

INFLUENCIA DE LA CONDICION DE BORDE EN EL ANALISIS DINAMICO DE INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA

Abel C. Jacinto, Ricardo D. Ambrosini, Rodolfo F. Danesi

Instituto de Estructuras “Arturo M. Guzmán”
Universidad Nacional de Tucumán
Av. Roca 1800, 4000 S. M. de Tucumán, Argentina
e-mail: labest@herrera.unt.edu.ar, web page: <http://www.herrera.unt.edu.ar/iest>

Key words: Interacción suelo-estructura, dinámica, sistemas infinitos, elementos finitos

Resumen. *La interacción dinámica entre una estructura y el suelo que la soporta puede tener un efecto importante en la respuesta de la estructura bajo excitación sísmica, cargas de viento u otras cargas dinámicas. El objetivo fundamental del análisis de interacción suelo-estructura es determinar la respuesta dinámica de una estructura y de una porción del suelo que la rodea, teniendo en cuenta la región de suelo que no se incluye en el modelo. Para realizar el análisis numérico se define el llamado horizonte de interacción, el cual representa las características significantes del suelo localizado en el exterior de este borde. En función de la localización de este horizonte los métodos de cálculo se pueden clasificar en directos o de subestructura. En el primer caso la posición del horizonte de interacción debe ser tal que se eviten las reflexiones de las ondas que se propagan hacia afuera del sistema. En el segundo el horizonte de interacción puede coincidir con la interfase suelo-estructura o puede incluir parte del suelo que rodea a la misma.*

El objetivo del trabajo es comparar los resultados del desplazamiento vertical de una base circular apoyada en un semi-espacio elástico cuando se utilizan diferentes condiciones de sustentación en el borde de interacción con la solución analítica del problema desarrollada por Reissner.

Para tal fin se realiza un análisis numérico utilizando el programa ABAQUS. Los resultados obtenidos permiten cuantificar las diferencias que se obtienen al aplicar los distintos métodos para representar el suelo fuera de la región que se modela, como así también el costo computacional en cada caso.

1 INTRODUCCION

En general las estructuras solicitadas dinámicamente interactúan con el suelo donde están apoyadas, por lo cual este último se debería tener en cuenta en el análisis. Uno de los métodos más utilizados en la actualidad para abordar la solución de problemas estructurales es el de elementos finitos. El suelo es un medio semi-infinito y es imposible modelar dicho dominio con un número finito de elementos finitos. Por lo tanto se introduce un borde artificial en el cual se deben formular adecuadas condiciones de borde para representar el suelo que no se considera en el modelo. Además de modelar su rigidez, se deben evitar las reflexiones de las ondas que se propagan hacia afuera. La localización del borde artificial es función del nivel de amortiguamiento material del suelo, el rango de frecuencia de interés, la velocidad de onda, y la duración de la excitación. El objetivo fundamental del análisis de interacción suelo-estructura es determinar la respuesta dinámica de una estructura y de una porción del suelo que la rodea, teniendo en cuenta la radiación de energía de las ondas que se propagan en la región de suelo que no se incluye en el modelo.

Las condiciones de borde que se utilizan sobre el borde ficticio se pueden dividir en tres grupos^{1,2}. Se pueden utilizar *bordes elementales*. En este caso se trunca la malla de suelo y se impone desplazamiento cero o fuerzas de superficies nulas. Ellos actúan como reflectores perfectos para las ondas que alcanzan el borde artificial, no transmitiendo o absorbiendo energía. Esto puede conducir a resultados muy alejados de la realidad. Una forma de mejorar el comportamiento es aumentar en forma artificial el amortiguamiento material del suelo³.

Otro grupo lo constituyen los *bordes locales*. Generalmente en cada nodo y para cada grado de libertad, estos bordes consisten de amortiguadores viscosos⁴, en el caso más general con una rigidez dinámica dependiente de la frecuencia, que se puede interpretar como un resorte y un amortiguador. El valor del coeficiente de amortiguamiento depende del tipo de onda que se analiza y del ángulo de incidencia de la onda¹, razón por la cual en general este tipo de elementos no absorbe completamente las ondas incidentes. Dentro de este grupo se pueden incluir también los elementos infinitos.

Por último, otra forma de considerar el suelo que no se incluye en el modelo de elementos finitos es utilizando *bordes consistentes*. Estos bordes pueden absorber perfectamente todos los tipos de ondas y con diferentes ángulos de incidencia sobre el borde. Todos los grados de libertad están acoplados sobre el borde artificial. La relación fuerza-desplazamiento sobre un borde consistente es dependiente de la frecuencia y se lo puede materializar por un sistema acoplado resorte-amortiguador⁵ con coeficientes dependientes de la frecuencia. Como los bordes consistentes transmiten perfectamente todas las ondas que pueden ocurrir en el suelo, ellos se pueden colocar en correspondencia con la interfase estructura-suelo.

Diferentes investigadores han determinado la solución analítica para la vibración de una placa sometida a la acción de una carga periódica apoyada sobre un semi-espacio elástico, isótropo y homogéneo^{6,7,8}. Existen estudios que analizan la influencia de las propiedades geométricas y materiales del suelo y de la base y de distribución de la carga sobre la vibración vertical de fundaciones flexibles⁹.

En el presente trabajo se plantea un modelo de elementos finitos para una región de suelo utilizando el programa ABAQUS¹⁰ y se analiza el comportamiento para diferentes tipos de sustentación utilizados en la práctica, aplicados en el borde ficticio. El objetivo es, a partir de la comparación de los resultados numéricos con los resultados teóricos, estudiar la influencia del tipo de sustentación elegido y de la ubicación del borde ficticio.

2 DESCRIPCION DEL PROBLEMA

El problema que se analiza en este trabajo (Figura 1) es el de la vibración de una placa circular de radio r_0 apoyada en el suelo y sometida a la acción de una presión vertical uniformemente distribuida. El suelo se considera como un medio semi-infinito elástico, homogéneo e isótropo o lo que se denomina *semiespacio elástico*. Las propiedades materiales necesarias para describir este medio son el módulo de corte G , el coeficiente de Poisson ν y la densidad de masa ρ .

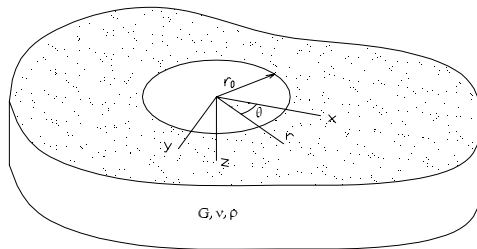


Figura 1: Esquema del problema analizado

2.1 Solución analítica

Considerando el suelo como un semi-espacio elástico, Reissner⁸ desarrolló una solución analítica para el desplazamiento vertical z_0 que se produce en el centro de una región circular de radio r_0 solicitada por una presión periódica uniformemente distribuida. La forma de la carga es

$$P(t) = \frac{P_0}{\pi r_0^2} \exp(i \omega t) \quad (1)$$

donde P_0 es la carga total aplicada y ω es la frecuencia circular de la carga. El desplazamiento se expresa como

$$z_0(t) = \frac{P_0 \exp(i \omega t)}{G r_0} [f_1 + i f_2] \quad (2)$$

con G el módulo de corte del semiespacio. Las funciones f_1 y f_2 son funciones reales^{6,7,8} que dependen del coeficiente de Poisson ν y de la frecuencia adimensional a_0 definida como

$$a_0 = \omega r_0 \sqrt{\frac{\rho}{G}} \quad (3)$$

con ρ la densidad de masa del suelo.

2.2 Solución numérica

Para realizar el análisis numérico de este problema se utilizó el programa de elementos finitos ABAQUS. Se utilizaron tres modelos denominados Modelo 1, Modelo 2 y Modelo 3, con diferentes distancias entre el borde ficticio y la zona cargada. Para cada modelo se consideraron diferentes condiciones de sustentación sobre el borde ficticio. Se utilizaron elementos axialsimétricos de cuatro nodos, ya que el problema posee simetría de forma y carga. La integración paso a paso en el tiempo se realizó con un método implícito.

Las dimensiones máximas de los elementos finitos utilizados en los modelos cumplen la condición dada por Lysmer⁴ de que la relación entre la longitud del lado del elemento más grande del modelo dividida por la menor longitud de onda que se propaga en el sistema es menor que 1/12.

2.3 Condiciones de sustentación en el borde ficticio

Las condiciones de sustentación que se utilizaron en el borde ficticio en cada uno de los modelos analizados son bordes apoyados, elementos infinitos y bordes viscosos (amortiguadores).

En el caso de elementos infinitos, se utilizan elementos axialsimétricos cuya formulación incorpora bordes viscosos en la zona de transición entre la malla de elementos finitos e infinitos¹⁰.

En el caso de los bordes viscosos se utilizaron elementos ubicados en dirección normal y en dirección tangencial al borde. La forma general de formular las constantes de los amortiguadores para este tipo de bordes es

$$\begin{aligned} c_n &= a \rho c_p \\ c_t &= b \rho c_s \end{aligned} \quad (4)$$

donde c_n y c_t son las constantes de los amortiguadores en dirección normal y tangencial al borde, respectivamente, y c_p y c_s son las velocidades de las ondas P y S , respectivamente, dadas por

$$\begin{aligned} c_p^2 &= \frac{\lambda + 2G}{\rho} \\ c_s^2 &= \frac{G}{\rho} \end{aligned} \quad (5)$$

con λ la constante de Lamé. A partir del análisis entre la relación de energía que arriba al borde ficticio y la que es absorbida por los bordes viscosos, se establece que para el caso general, valores de los parámetros a y b en la ec. (5) iguales a 1 conducen a bordes viscosos con alto grado de absorción de las ondas que llegan al mismo^{1,4}. Por lo tanto, las constantes de los amortiguadores están dadas por:

$$\begin{aligned} c_n &= \rho c_p \\ c_t &= \rho c_s \end{aligned} \tag{6}$$

Sin embargo, se debe tener en cuenta que los bordes viscosos que se formulan de esta forma sólo son capaces de absorber completamente las ondas que arriban al borde ficticio en forma perpendicular, por lo cual la eficacia de estos bordes será función de la orientación relativa entre el borde ficticio y el frente de onda.

Un aspecto importante del problema de la vibración de una placa circular sobre un semi-espacio homogéneo es que en el mismo predominan las ondas de tipo Rayleigh⁸. Para los casos de vibraciones armónicas es posible diseñar los bordes viscosos de forma que absorban completamente este tipo de ondas⁴. En este caso los valores de las constantes c_n y c_t de los bordes viscosos varían con la distancia vertical z al borde libre y con la frecuencia ω de la carga. Para las características materiales y frecuencia de la carga usadas en este trabajo, la Figura 2 muestra la variación de dichos coeficientes con la profundidad z .

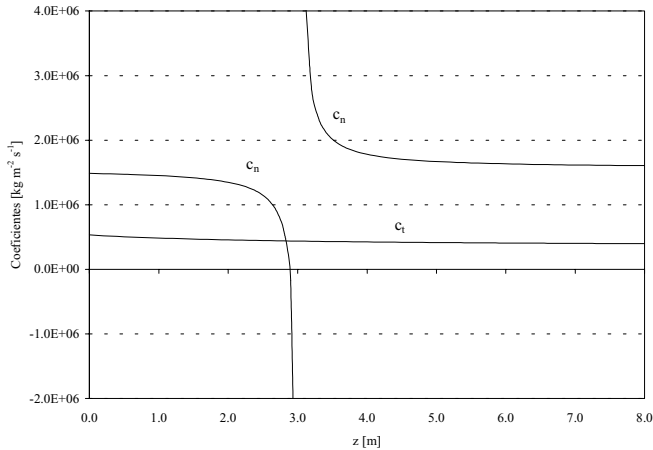


Figura 2: Variación de los coeficientes c_n y c_t

En la figura se observa que el coeficiente c_n tiende a un valor infinito para el valor de z donde se anula el desplazamiento horizontal originado por las ondas de Rayleigh, lo cual indicaría que se requiere un amortiguador de rigidez infinita para anular dicho desplazamiento.

3 ANALISIS NUMERICO

3.1 Definición de la geometría y del material

En la Figura 3(a) se observa la geometría del Modelo 1 para el caso de apoyos fijos y amortiguadores sobre el borde ficticio, mientras que la Figura 3(b) es el mismo modelo pero para el caso de elementos infinitos. El Modelo 2 es una malla de 2 x 2 m. y el Modelo 3 (Figura 4) de 3 x 3 m. El objetivo de utilizar estos tres modelos es analizar la influencia en los resultados de la distancia entre el borde ficticio y la ubicación de la zona donde se produce la excitación.

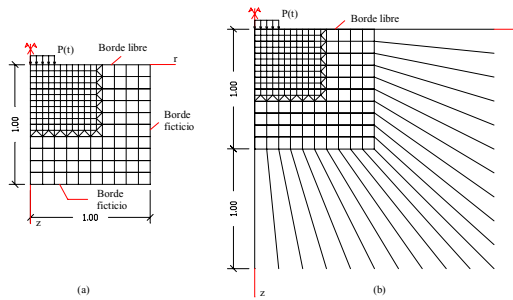


Figura 3: Malla de elementos finitos. Modelo 1

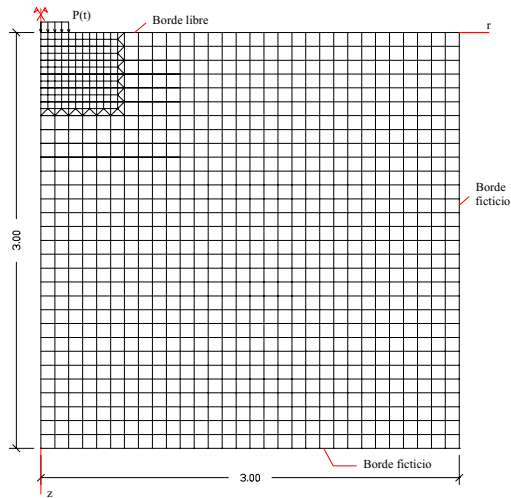


Figura 4: Malla de elementos finitos. Modelo 3

Se ha utilizado un material elástico lineal con un módulo de corte $G = 75 \text{ MN m}^{-2}$ y un coeficiente de Poisson $\mu = 0.3$. Se considera amortiguamiento proporcional en el suelo. El valor de la amplitud de la carga uniforme variable en el tiempo es de 100 kN. Se analizaron 1000 incrementos de tiempo de 0.0001 s.

3.2 Excitación dinámica

En el análisis numérico se consideró la siguiente carga armónica

$$P(t) = \frac{P_0}{\pi r_0^2} \text{sen}(\varpi t) \quad (7)$$

En este caso $\varpi = 20\pi \text{ Hz}$ y la solución de Reissner correspondiente es

$$z_0(t) = \frac{P_0}{G r_0} f_1 \text{sen}(\varpi t) \quad (8)$$

3.3 Resultados numéricos

Se muestran a continuación los resultados correspondientes al desplazamiento vertical del punto ubicado sobre el eje de simetría en correspondencia con el borde libre. Los resultados numéricos se comparan con los resultados analíticos que se obtienen a partir de la ec. (2).

En la Figura 5 se observan los resultados numéricos en el caso del Modelo 1 para las diferentes condiciones sobre el borde ficticio.

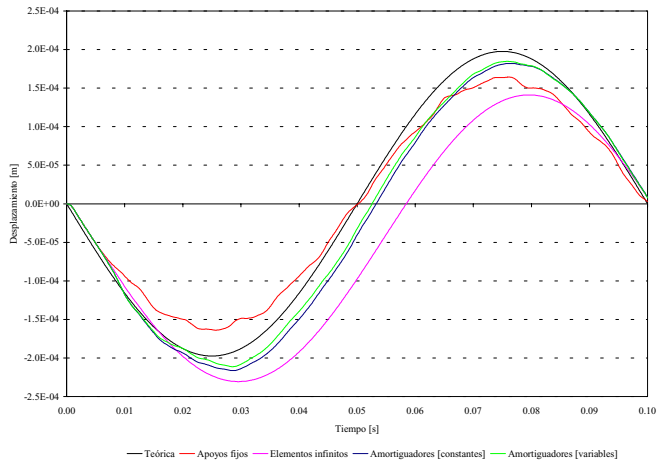


Figura 5: Desplazamiento vertical. Modelo 1

Se deduce que el en caso correspondiente a apoyos fijos en el borde ficticio las diferencias entre el máximo positivo y negativo respecto de los valores teóricos son similares, con valores absolutos menores que los obtenidos a partir de la ec. (2). En el caso de elementos infinitos es donde se registran las mayores discrepancias con la solución analítica. Por último, tanto para el caso de amortiguadores con coeficientes constantes o variables los resultados difieren por exceso o defecto del valor teórico. Es importante destacar que en los casos de elementos infinitos y amortiguadores la respuesta presenta un movimiento de cuerpo rígido superpuesto a la respuesta dinámica, situación que no se produce para el caso de apoyos fijos.

Las diferencias entre los valores máximos de desplazamiento correspondientes al Modelo 1 y la solución analítica se muestran en la Tabla 1.

Caso	Diferencias [%]	
	Mínimo	Máximo
Apoyos fijos	17.0	16.8
Elementos infinitos	-16.8	28.6
Amortiguadores constantes	-9.6	7.9
Amortiguadores variables	-7.0	6.5

Tabla 1: Diferencias para el Modelo 1

Las curvas resultantes para el Modelo 2 se indican en la Figura 6. Nuevamente en este caso se han considerado las mismas variantes en las condiciones de sustentación que en el caso anterior.

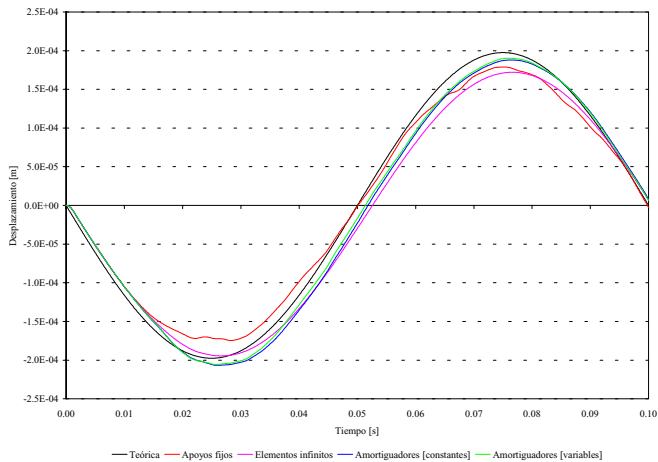


Figura 6: Desplazamiento vertical. Modelo 2

El análisis de los resultados permite observar que se produce una mejora en los mismos para los diferentes tipos de apoyos ensayados. En el caso de apoyos fijos el comportamiento es similar al caso del Modelo 1, pero los resultados se acercan más a la respuesta teórica. En el caso de elementos infinitos se continua manifestando la presencia de un movimiento de cuerpo rígido superpuesto a la respuesta dinámica. Por último, en la alternativa de amortiguadores, si bien los resultados para este modelo mejoran respecto al anterior, la solución es por exceso durante el primer semiciclo de carga y por defecto en el segundo semiciclo.

En la Tabla 2 se indican las diferencias entre los máximos obtenidos analíticamente y numéricamente.

Caso	Diferencias [%]	
	Mínimo	Máximo
Apoyos fijos	11.6	9.4
Elementos infinitos	1.5	12.9
Amortiguadores constantes	-4.7	4.8
Amortiguadores variables	-4.1	3.7

Tabla 2: Diferencias para el Modelo 2

Por último se observan en la Figura 7 los resultados correspondientes al Modelo 3.

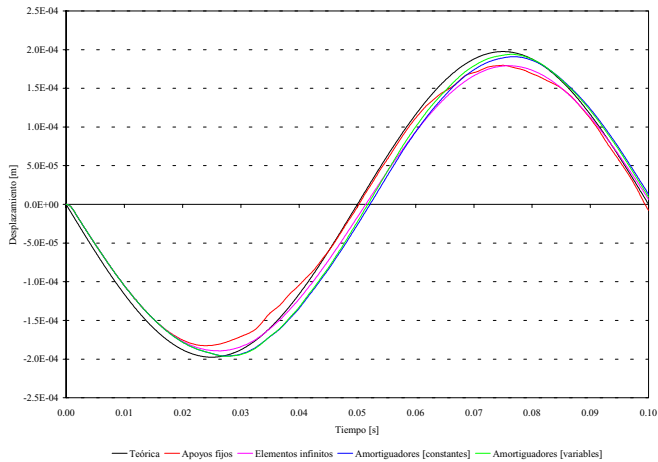


Figura 7: Desplazamiento vertical. Modelo 3

Para este modelo las curvas resultantes en el caso de los amortiguadores se aproximan muy bien a la respuesta teórica del problema. La respuesta para apoyos fijos se acerca más que en

los modelos anteriores a la solución que se obtiene a partir de la ec. (2). Respecto a la malla con elementos infinitos, aun se produce un movimiento de cuerpo rígido.

Las diferencias entre los valores máximos de desplazamiento correspondientes al Modelo 3 y la solución analítica se muestran en la Tabla 3.

Caso	Diferencias [%]	
	Mínimo	Máximo
Apoyos fijos	7.5	9.0
Elementos infinitos	4.2	9.3
Amortiguadores constantes	0.8	3.3
Amortiguadores variables	0.6	1.8

Tabla 3: Diferencias para el Modelo 3

En las gráficas anteriores se puede observar que la separación de la curva solución para el caso de bordes apoyados respecto de las correspondientes a los otros tipos de sustentación analizadas se produce en el momento en que arriba el frente de ondas P a la posición que se analiza luego de haberse reflejado en el borde ficticio. En la Figura 8 se muestra esta situación para el caso del Modelo 1.

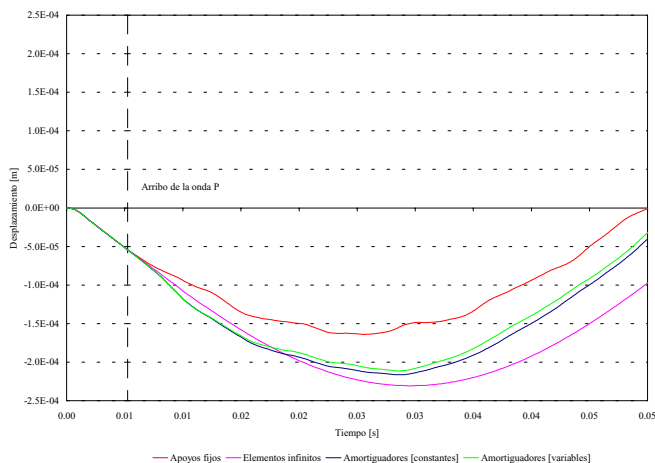


Figura 8: Arribo de la onda P al punto de análisis

En la Tabla 4 se indican los tiempos de cálculo necesarios para resolver los diferentes ejemplos que se estudiaron en este trabajo. Los cálculos se realizaron con procesador Pentium II de 350 MHz.

Caso	Tiempo [min.]		
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
Apoyos fijos	13.7	20.5	32.3
Elementos infinitos	14.8	22.0	34.3
Amortiguadores constantes	14.7	22.8	36.9
Amortiguadores variables	14.8	26.1	40.7

Tabla 4: Tiempos de cálculo para cada modelo y tipo de apoyo analizado

Como se observa en la tabla anterior se produce un importante incremento en el tiempo de cálculo a medida que crece el tamaño del modelo analizado. Es importante destacar que el problema se ha resuelto considerando un comportamiento elástico lineal del material.

4 CONCLUSIONES

En análisis de los resultados anteriores permiten concluir lo siguiente:

1) En general, como es lógico y reconocido en la literatura, los resultados que se obtienen para los distintos modelos analizados mejoran a medida que aumenta el tamaño del modelo y con esto la distancia entre la zona donde se encuentra la carga y la posición del borde ficticio.

2) Los resultados que se obtienen para apoyos fijos en el borde ficticio mejoran a medida que se incrementa el tamaño de la malla. Sin embargo para la malla más grande (Modelo 3) presentan una diferencia en promedio del 8% respecto a la solución teórica.

3) En el caso de elementos infinitos, las curvas de desplazamiento en todos los modelos analizados indican la presencia de un movimiento de cuerpo rígido superpuesto a la respuesta dinámica del sistema. Esto indica que el tipo de elementos infinitos implementados en el programa ABAQUS, no es adecuado para problemas dinámicos. Existen en la literatura formulaciones de elementos infinitos más sofisticadas, tanto de declinación exponencial como elementos mapeados que deberían mejorar sustancialmente las predicciones obtenidas.

4) Los valores de desplazamiento vertical del Modelo 3, en el caso de amortiguadores con coeficientes constantes sobre el borde ficticio vertical presentan una diferencia respecto al valor teórico del 2% en promedio y del 1.2% en promedio para el caso de amortiguadores donde el coeficiente de amortiguamiento depende de la profundidad z y de la frecuencia.

5) Considerando la relación costo computacional-exactitud en la predicción, puede afirmarse que la utilización de amortiguadores sobre el borde ficticio es la alternativa que conduce a mejores resultados dentro de los sistemas analizados en este trabajo.

5 REFERENCIAS

- [1] J.P. Wolf, *Dynamic Soil-Structure Analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, (1985).
- [2] J.P. Wolf, *Soil-Structure-Interaction Analysis in Time Domain*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, (1988).
- [3] J.P. Wolf and Ch. Song, *Finite-Element Modelling of Unbounded Media*, John Wiley & Sons Ltd., (1996).
- [4] J. Lysmer and R.L. Kuhlemeyer, *Finite Dynamic Model for Infinite Media*, J. Engineering

- Mechanics Division, ASCE, Vol. 95, No. EM4, Proc. Paper 6719, pp. 859-877 (1969).
- [5] A. Paronesso and J.P. Wolf, *Global Lumped-parameter Model with Physical Representation for Unbounded Medium*, Earthquake eng. Struct. Dyn., John Wiley & Sons, Vol. 24, No. 5, pp. 637-654, (1995).
- [6] T.Y. Sung, *Vibrations in Semi-infinite Solids due to Periodic Surface Loading*, Symposium on Dynamic Testing of Soils, ASTM-STP, No. 156, pp. 35-64, (1953).
- [7] R.N. Arnold, G.N. Bycroft, G.B. Warburton, *Forced Vibrations of a Body on an Infinite Elastic Solid*, J. Applied Mechanics, Trans. ASME, Vol. 77, pp. 391-401, (1955).
- [8] F.E. Richard, J.R. Hall, R.D. Woods, *Vibrations of Soils and Foundations*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, (1970).
- [9] N. Gucunski and R. Peek, *Parametric Study of Vertical Vibrations of Circular Flexible Foundations on Layered Media*, Earthquake eng. Struct. Dyn., John Wiley & Sons, Vol. 22, pp. 685-694, (1993).
- [10] *ABAQUS/STANDARD Version 6.1*, Hibbitt, Karlsson & Sorensen, (2000).