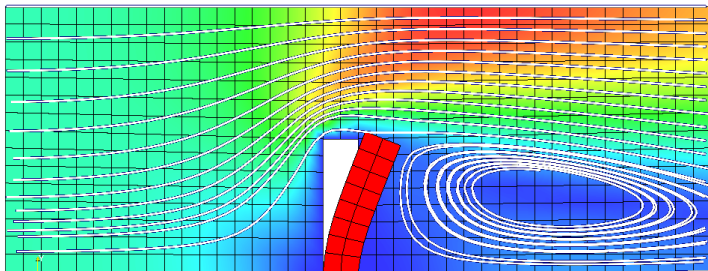
CFD



ACOPLAMIENTO PARTICIONADO:

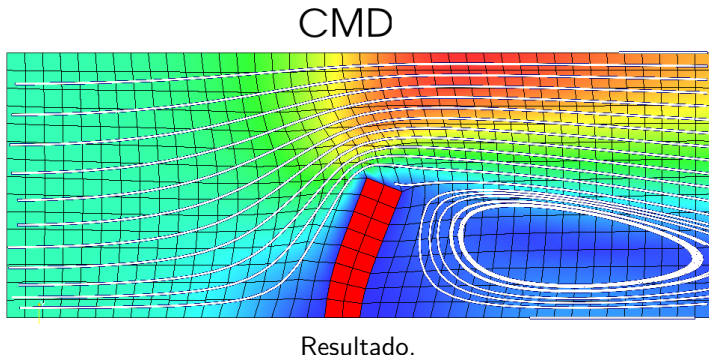
Paso 2: Se aplica la distribución de presión sobre la estructura y se avanza la estructura.

CSD



ACOPLAMIENTO PARTICIONADO:

Paso 3: Se actualiza la posición de la interfaz y se realiza el mov. de los nodos internos.



ACOPLAMIENTO PARTICIONADO:

FSI EMPLEADO
UNA
FORMULACIÓN
ALE

LUCIANO
GARELLI

INTRODUCCIÓN

ECUACIONES DE
GOBIERNO

MARCO DE
REFERENCIA
ALE

DISCRETIZACIÓN

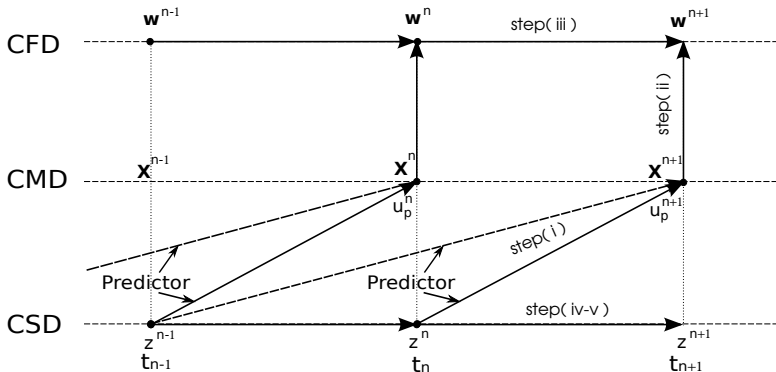
ACOPLAMIENTO

LEY DE
CONSERVACIÓN
GEOMÉTRICA

SIMULACIONES
NUMÉRICAS

EXTENSIÓN A
FLUJO
INCOMPRESIBLES

CONCLUSIONES



Acoplamiento débil, con predictor estructural.

ACOPLAMIENTO PARTICIONADO:

FSI EMPLEADO
UNA
FORMULACIÓN
ALE

LUCIANO
GARELLI

INTRODUCCIÓN

ECUACIONES DE
GOBIERNO

MARCO DE
REFERENCIA
ALE

DISCRETIZACIÓN

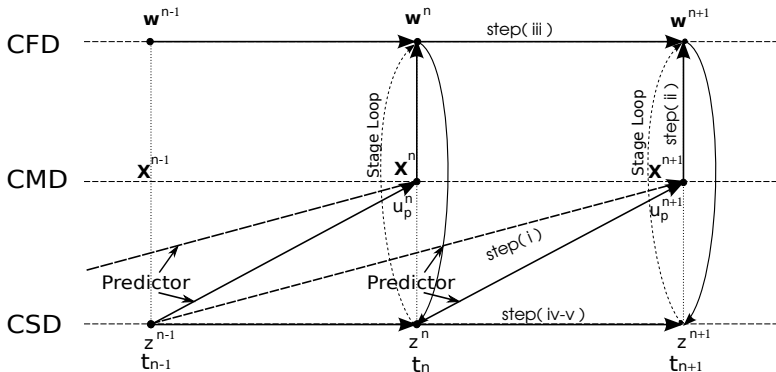
ACOPLAMIENTO

LEY DE
CONSERVACIÓN
GEOMÉTRICA

SIMULACIONES
NUMÉRICAS

EXTENSIÓN A
FLUJO
INCOMPRESIBLES

CONCLUSIONES



Acoplamiento fuerte, con predictor estructural.

ACOPLAMIENTO PARTICIONADO: PREDICTOR

FSI EMPLEADO
UNA
FORMULACIÓN
ALE

LUCIANO
GARELLI

INTRODUCCIÓN

ECUACIONES DE
GOBIERNO

MARCO DE
REFERENCIA
ALE

DISCRETIZACIÓN

ACOPLAMIENTO

LEY DE
CONSERVACIÓN
GEOMÉTRICA

SIMULACIONES
NUMÉRICAS

EXTENSIÓN A
FLUJO
INCOMPRESIBLES

CONCLUSIONES

Predictor Estructural:

$$\mathbf{z}_p^{(n+1)} = \mathbf{z}^n + \alpha_0 \Delta t \dot{\mathbf{z}}^n + \alpha_1 \Delta t (\dot{\mathbf{z}}^n - \dot{\mathbf{z}}^{n-1})^*.$$

- **Trivial**

Si $\alpha_0 = \alpha_1 = 0 \rightarrow \mathbf{z}_p^{(n+1)} = \mathbf{z}^n$

- **Primer Orden**

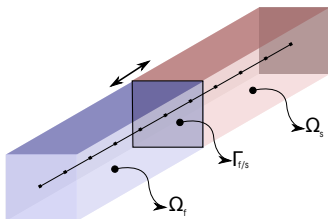
Si $\alpha_0 = 1, \alpha_1 = 0 \rightarrow \mathbf{z}_p^{(n+1)} = \mathbf{z}^n + \Delta t \dot{\mathbf{z}}^n$

- **Segundo Orden**

Si $\alpha_0 = 1, \alpha_1 = 1/2 \rightarrow \mathbf{z}_p^{(n+1)} = \mathbf{z}^n + \Delta t \dot{\mathbf{z}}^n + 0.5 \Delta t (\dot{\mathbf{z}}^n - \dot{\mathbf{z}}^{n-1})$

*Predictor propuesto por Piperno and Farhat (2001).

TRANSFERENCIA DE ENERGÍA:



$$\Delta E_f^{n+1} = - \int_{t_n}^{t_{n+1}} p(t)|_{\Gamma_{f/s}} \dot{\mathbf{x}}(t) dt = -F_f^{n+1 T} (\mathbf{x}^{n+1} - \mathbf{x}^n),$$

donde F_f^{n+1} es la fuerza aplicada por el fluido en $\Gamma_{f/s}$ y depende del integrador temporal

- $\theta = 0$ (Forward-Euler) $\rightarrow F_f^{n+1} = F^n$,
- $\theta = 0.5$ (Crank-Nicolson) $\rightarrow F_f^{n+1} = (F^n + F^{n+1})/2$,
- $\theta = 1$ (Backward-Euler) $\rightarrow F_f^{n+1} = F^{n+1}$.

TRANSFERENCIA DE ENERGÍA:

La dinámica de la estructura puede ser modelada mediante la siguiente ecuación.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{z}}^{n+1} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{z}}^{n+1} + \mathbf{K}\mathbf{z}^{n+1} = \mathbf{F}_{ext}^{n+1},$$

La energía de la estructura esta compuesta por energía cinética y energía potencial

$$E_s = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{z}}^T \mathbf{M}\dot{\mathbf{z}} + \frac{1}{2}\mathbf{z}^T \mathbf{K}\mathbf{z},$$

Y la variación de energía

$$\Delta E_s^{n+1} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}_s^{n+1} + \mathbf{F}_s^n)^T (\mathbf{z}^{n+1} - \mathbf{z}^n).$$

TRANSFERENCIA DE ENERGÍA:

Por lo tanto, un esquema particionado de acoplamiento conserva la energía de ambos subsistemas **si y solo si**, se satisface la siguiente relación

$$\Delta E_s^{n+1} = \frac{1}{2} (F_s^{n+1} + F_s^n)^T (\mathbf{z}^{n+1} - \mathbf{z}^n) = -F_f^{n+1 T} (\mathbf{x}^{n+1} - \mathbf{x}^n) = \Delta E_f^{n+1}$$

\mathbf{x}^{n+1} representa la posición de la interfaz en t^{n+1} , la cual es desconocida cuando se emplea un acoplamiento débil. Empleando un predictor estructural se obtiene una estimación de $(\mathbf{x}^{n+1})_p$.

En el casos de emplear un acoplamiento fuerte, se realizan k etapas hasta alcanzar un dado nivel de error entre las fuerzas, o entre las posiciones.

$$\frac{|(F_f^{n+1})^{k+1} - (F_f^{n+1})^k|}{|(F_f^{n+1})^0|} < \varepsilon,$$

y luego el sistema avanzado en el tiempo.

FSI EMPLEADO
UNA
FORMULACIÓN
ALE

LUCIANO
GARELLI

INTRODUCCIÓN

ECUACIONES DE
GOBIERNO

MARCO DE
REFERENCIA
ALE

DISCRETIZACIÓN

ACOPLAMIENTO

LEY DE
CONSERVACIÓN
GEOMÉTRICA

SIMULACIONES
NUMÉRICAS

EXTENSIÓN A
FLUJO
INCOMPRESIBLES

CONCLUSIONES

Ley de Conservación Geométrica

LEY DE CONSERVACIÓN GEOMÉTRICA

INTRODUCCIÓN

ECUACIONES DE
GOBIERNOMARCO DE
REFERENCIA
ALE

DISCRETIZACIÓN

ACOPLAMIENTO

LEY DE
CONSERVACIÓN
GEOMÉTRICASIMULACIONES
NUMÉRICASEXTENSIÓN A
FLUJO
INCOMPRESIBLES

CONCLUSIONES

- 1 Es una ley que surge en problemas planteados en forma conservativa, resueltos sobre malla móviles, empleando un esquema ALE.
- 2 Involucra al integrador temporal, al cómputo de la velocidad de la malla y por lo tanto el cambio de volumen del elemento en el tiempo.
- 3 Establece que un esquema numérico que satisface la Ley de Conservación Geométrica Discreta (DGCL), tiene que ser capaz de reproducir un campo (escalar o vectorial) constante, independiente del movimiento de la malla.

LEY DE CONSERVACIÓN GEOMÉTRICA DISCRETA

REFERENCIAS

- Thomas, P.D. and Lombard, C.K.- Geometric Conservation Law and its applications to flow computations on moving grids. AIAA. 1979
- Farhat, C. *et al.*-Mixed explicit/implicit time integration of coupled aeroelastic problems. IJNMF .1995.
- Farhat, C.*et al.*-The Discrete Geometric Conservation Law and the Nonlinear Stability of ALE Schemes for the Solution of Flow Problems on Moving Grids. JCP. 2001.
- Forster, Ch.*et al.*-On the geometric conservation law in transient ow calculations ondeforming domains. IJNMF. 2006.
- Étienne, S. Perspective on the geometric conservation law and finite element methods for ALE simulations of incompressible flow. JCP. 2009.

LEY DE CONSERVACIÓN GEOMÉTRICA DISCRETA

Reemplazando $U_j = \text{cte}$ en la forma semi discreta de las ec. de N-S

$$\int_{\Omega^{n+1}} \Psi^h d\Omega - \int_{\Omega^n} \Psi^h d\Omega = \int_{t^n}^{t^{n+1}} \left\{ \int_{\Omega^t} v_k^* \Psi_{,k}^h d\Omega \right\} dt.$$

$$\approx \mathcal{Q} \left\{ \int_{\Omega^t} v_k^* \Psi_{,k}^h d\Omega \right\}$$

donde

$$v_k^* = \frac{(x_k^{n+1} - x_k^n)}{\Delta t} \Rightarrow x_k(t) = x_k(t^n) + v_k^*(t - t^n); \{t^n \leq t \leq t^{n+1}\}$$

Con lo cual

- 2D : $V_e = f(t^2) \Rightarrow \frac{dV_e}{dt} = f(t)$
- 3D : $V_e = f(t^3) \Rightarrow \frac{dV_e}{dt} = f(t^2)$

Vídeo

LEY DE CONSERVACIÓN GEOMÉTRICA DISCRETA

Para que un integrador temporal satisfaga DGCL, tiene que integrar de manera exacta un polinomio de grado

$$d \cdot s - 1$$

Donde

- d : Es la dimensión espacial (1,2,3).
- s : Es grado del polinomio que representa los desp. nodales

En el caso de interpolación lineal a trozos de los desp. nodales, los siguientes integradores satisfacen DGCL

- 2D: Crank-Nicolson, BDF2, etc.
- 3D: Métodos BDF de mayor orden, Gauss-Lobatto($n_p \geq 3$), IRK.

FORM. DE JACOBIANOS PROMEDIADOS

Llevando a un dominio de referencia la integral

$$\begin{aligned} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \left\{ \int_{\Omega^t} v_k^* \Psi_{,k} d\Omega \right\} dt &= \int_{t^n}^{t^{n+1}} \left\{ \int_{\Omega^\xi} v_k^* \frac{\partial \Psi}{\partial \xi_l} \frac{\partial \xi_l}{\partial x_k} J d\Omega^\xi \right\} dt, \\ &= \int_{\Omega^\xi} v_k^* \frac{\partial \Psi}{\partial \xi_l} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \left(\frac{\partial \xi_l}{\partial x_k} J \right)^t dt d\Omega^\xi, \\ &= \int_{\Omega^\xi} v_k^* g_k^{n+\theta} J^{n+\theta} d\Omega^\xi \end{aligned}$$

donde g_k es la *función gradiente de interpolación promediada*

$$g_k^{n+\theta} = (J^{n+\theta})^{-1} \bar{Q}_{lk}^{n+\frac{1}{2}} \frac{\partial \Psi}{\partial \xi_l}, \quad \bar{Q}_{lk}^{n+\frac{1}{2}} = \int_{t^n}^{t^{n+1}} Q_{lk}^t dt, \quad Q_{lk}^t = \left(J \frac{\partial \xi_l}{\partial x_k} \right)^t$$

FORM. DE JACOBIANOS PROMEDIADOS

Para satisfacer la DGCL se propone utilizar un integrador temporal de mayor orden para $g_k^{n+\theta}$. Normalmente los jacobianos y sus determinantes son conocidos a t^n y t^{n+1} , con lo cual resulta apropiado emplear la regla de Gauss-Lobatto, que incluye los extremos del intervalo.

$$g_k^{n+\theta} = \begin{cases} \frac{\Delta t}{2J^{n+\theta}} [Q_{lk}^n + Q_{lk}^{n+1}] \frac{\partial \Psi}{\partial \xi_l}, & \text{in 2D,} \\ \frac{\Delta t}{6J^{n+\theta}} [Q_{lk}^n + 4Q_{lk}^{n+1/2} + Q_{lk}^{n+1}] \frac{\partial \Psi}{\partial \xi_l}, & \text{in 3D,} \end{cases}$$

Este esquema luego se reemplaza en

$$A^{GCL}(\Psi, U^{n+\theta}) = - \int_{\Omega^{n+\theta}} [\mathcal{F}_{jk}^c - v_k^* U_j - \mathcal{F}_{jk}^d] \Big|_{t^{n+\theta}} g_k^{n+\theta} d\Omega,$$

La implementación de AJF solo implica unos pocos cambios en la rutina elemental y los costos agregados son despreciables.

LEY DE CONSERVACIÓN GEOMÉTRICA

Impacto de la DGCL sobre:

1 Precisión del integrador temporal:

Esta demostrado que satisfacer la DGCL no es un condición ni necesaria ni suficiente para que un esquema ALE mantenga en malla móvil la precisión temporal que tenía en malla fija.

(Geuzaine, P. *et al.* JCP (2003), Farhat, C. *et al.* CMAME (2004), Mavriplis, D.J. *et al.* AIAA (2005).)

2 Estabilidad del esquema:

Los análisis de estabilidad se basan en el principio del máximo discretos y problemas con decaimiento monótono del estado. Boffi, D. *et al.* CMAME (193:42-44)(2004) y Formaggia, L. *et al.* CMAME (193:39-41)(2004) enuncian que satisfacer la DGCL no es una condición ni necesaria ni suficiente para la estabilidad. Mientras que Farhat *et al.* CMAME (193:39-41)(2004) enuncia que es un condición necesaria y suficiente para preservar la estabilidad no lineal que poseía el esquema en malla fija.

LEY DE CONSERVACIÓN GEOMÉTRICA

Farhat *et al.* CMAME (2004)

- Utiliza las ecuaciones de N-S.
- Además de la definición teórica de estabilidad, la plantea en términos de oscilaciones espúreas y “overshoots” en la solución.
- Deriva esquemas que satisfacen y no satisfacen la DGCL.
- Resuelve diversos problemas aeroelásticos y de oscilación forzada.
- Muestra que todos los esquemas mantienen el orden de convergencia que tenían en malla fija.
- Y finalmente muestra como en aquellos esquemas que no satisface la DGCL se presentan oscilaciones y hasta la divergencia de la solución.

LEY DE CONSERVACIÓN GEOMÉTRICA

Boffi, D. *et al.* y Formaggia, L. *et al.*

- Plantean el análisis teórico en la ecuación de advección-difusión lineal, empleando BE, CN y BDF2 para la discretización temporal
- Resuelven numéricamente un problema de difusión pura.
- Y basan el análisis de estabilidad en que la solución debe decaer monotonamente en el tiempo.

$$\begin{aligned}
 u_t - 0.01\Delta u &= 0 && \text{para } \mathbf{x} \in \Omega_t, t \in [0, T], \\
 u_0 &= 1600x(1-x)y(1-y) && \text{para } \mathbf{x} \in \Omega_0, t = 0, \\
 u &= 0 && \text{para } \mathbf{x} \in \partial\Omega_t, t \in [0, T],
 \end{aligned}$$

LEY DE CONSERVACIÓN GEOMÉTRICA

El dominio es deformado con la siguiente ley

$$\mathcal{A}_t(\boldsymbol{\xi}) = \mathbf{x}(\boldsymbol{\xi}, t) = (2 - \cos(20\pi t))\boldsymbol{\xi}.$$

La velocidad de la malla es

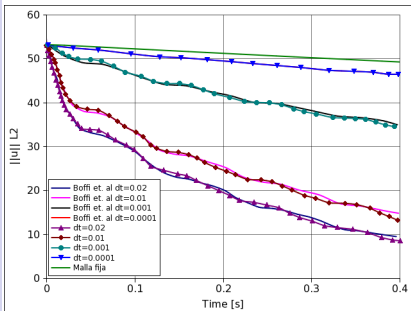
$$\mathbf{w}_t(\boldsymbol{\xi}) = \frac{d\mathbf{x}}{dt} = 20\pi \sin(20\pi t)\boldsymbol{\xi}.$$

Si tomamos la máxima velocidad de malla y el tamaño del elemento podemos calcular el Pe

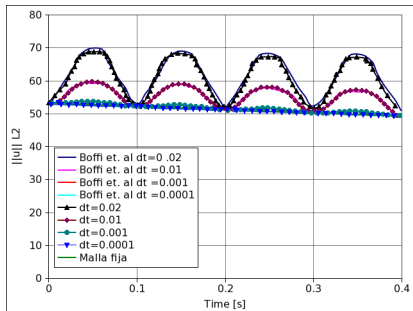
$$Pe_h = \frac{|\mathbf{w}_{max}| \cdot h}{\mu} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot 20\pi \cdot 0.05}{0.01} = 889$$

Pasando de un problema puramente difusivo a un problema dominado por la advección. Video.

LEY DE CONSERVACIÓN GEOMÉTRICA



Backward Euler



Crank-Nicolson

LEY DE CONSERVACIÓN GEOMÉTRICA

INTRODUCCIÓN

ECUACIONES DE
GOBIERNOMARCO DE
REFERENCIA
ALE

DISCRETIZACIÓN

ACOPLAMIENTO

LEY DE
CONSERVACIÓN
GEOMÉTRICASIMULACIONES
NUMÉRICASEXTENSIÓN A
FLUJO
INCOMPRESIBLES

CONCLUSIONES

- 1 El problema planteado por Boffi, D. *et al.* y Formaggia, L. *et al.* pasa de ser un problema dominado por la difusión a uno dominado por la advección, debido al movimiento de la malla.
- 2 Farhat *et al.* analiza el mismo problema con diferentes esquemas ALE.
- 3 EL error de DGCL impacta en las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía. Por lo tanto al implementar esquemas numéricos conservativos, se debe satisfacer la DGCL.
- 4 Es de general consenso (Farhat, C., Lönher, R., Mavriplis, D.J.) el utilizar esquemas que satisfagan la DGCL en problemas de FSI, ya que no es posible ponderar el error de DGCL de antemano y ni su impacto en la solución.

FSI EMPLEADO
UNA
FORMULACIÓN
ALE

LUCIANO
GARELLI

INTRODUCCIÓN

ECUACIONES DE
GOBIERNO

MARCO DE
REFERENCIA
ALE

DISCRETIZACIÓN

ACOPLAMIENTO

LEY DE
CONSERVACIÓN
GEOMÉTRICA

SIMULACIONES
NUMÉRICAS

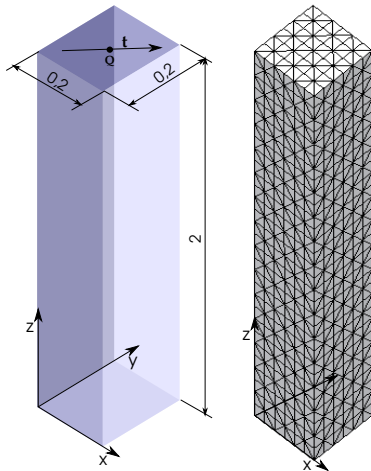
EXTENSIÓN A
FLUJO
INCOMPRESIBLES

CONCLUSIONES

Simulaciones Numéricas

VALIDACIÓN SOLVER ESTRUCTURAL

Deflexión de una viga 3D



Frecuencia de oscilación

$$f_1 = \frac{1.875^2}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho_s AL^4}} = 1 \text{ [Hz]}.$$

VALIDACIÓN SOLVER ESTRUCTURAL

Propiedades físicas y geométricas

E	ρ_s	ν	A	I
15.293 [MPa]	1000 [kg/m ³]	0.3	0.4[m ²]	0.0001333[m ⁴]

Se aplican diferentes cargas $\mathbf{t} = (\frac{|\mathbf{t}|}{\sqrt{2}}; \frac{|\mathbf{t}|}{\sqrt{2}}; 0)[\text{N/m}^2]$, que serán representadas por el siguiente parámetro adimensional

$$\mathcal{T} = \frac{|\mathbf{t}|AL^2}{EI}.$$

Los desplazamientos del punto Q son calculados mediante

$$d_Q = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}.$$

VALIDACIÓN SOLVER ESTRUCTURAL

Deflexión para diferentes cargas y mallas

\mathcal{T}	$d_{Q,4 \times 20}$	$d_{Q,8 \times 40}$	$d_{Q,16 \times 80}$	d_{exact}^*	Converg (p)
0.2	0.099	0.121	0.129	0.133	1.91
0.4	0.196	0.239	0.254	0.262	1.95
0.8	0.376	0.455	0.481	0.499	2.01
1.6	0.678	0.787	0.833	0.859	1.76

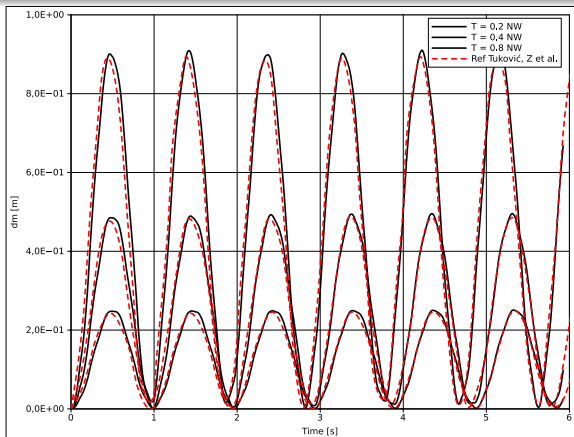
$$\begin{aligned}
 p &= \frac{\log(e_1/e_2)}{\log(h_1/h_2)} \\
 &= \frac{\log\left(\frac{0.129-0.099}{0.129} / \frac{0.129-0.121}{0.129}\right)}{\log\left(\frac{0.075}{0.0375}\right)} = 1.91
 \end{aligned}$$

* Mattiasson (1981).

VALIDACIÓN SOLVER ESTRUCTURAL

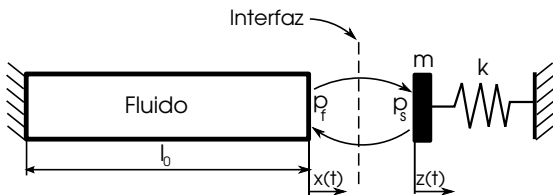
Caso dinámico

Co	β_n	γ_n	Δt
10	1/4	1/2	0,002 [S]



VALIDACIÓN ALGORITMO DE ACOUPLE

Problema del pistón. (Michler et al. (2003,2004))



Condición dinámica

$$p_f = p_s.$$

Condiciones cinemáticas

$$l(t) = l_0 + z(t),$$

$$u(t) = \dot{x}(t) = \dot{z}(t).$$

Se requiere del cumplimiento de estas condiciones de tal manera de conservar masa, momento y energía en la interfaz

VALIDACIÓN ALGORITMO DE ACOUPLE

La estructura puede ser representada como un sistema masa-resorte, con lo cual la ec. de movimiento es

$$m\ddot{z} + kz = (p_s - p_0) \cdot A,$$

Para la estructura la frecuencia angular y el tiempo característico son

$$\omega_s = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad T_s = \frac{2\pi}{\omega_s}.$$

Mientras que para el fluido

$$T_f = \frac{2l_0}{c}, \quad c = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}}.$$

Si $T_s \gg T_f$ el fluido puede ser considerado como quasi-estático.

VALIDACIÓN ALGORITMO DE ACOUPLE

La relación de masas también es importante

$$\zeta = \frac{\rho_0 l_0}{m}.$$

Si $\zeta \ll 1$ la masa del fluido puede ser despreciada, si $\zeta \approx \mathcal{O}(1)$ ambas masas tienen la misma contribución al sistema dinámico. Los parámetros empleados son:

m	k	T_s	ρ_0	p_0	T_f
0.8[kg]	7911[N/m]	0.063[s]	1.3[kg/m ³]	10 ⁵ [Pa]	0.0061[s]

y las relaciones de tiempo característico y masas son

$$\frac{T_s}{T_f} \approx 10; \quad \zeta \approx 1.63.$$

VALIDACIÓN ALGORITMO DE ACOUPLE

Para estimar la frecuencia de oscilación del sistema, se asume que el fluido aporta un rigidez y una masa al sistema estructural

$$(m + m_{fld})\ddot{z} + (k + k_{fld})z = 0.$$

Bajo la hipótesis de fluido isentrópico y quasi-estático

$$p \approx p_0 \left(1 - \frac{\gamma}{l_0} z\right) \Rightarrow k_{fld} = \frac{dF}{dz} = -\frac{p_0 \gamma}{l_0} A.$$

$$m_{fld} = \frac{1}{3} \rho_0 l_0 A.$$

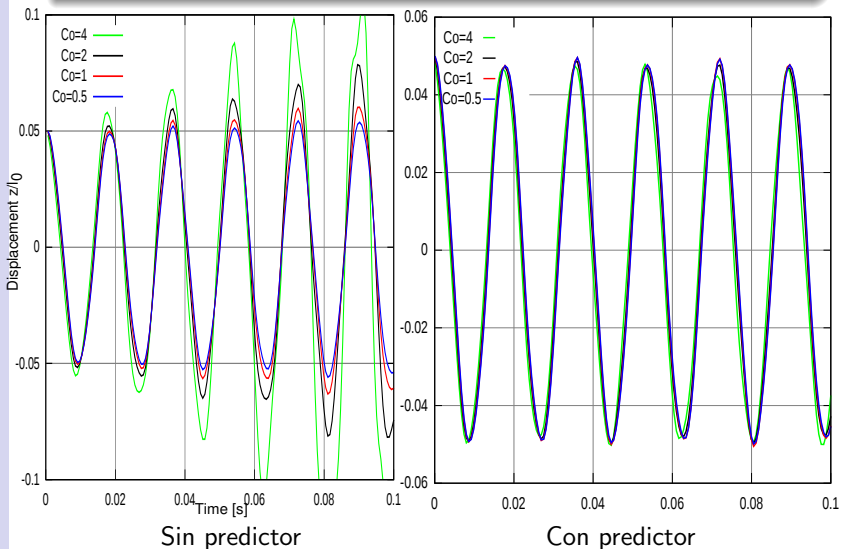
Con lo cual

$$w_{fs} = \sqrt{\frac{k + k_{fld}}{m + m_{fld}}} = 346.3[\text{rad/s}] \Rightarrow T_{fs} = 0.0181[\text{s}].$$

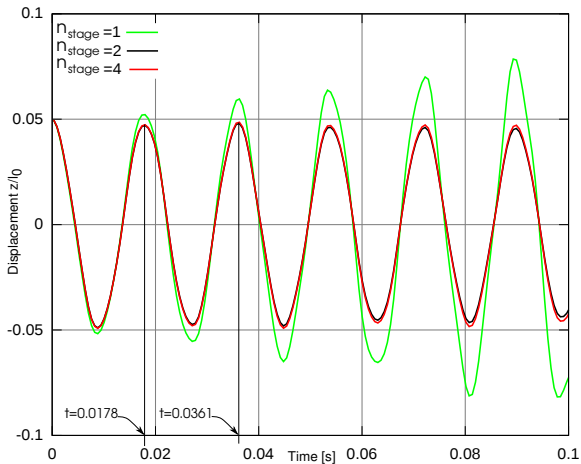
$$w_s = \sqrt{\frac{k}{m}} = 99.5[\text{rad/s}] \Rightarrow T_{fs} = 0.063[\text{s}].$$

ACOPLAMIENTO DÉBIL

$$C_0 = \{0.5; 1; 2; 4\}, \beta_n = 1/4, \gamma_n = 1/2, \theta = 0.5 \text{ y } z_0 = 0,05$$

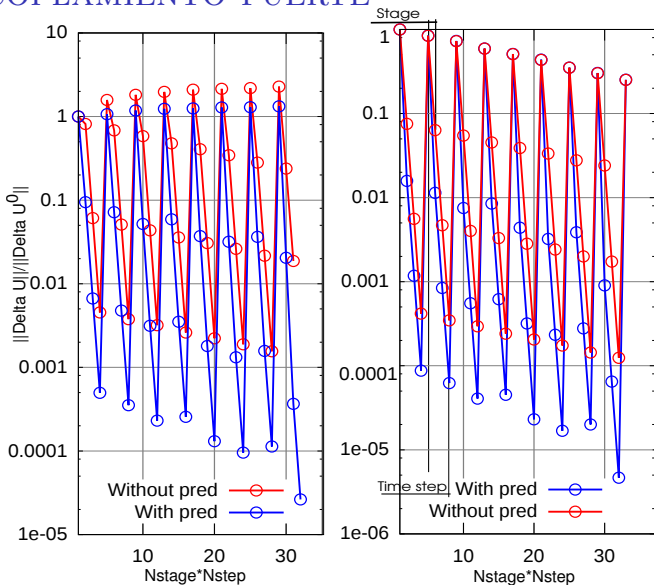


ACOPLAMIENTO FUERTE



Acoplamiento fuerte sin predictor estructural ($C_0 = 2$).

ACOPLAMIENTO FUERTE



Convergencia del fluido y la estructura. $\{Co = 2 ; n_{stage} = 4\}$.

VALIDACIÓN DE AJF

Difusión escalar 3D con movimiento de los nodos internos

$$\begin{aligned}
 u_t - 0.01\Delta u &= 0 \quad \text{for } \mathbf{x} \in \Omega^t, \quad t \in (0, T], \\
 u_0 &= 1 \quad \text{for } \mathbf{x} \in \Omega^0, \quad t = 0, \\
 u &= 1 \quad \text{for } \mathbf{x} \in \Gamma^t, \quad t \in [0, T],
 \end{aligned}$$

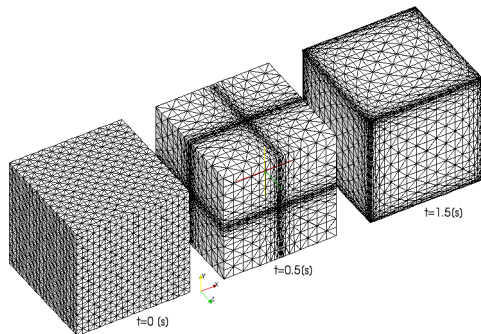
Movimiento de la malla

$$\begin{aligned}
 \chi_1(\xi, t) &= x = \xi + 0.125 \sin(\pi t) \sin(2\pi \xi). \\
 \chi_2(\eta, t) &= y = \eta + 0.125 \sin(\pi t) \sin(2\pi \eta). \\
 \chi_3(\zeta, t) &= z = \zeta + 0.125 \sin(\pi t) \sin(2\pi \zeta).
 \end{aligned}$$

- Tetraedros lineales en la discretización espacial.
- Interpolación lineal en el movimiento de la mallas.
- Se emplean los siguientes valores de $\theta = \{1; 2/3; 1/2\}$.

VALIDACIÓN DE AJF

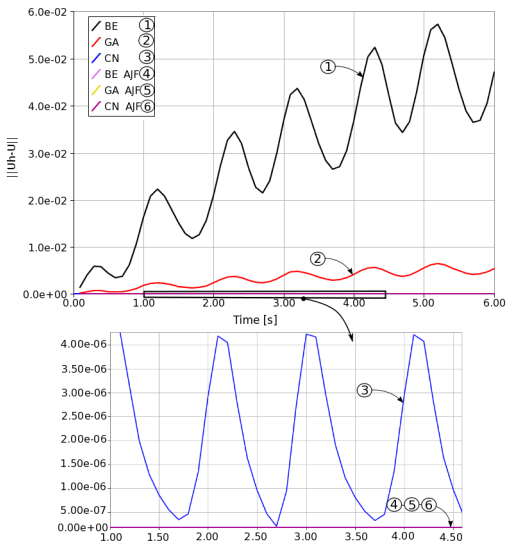
La malla en distintos instantes de tiempo



La solución con $\theta = 1$. Resultado.

VALIDACIÓN DE AJF

El error introducido en función del tiempo



FSI: IGNICIÓN DE UN MOTOR COHETE.

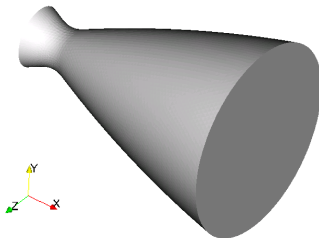
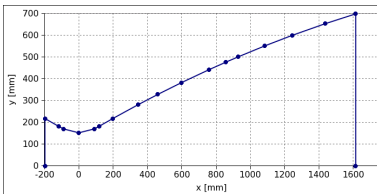
Los módulos y técnicas descritas hasta aquí serán empleadas para obtener las deformaciones en la tobera de un motor cohete durante su ignición. También se analizará el cambio en las frecuencias naturales debido a efectos de FSI.

REFERENCIAS:

- Taro Shimizu, *et al.*-Internal and External Flow of Rocket Nozzle. Journal of the Earth Simulator, 2008.
- Lefrancois, E.-Numerical validation of a stability model for a flexible over-expanded rocket nozzle, IJNMF, 2005.
- Ten-See Wang.-Transient Three Dimensional Analysis of Side Load in Liquid Rocket Engine Nozzle, AIAA, 2004.
- Lefrancois, E. *et al.*-Fluid-Structure interaction with application to rocket engines. IJNMF,1999.

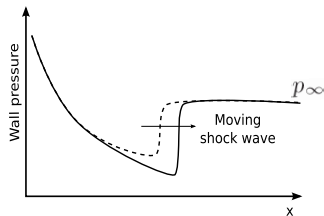
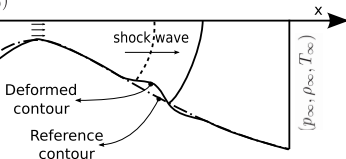
FSI: IGNICIÓN DE UN MOTOR COHETE.

Geometría 3D:



Deformación esquemática

Combustion
Chamber
(p_0, ρ_0, T_0)



FSI: IGNICIÓN DE UN MOTOR COHETE.

Los datos geométricos de la tobera son:

Longitud	Diam. garganta	Diam. salida	Rel. de áreas
1810 [mm]	304 [mm]	1396 [mm]	21.1

Propiedades de la estructura:

E	ν	ρ_s	Espesor
$2.07 \cdot 10^{10}$ [N/m ²]	0.28	8400 [kg/m ³]	0.015 [m]

Propiedades del fluido:

R	γ	ρ_∞	T_∞	p_∞
287 [J/kg K]	1.40	1.225 [kg/m ³]	288 [K]	101253 [Pa]

Condiciones en la cámara de combustión son:

p_0	ρ_0	T_0
26 [MPa]	306.25 [kg/m ³]	299 [K]

FSI: IGNICIÓN DE UN MOTOR COHETE.

Los datos geométricos de la tobera son:

Longitud	Diam. garganta	Diam. salida	Rel. de áreas
1810 [mm]	304 [mm]	1396 [mm]	21.1

Propiedades de la estructura:

E	ν	ρ_s	Espesor
$2.07 \cdot 10^{10}$ [N/m ²]	0.28	8400 [kg/m ³]	0.015 [m]

Propiedades del fluido:

R	γ	ρ_∞	T_∞	p_∞
287 [J/kg K]	1.40	1.225 [kg/m ³]	288 [K]	101253 [Pa]

Condiciones en la cámara de combustión son:

p_0	ρ_0	T_0
26 [MPa]	306.25 [kg/m ³]	299 [K]

FSI: IGNICIÓN DE UN MOTOR COHETE.

Los datos geométricos de la tobera son:

Longitud	Diam. garganta	Diam. salida	Rel. de áreas
1810 [mm]	304 [mm]	1396 [mm]	21.1

Propiedades de la estructura:

E	ν	ρ_s	Espesor
$2.07 \cdot 10^{10}$ [N/m ²]	0.28	8400 [kg/m ³]	0.015 [m]

Propiedades del fluido:

R	γ	ρ_∞	T_∞	p_∞
287 [J/kg K]	1.40	1.225 [kg/m ³]	288 [K]	101253 [Pa]

Condiciones en la cámara de combustión son:

p_0	ρ_0	T_0
26 [MPa]	306.25 [kg/m ³]	299 [K]

FSI: IGNICIÓN DE UN MOTOR COHETE.

Los datos geométricos de la tobera son:

Longitud	Diam. garganta	Diam. salida	Rel. de áreas
1810 [mm]	304 [mm]	1396 [mm]	21.1

Propiedades de la estructura:

E	ν	ρ_s	Espesor
$2.07 \cdot 10^{10}$ [N/m ²]	0.28	8400 [kg/m ³]	0.015 [m]

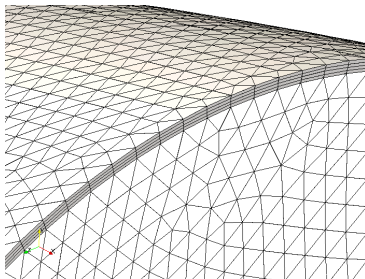
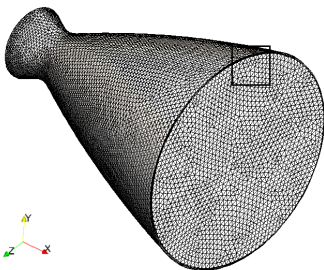
Propiedades del fluido:

R	γ	ρ_∞	T_∞	p_∞
287 [J/kg K]	1.40	1.225 [kg/m ³]	288 [K]	101253 [Pa]

Condiciones en la cámara de combustión son:

p_0	ρ_0	T_0
26 [MPa]	306.25 [kg/m ³]	299 [K]

FSI: IGNICIÓN DE UN MOTOR COHETE.



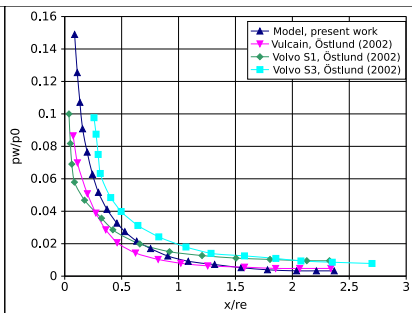
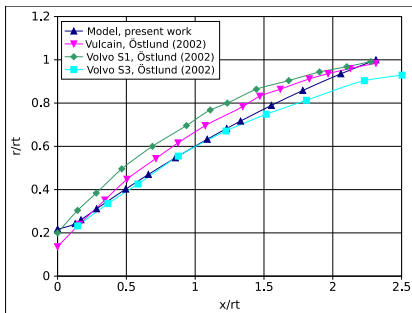
CONDICIONES DE BORDE:

- Fluido:
 - En la entrada se imponen los valores de estancamiento
 - Condición de borde absorbente en la salida.
 - Cond. slip en la interfaz : $(\mathbf{v} - \mathbf{v}_{str}) \cdot \hat{\mathbf{n}} = (\mathbf{v} - \mathbf{u}) \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0$.
- Estructura:
 - Se fijan los desplazamientos en la entrada.

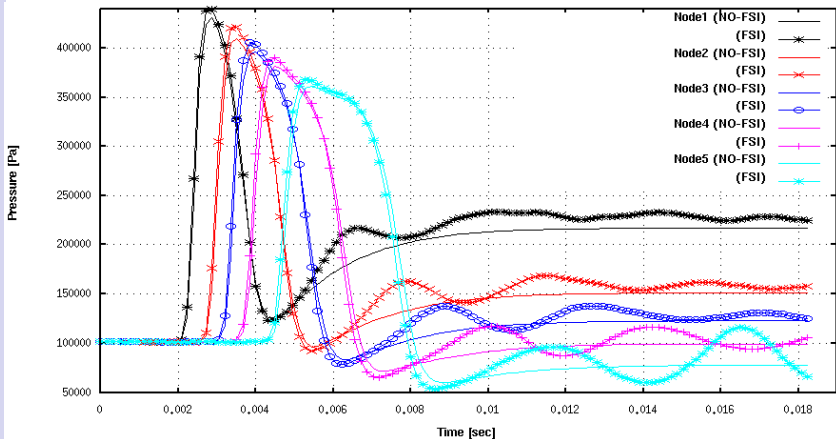
FSI: IGNICIÓN DE UN MOTOR COHETE.

Comparación de la distribución de presión en la pared

Nozzle	Vulcain	S1	S3
Rel. áreas (ϵ)	45	20	18.2
Longitud (L) [mm]	2065.5	350	528.2
Diam. garganta (D_t) [mm]	262.4	67.08	67.08
Diam. salida (D_e) [mm]	1760.2	300.0	286.5



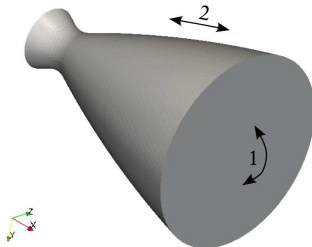
FSI: IGNICIÓN DE UN MOTOR COHETE.



Distribución de presión en la pared durante el encendido.
Comparación entre **NO-FSI** y **FSI** cases. (a) (b)

FRECUENCIAS NATURALES.

Modos a analizar

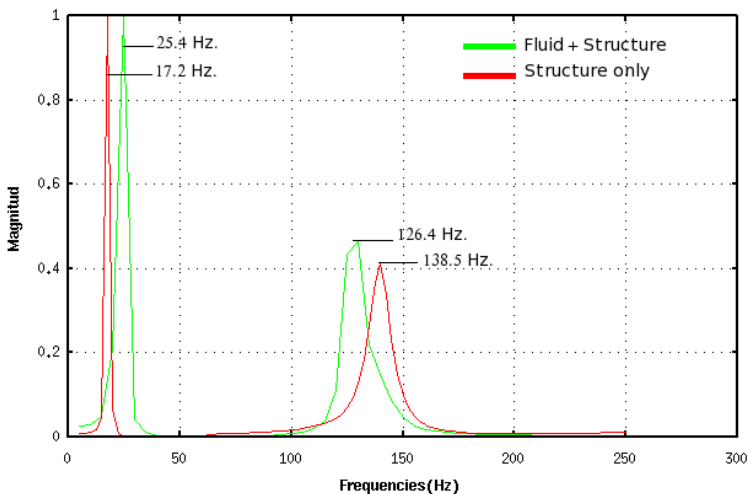


Frecuencias Naturales:

-	FFT [Hz.]	GEVP [Hz.]	Diff%
Modo 1	17.2	15.7	9.5
Modo 2	138.5	129.9	6.6

FRECUENCIAS NATURALES.

Espectro de los modos analizados



EXTENSIÓN A FLUJO INCOMPRESIBLES

Aprovechando las siguientes ventajas del esquema de acople particionado:

- La modularidad.
- El uso de solvers especializados.

Se acopla otro solver existente en PETScFEM para resolver fluidos viscosos e incompresibles.

Motivación:

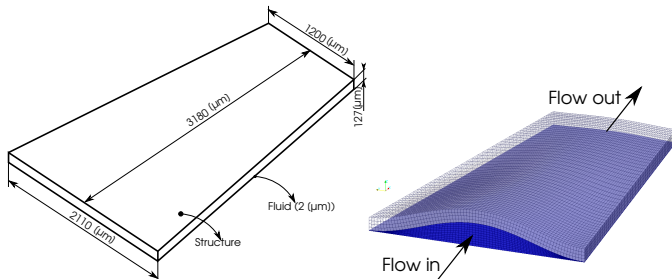
Realizar un trabajo colaborativo con el grupo LabBiomens(FI-UNER) , con el objetivo de realizar la caracterización de microválvulas, que están siendo desarrolladas por este grupo.

EXTENSIÓN A FLUJO INCOMPRESIBLES

Las microválvulas son dispositivos empleados para controlar la presión intraocular y pueden ser:

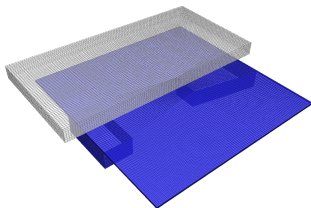
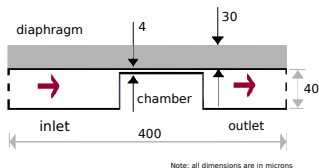
- Pasivas
- Activas

Microválvula pasiva (AGV[®]).



EXTENSIÓN A FLUJO INCOMPRESIBLES

Microválvula activa (LabBiomens).

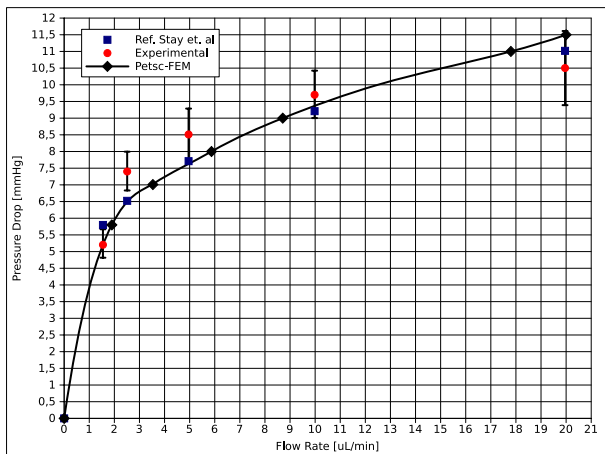


Proceso de caracterización:

- Pasivas:
 - ① Se impone una caída de presión a través de la válvula y se calcula el caudal ($Q(\Delta p)$).
- Activas:
 - ① Se impone una caída de presión a través de la válvula y se calcula el caudal ($Q(\Delta p)$).
 - ② Para una dada caída de presión se imponen diferentes desplazamientos de la membrana, simulando la activación de la misma ($Q(\varepsilon)$).

EXTENSIÓN A FLUJO INCOMPRESIBLES

La caracterización de la válvula pasiva se utilizó para verificar el correcto funcionamiento de la herramienta en este campo.



Cauda en función de la caída de presión.

EXTENSIÓN A FLUJO INCOMPRESIBLES

Funcionamiento Pasivo:

Presión	Desplazamiento	Caudal	Resistencia
[mmHg]	[μm]	[$\mu\text{l}/\text{min}$]	[mmHg · min/ μl]
15.00	0.024	0.54	13.08
22.50	0.049	1.12	12.96
30.00	0.074	1.72	12.80
37.50	0.100	2.32	12.72
45.00	0.125	2.94	12.59
60.00	0.176	4.20	12.38

Funcionamiento Activo:

Deformación actuador	Desplazamiento	Caudal	Resistencia
[%]	[μm]	[$\mu\text{l}/\text{min}$]	[mmHg · min/ μl]
0.00	0.024	0.54	13.08
0.30	2.67	1.34	5.22
0.40	3.57	1.73	4.05
0.50	4.50	2.19	3.20
1.00	9.32	5.80	1.21
2.00	18.90	19.44	0.36

FSI EMPLEADO
UNA
FORMULACIÓN
ALE

LUCIANO
GARELLI

INTRODUCCIÓN

ECUACIONES DE
GOBIERNO

MARCO DE
REFERENCIA
ALE

DISCRETIZACIÓN

ACOPLAMIENTO

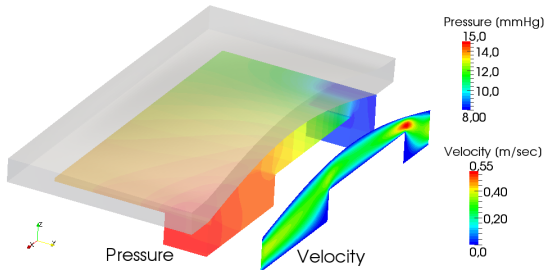
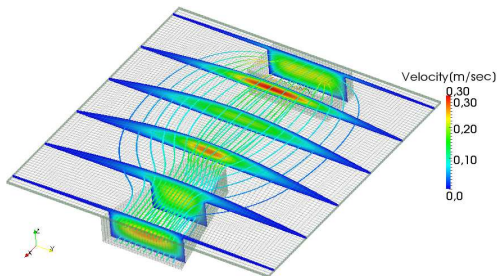
LEY DE
CONSERVACIÓN
GEOMÉTRICA

SIMULACIONES
NUMÉRICAS

EXTENSIÓN A
FLUJO
INCOMPRESIBLES

CONCLUSIONES

EXTENSIÓN A FLUJO INCOMPRESIBLES



FSI EMPLEADO
UNA
FORMULACIÓN
ALE

LUCIANO
GARELLI

INTRODUCCIÓN

ECUACIONES DE
GOBIERNO

MARCO DE
REFERENCIA
ALE

DISCRETIZACIÓN

ACOPLAMIENTO

LEY DE
CONSERVACIÓN
GEOMÉTRICA

SIMULACIONES
NUMÉRICAS

EXTENSIÓN A
FLUJO
INCOMPRESIBLES

CONCLUSIONES

Conclusiones

OBJETIVO GENERAL

Desarrollar y validar una herramienta computacional que permita la simulación de problemas de interacción fluido-estructura utilizando módulos especializado existentes en PETScFEM, haciendo foco en el algoritmo de acopla, el cual es un punto crítico en esquemas particionados.

La utilización de estos módulos especializado permiten resolver grandes sistema lineales mediante el uso de cálculo distribuido.

OBJETIVOS PARTICULARES

- 1 Analizar el rol del predictor estructural en el algoritmo de acople, con el fin de evitar inestabilidades numéricas, principalmente en el caso acoplamiento débil.
- 2 Realizar diversas pruebas numéricas para verificar los módulos existentes y el algoritmo de acople.
- 3 Analizar la transferencia de energía a través de la interfaz fluido-estructura.
- 4 Estudiar de manera detallada la transformación de las ecuaciones a un marco de referencia ALE, haciendo hincapié en la Ley de Conservación Geométrica.
- 5 Realizar las modificaciones pertinentes a los términos de estabilización para adecuarlos a un marco de referencia ALE.

CONTRIBUCIONES ORIGINALES

- 1 Desarrollar, implementar y validar una nueva metodología para obtener una formulación que satisfaga la DGCL, en el contexto del MEF para sistemas advectivos-difusivos generales en un marco de referencia ALE, minimizando la modificación del código y el costo computacional.
- 2 Extender esta formulación para utilizar como integrador temporal el esquema BDF de tres puntos, ampliando el espectro de posibles problemas a resolver.
- 3 Realizar la simulación numérica del proceso de ignición de un motor cohete, analizando la respuesta estructural bajo desplazamientos laterales y axiales, para determinar el corrimiento en las frecuencias naturales debido al acoplamiento fluido-estructura.
- 4 El uso del código en la simulación de microválvulas, abriendo un nuevo espectro de problemas a ser abordados.

Durante el trabajo en la presente tesis se han publicado los siguientes artículos:

- **Garelli, L.; Paz, R. R.; Storti, M.;** Fluid-Structure interaction study of the start-up of a rocket engine nozzle. *Computers & Fluids*, 39 (2010) 1208-1218.
- **Paz, R. R.; Storti, M.; Garelli, L.;** Local Absorbent Boundary Condition for Nonlinear Hyperbolic Problems with Unknown Riemann Invariants. *Computers & Fluids*, 40 (2010) 52-67.
- **Storti, M.; Garelli, L.; Paz, R. R.;** A Finite Element Formulation Satisfying the Discrete Geometric Conservation Law Based on Averaged Jacobians. *IJNMF. En prensa*
- **Sassetti, F.; Guarnieri, F.A.; Garelli, L.; Storti, M.A.;** Characterization and Simulation of an Active Microvalve for Glaucoma. *CMBBE. En prensa*

Además del siguiente capítulo de libro:

- **Garelli, L.; Paz, R.R.; Castro, H.G.; Storti, M.A.; Dalcín, L.D.** Fluid Structure Interaction and Galilean Invariance. Computational Fluid Dynamics: Theory, Analysis and Applications. *Nova Science Publishers, Inc.*. 2011. Pag.1 - 40. ISSN(978-1-61209-276-8)

TRABAJOS FUTUROS

- 1 Continuar el desarrollo en lo referente a problemas con flujos incompresibles, logrando así un herramienta computacional completa.
- 2 Estudiar el efecto de masa agregada y el impacto en la estabilidad.
- 3 Analizar la posibilidad de usar mallas no conformes en la interfaz fluido-estructura.

FSI EMPLEADO
UNA
FORMULACIÓN
ALE

LUCIANO
GARELLI

INTRODUCCIÓN

ECUACIONES DE
GOBIERNO

MARCO DE
REFERENCIA
ALE

DISCRETIZACIÓN

ACOPLAMIENTO

LEY DE
CONSERVACIÓN
GEOMÉTRICA

SIMULACIONES
NUMÉRICAS

EXTENSIÓN A
FLUJO
INCOMPRESIBLES

CONCLUSIONES

Agradecimientos.

FSI EMPLEADO
UNA
FORMULACIÓN
ALE

LUCIANO
GARELLI

INTRODUCCIÓN

ECUACIONES DE
GOBIERNO

MARCO DE
REFERENCIA
ALE

DISCRETIZACIÓN

ACOPLAMIENTO

LEY DE
CONSERVACIÓN
GEOMÉTRICA

SIMULACIONES
NUMÉRICAS

EXTENSIÓN A
FLUJO
INCOMPRESIBLES

CONCLUSIONES

Gracias por su atención.