

DETERMINACIÓN NUMÉRICA DE LA VELOCIDAD DE SUSTENTACIÓN DE UN GRANO DE SOJA EN UN CONDUCTO VERTICAL

M. Medina^a, M. Mattara^b, R. Ponso^b.

^a Consejo de Investigaciones. Universidad Nacional de Rosario. Escuela de Formación Básica. Fac. de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. UNR. Pellegrini 250. (2000) Rosario. Argentina.

mmedina@fceia.unr.edu.ar.

^b Escuela de Ingeniería Mecánica. Fac. de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. UNR. Beruti 2109, (2000) Rosario, Argentina. geminini@fceia.unr.edu.ar

Palabras clave: grano de soja, flujo de aire, velocidad de sustentación, modelización numérica.

Resumen: En el diseño de maquinarias e instalaciones agrícolas, el transporte neumático de cereales proporciona interesantes soluciones cuando se tienen espacios reducidos. Para este diseño es imprescindible determinar la velocidad de sustentación de los granos. En el presente trabajo se calcula numéricamente la velocidad de sustentación de un grano de soja considerada como un cuerpo sólido (un elipsoide de revolución) rígido cuando es introducido en una corriente de aire tridimensional turbulenta vertical. Para ello se llevan a cabo simulaciones numéricas con un algoritmo iterativo, dentro del cual se utiliza un programa profesional de elementos finitos que calcula las velocidades y presiones del aire en el conducto modelizado. El empuje obtenido por la presión del aire debe ser mayor al peso del grano. Se determina la velocidad mínima de sustentación del aire en función del ángulo del eje principal con la horizontal. Se realizan comparaciones con los valores publicados obtenidos experimentalmente.

1 INTRODUCCIÓN

En el transporte neumático de granos, cuando existen velocidades relativas entre el grano y el aire circundante, una fuerza de arrastre es ejercida sobre el grano por el aire. Si el aire y el grano poseen una velocidad vertical hacia arriba, la fuerza de arrastre actuante sobre la partícula supera la fuerza del peso. Cuando la fuerza de arrastre está en equilibrio con la fuerza gravitacional, la velocidad del aire es llamada velocidad de sustentación. Un ligero incremento en esta velocidad de aire tendrá como consecuencia el movimiento hacia arriba del grano.

La velocidad de sustentación y el coeficiente de arrastre son las características más importantes para el diseño de los equipos de limpieza, manipuleo, aireación, almacenado y procesamiento de los granos con instalaciones neumáticas. Estas instalaciones tienen la ventaja de la simplicidad de sus elementos por un lado y por otro minimizan el daño en el grano si son correctamente diseñadas.

En particular la velocidad de sustentación es utilizada para el cálculo de la velocidad de los granos en conductos verticales (Raheman and Jindal, 2001). En la bibliografía existente se encuentran trabajos de índole experimental para la determinación de esta velocidad como por ejemplo el trabajo de Raheman and Jindal (2003), en arroz; Raheman and Jindal (2001), en soja y arroz; Fernando and Hanna (2005), en soja; Kilickan and Güner (2006), en semillas de algodón y Güner (2007), en trigo, cebada, girasol y lentejas.

En cuanto a los trabajos de modelización y simulación numérica podemos citar algunos modelos matemáticos de los últimos años que fueron propuestos por Vu-Quoc et al (2000) donde analiza el transporte de partículas elipsoidales en conductos de forma de paralelepípedo y Gorham and Salman (2005) que estudia el acarreo neumático en conductos horizontales de partículas esféricas. Este último autor determina previamente un campo de flujo (bidimensional) en un conducto de fronteras rectas y paralelas, luego calcula el empuje que se produce en una esfera en función del coeficiente de arrastre.

Sin embargo, los trabajos existentes no proporcionan suficientes elementos como para determinar las fuerzas de empuje actuando sobre los granos en general. En este punto es que surge la necesidad de desarrollar nuevas herramientas de análisis y cálculo con el objetivo de determinar velocidades de arrastre

La disponibilidad de estos programas basados en algoritmos confiables podrá ser utilizada como una herramienta en desarrollos tecnológicos que tengan como premisas tanto la disminución del costo de energía utilizada y de los costos generales como la minimización del daño por impacto en las semillas transportadas.

El objetivo del presente trabajo es determinar las velocidades de sustentación en granos de soja en un conducto vertical. Se obtendrá una curva relacionada con la posición del grano en la corriente de aire que permite obtener la velocidad de sustentación.

Mediante el uso de un programa que utiliza el método de elementos finitos se determinan las velocidades y las presiones actuando sobre el grano, que permiten calcular la fuerza de sustentación mediante un estudio dinámico. Para la primer parte se utiliza un programa profesional de elementos finitos. Para el análisis dinámico se desarrolló un código propio que calcula la fuerza actuando sobre el grano a partir de realizar una integración numérica de las presiones sobre la misma.

2 MODELIZACIÓN

Se considera el caso de un flujo vertical con velocidad constante en un conducto ideal de sección circular de 0.10 m de diámetro por 0.40 m de altura. El grano se coloca a 0.10 m de la base de ese conducto, coincidiendo su baricentro con el eje de simetría del mismo (Figura1). El grano de soja es considerada un elipsoide de revolución siendo el valor de sus tres semiejes 0,0027 m, 0,0027 m y 0,0033 m (Deshpande et al, 1993) y se toma como densidad de la misma 1200 kg m^{-3} .

La posición del eje mayor del elipsoide quedará fijado por el ángulo θ (theta) que es el formado entre el eje mayor y el eje horizontal x , como se muestra en la [Figura 2](#).

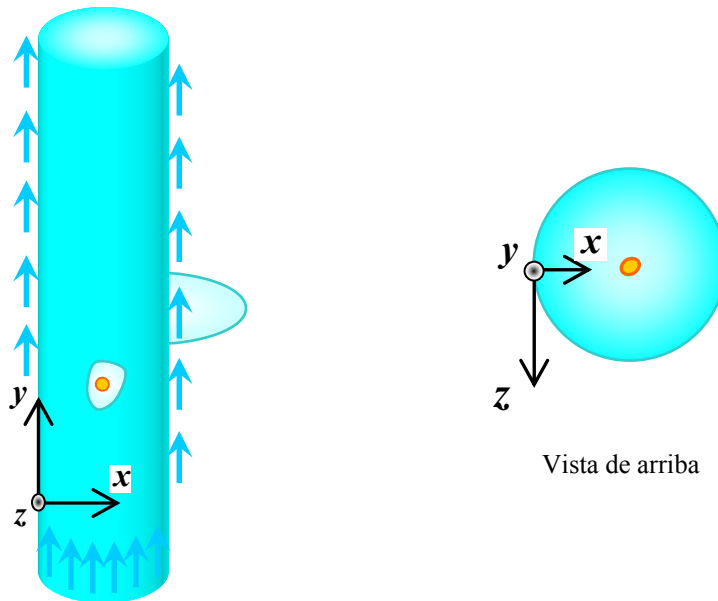


Figura 1: Axonometría y planta del sistema grano conducto considerado.

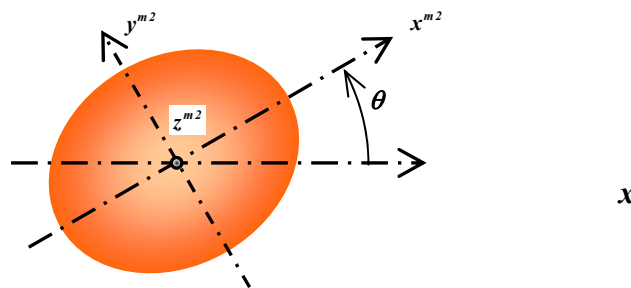


Figura 2: Posición relativa del grano de soja respecto del eje x .

Para hallar la fuerza resultante actuante sobre el grano se deben conocer las presiones sobre su superficie. Una primera modelización del flujo de aire proporcionará el campo de velocidades y presiones, luego a través de un programa desarrollado en Matlab versión 7 se calcula la fuerza de sustentación mediante la integración numérica de las presiones. Si la resultante es menor que el peso del grano se deberá incrementar la velocidad de ingreso del aire hasta que se supere el peso propio. Estas operaciones se realizan para diferentes ángulos θ . En la [Figura 3](#) se muestra un diagrama de trabajo que resume el método utilizado.

2.1 Modelización del flujo de aire

Para la simulación del flujo de aire en el conducto se utiliza un modelo tridimensional. Se plantean las ecuaciones de Navier-Stokes resueltas con una técnica de Reynolds Average Navier-Stokes (RANS) standard, con un modelo de turbulencia $k-\varepsilon$ ([Wilcox, 1994](#)), siendo el número de Reynolds en el flujo es de alrededor de 35.000. El algoritmo es estacionario y se resuelve con el software de elementos finitos Femlab. Las ecuaciones son las siguientes:

Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

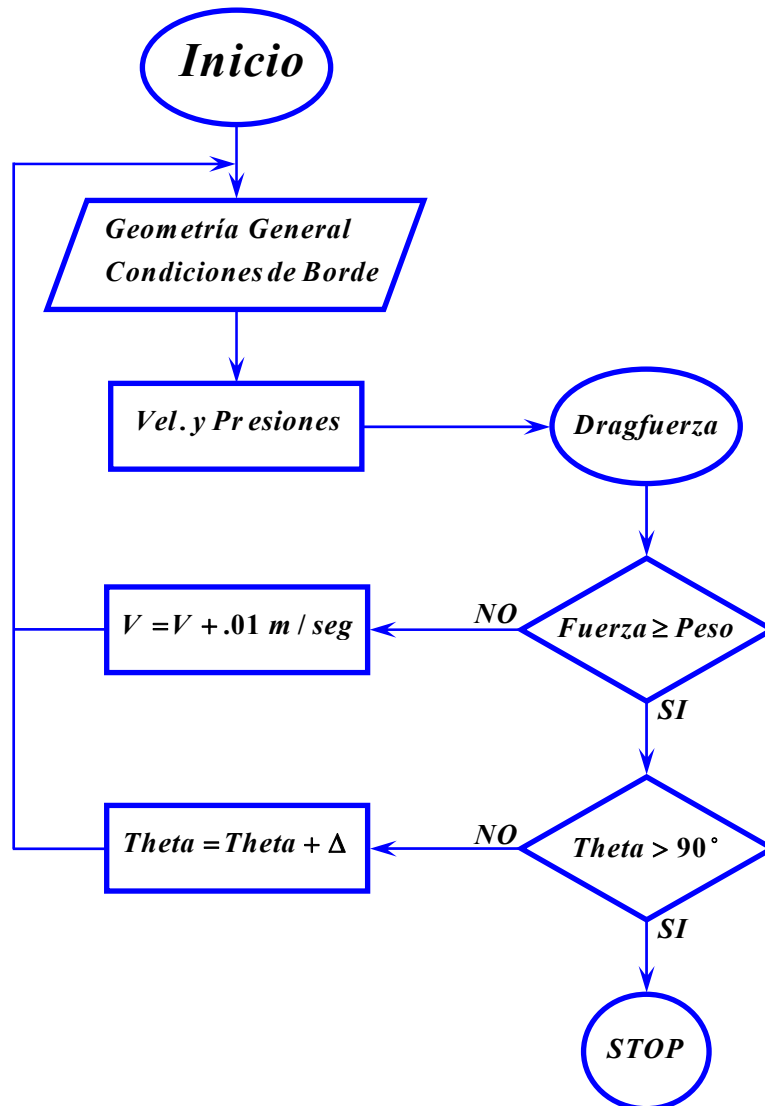


Figura 3.- Diagrama de trabajo

Ecuación promediada de Reynolds - Navier Stokes:

$$\rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} [2\mu S_{ij} - \tau_{ij}] \quad (2)$$

Donde

U_i - velocidad media en la dirección de x_i .

ρ - densidad

P - presión media

μ - viscosidad dinámica

Tensor de tensiones medio

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

Tensión de tensiones de Reynolds

$$\tau_{ij} = 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (4)$$

Viscosidad turbulenta

$$\mu_T = \rho c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (5)$$

Ecuación para la energía cinética turbulenta k

$$\rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (6)$$

Ecuación para la tasa de disipación de energía ε

$$\rho U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (7)$$

Donde

$$C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92, \quad C_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad (8)$$

Las condiciones de contorno son velocidades constantes en la frontera inferior del tubo (ver [Figura 1](#)). En las paredes laterales y sobre el grano se considera que el flujo normal es nulo. El valor de velocidad inicial que se utilizó es de **6.9 m/s** para iniciar el esquema de trabajo propuesto con $\theta = 0$.

Se utilizaron elementos tetraédricos de segundo orden en velocidades y de primer orden en presiones, con mallas refinadas en la proximidad del grano. Posiblemente con una malla más refinada se obtendrían mejores resultados, pero con este tipo de malla se está al límite de las capacidades computacionales del grupo. En la [Figura 4](#) se muestra al menos una capa de elementos de la malla tridimensional utilizada.

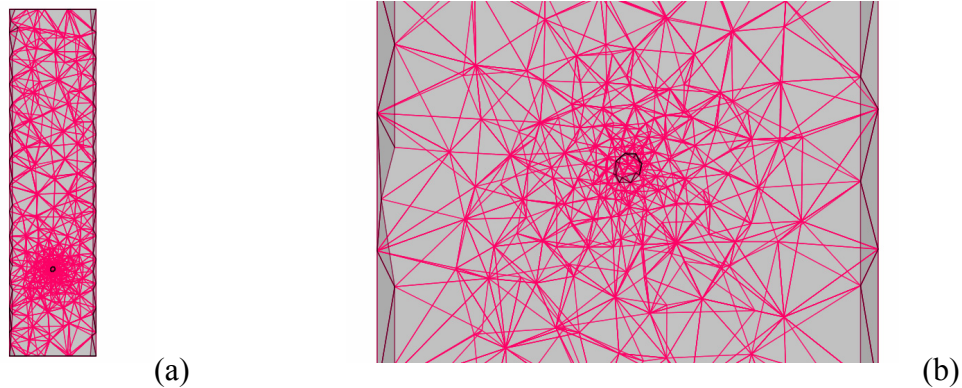


Figura 4: a) Malla tridimensional del conducto vertical. b) Refinamiento en la zona del grano.

Las características del aire utilizadas para el cálculo son:

Densidad $\rho = 1,17 \frac{kg}{m^3}$ y viscosidad dinámica $\mu = 1,983 \cdot 10^{-5} \frac{Kg}{m s}$.

Como resultado de esta modelización se obtiene el campo de velocidades y presiones. Las presiones sobre el grano se utilizarán para obtener el empuje.

2.2 Modelización del grano de soja

Se considera el grano como un cuerpo rígido para poder considerar los gradientes de presiones que producen el empuje vertical. El cálculo se realiza solamente con las presiones

porque la componente de la fuerza viscosa del aire se considera despreciable. Para el cálculo de la fuerza de sustentación, se modelizó la frontera de la misma con elementos de superficie de 3 lados. Se definieron en total 338 nodos y 224 elementos de superficie, ver [Figura 5](#).

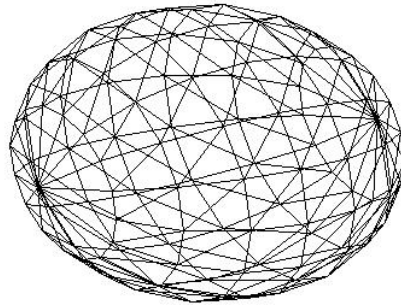


Figura 5. Malla sobre el grano.

Se definen tres sistemas de referencia, uno general que está fijo al bastidor (supraíndice f), otro local paralelo al anterior pero con origen en el baricentro del grano (supraíndice $m1$) y un tercero también baricéntrico coincidente con los ejes principales de inercia (supraíndice $m2$), ver [Figura 6](#). En esta representación esquemática se omiten el dibujo de los baricentros de los triángulos de superficie, excepto el destacado en celeste.

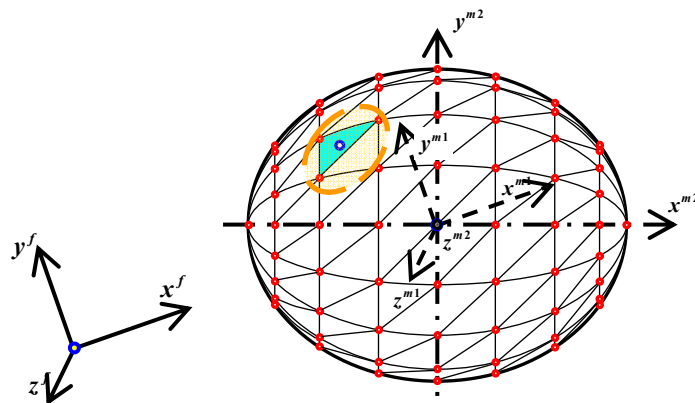


Figura 6. Sistemas de Referencias

En la [Figura 7](#) se muestra una ampliación, de la zona sombreada, en donde se identifica un ordenamiento dextrógiro de la numeración local de los nodos elementales que se utiliza en los algoritmos resolutivos.

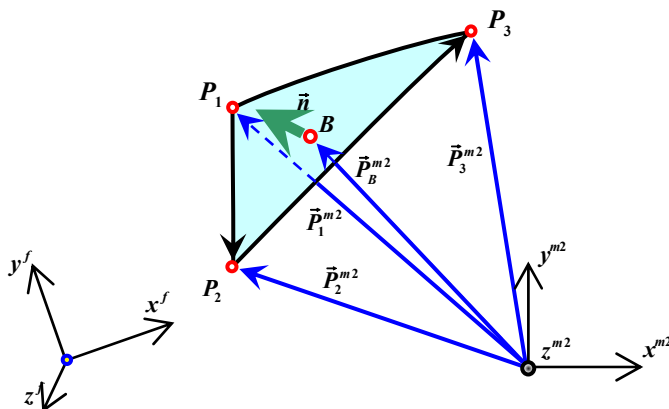


Figura 7. Vectores posición

A partir del conocimiento de los vectores de posición de los nodos extremos de un elemento de superficie genérico, se pueden determinar vectores asociados a los lados de la figura, luego realizando el producto vectorial de los mismos se obtendrá un vector cuyo versor \vec{n} asociado es perpendicular a la superficie (ver Figura 7).

Los vectores \vec{N} y \vec{n} resultan con respecto al sistema de referencia móvil coincidente con los ejes principales de Inercia:

$$\vec{N}^{m2} = \vec{P}_{12}^{m2} \wedge \vec{P}_{23}^{m2} \Rightarrow \vec{n}^{m2} = \frac{\vec{N}^{m2}}{|\vec{N}^{m2}|} \quad (9)$$

Donde:

\vec{N}^{m2} - Vector normal a la superficie del triángulo.

\vec{n}^{m2} - Versor normal a la superficie del triángulo.

$|\vec{N}^{m2}|$ - Módulo de \vec{N}^{m2} .

Se pueden hallar las coordenadas de los baricentros “ B ” de los triángulos con respecto al sistema de referencia móvil de la figura a partir del conocimiento de las posiciones nodales:

$$\vec{P}_B^{m2} = \frac{\vec{P}_1^{m2} + \vec{P}_2^{m2} + \vec{P}_3^{m2}}{3} \quad (10)$$

Si en el punto genérico considerado se conoce el valor de la presión, y se supone constante en ese pequeño dominio triangular, se podrá calcular el valor de la fuerza resultante actuando sobre dicho sector de superficie mediante la expresión:

$$\vec{F}_B^{m2} = -p_B \cdot A \cdot \vec{n}^{m2} \quad (11)$$

Donde:

\vec{F}_B^{m2} - Fuerza resultante actuando en el baricentro B de la figura.

p_B - Presión actuando en el baricentro B .

A - Área de la figura.

\vec{n}^{m2} - Versor de la figura.

En la Figura 8 se muestra el sentido, dirección y punto de aplicación de la fuerza \vec{F} opuesto al sentido del versor \vec{n} :

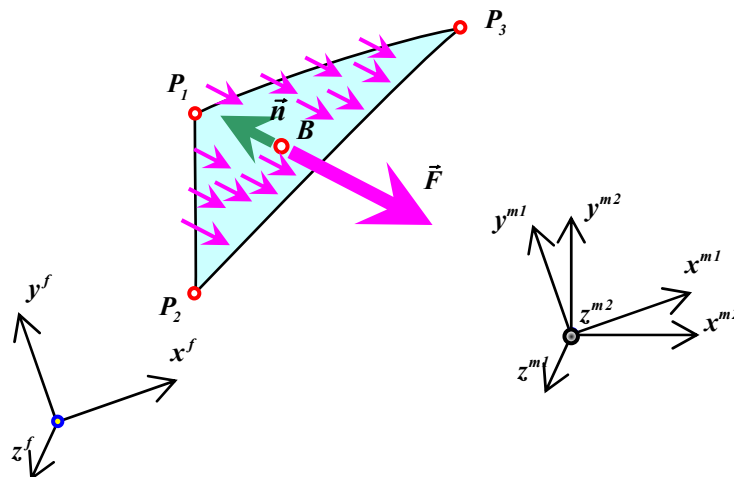


Figura 8: Presiones y fuerza resultante superficial en un elemento.

El valor de la fuerza resultante actuando sobre el grano de soja se obtiene sumando las fuerzas \vec{F}_B de cada uno de los triángulos, en este caso se tienen 224. El cálculo se realiza con respecto al sistema de referencia $m2$,

$$\vec{F}_E^{m2} = \sum \vec{F}_B^{m2} \quad (12)$$

Obtenido el vector \vec{F}_B^{m2} , se rota para llevarlo al sistema de referencia fijo. La componente vertical del vector rotado con respecto al sistema de referencia fijo F_{Ey}^f deberá ser mayor que el peso del grano para asegurar la sustentación:

$$F_{Ey}^f > \text{Peso grano} \quad (13)$$

Para cada posición del grano (se analizarán 10 ángulos θ distintos), se calculará la fuerza de arrastre utilizando un algoritmo iterativo según el esquema de trabajo de la figura 3, incrementándose los valores de velocidad del aire al ingreso en 0,01 m/seg.

3 RESULTADOS

De acuerdo a lo visto en el párrafo anterior, se obtuvieron resultados en presiones y velocidades en el conducto de aire y sobre el grano. En la [Figura 9](#) se observa el campo de módulo de velocidades y presiones actuando sobre el modelo total del conducto cuando el eje mayor del grano coincide con la horizontal ($\theta = 0$). Se marca el eje de simetría vertical como referencia, aunque ninguna condición de simetría es utilizada en el cálculo tridimensional. La velocidad máxima no corresponde al valor impuesto en el conducto, sino que se produce en las proximidades del grano, en los laterales donde hay una perturbación en el flujo. La velocidad mínima, nula, corresponde al grano en equilibrio cuyo peso se encuentra compensado con la fuerza de sustentación. En el diagrama de presiones relativas se observa la perturbación de la presión positiva sobre la superficie inferior y negativa sobre parte superior. En la [Figura 10](#) se muestra una ampliación de la [Figura 9](#), donde se puede ver los detalles de la figura anterior. El campo de módulo de velocidades se ve perturbado en una vez la longitud del eje menor del elipsoide en la dirección opuesta al flujo de aire y en más de 2.5 veces en la dirección del flujo del aire. En el campo de presiones relativas, que está perturbado, se puede ver claramente la presión positiva actuando sobre la cara inferior y la presión negativa en la cara superior. Los valores de presión positiva son 70 % mayores que los negativos. De la integración de estas presiones sobre la superficie del grano se obtiene la fuerza de sustentación que, en este caso, es igual al peso. La velocidad impuesta de 6.9 m/s es la velocidad de sustentación.

En las [Figura 11](#) y [Figura 12](#) se observan los campos de módulos de velocidades y presiones para otros ángulos de inclinación del eje mayor del grano.

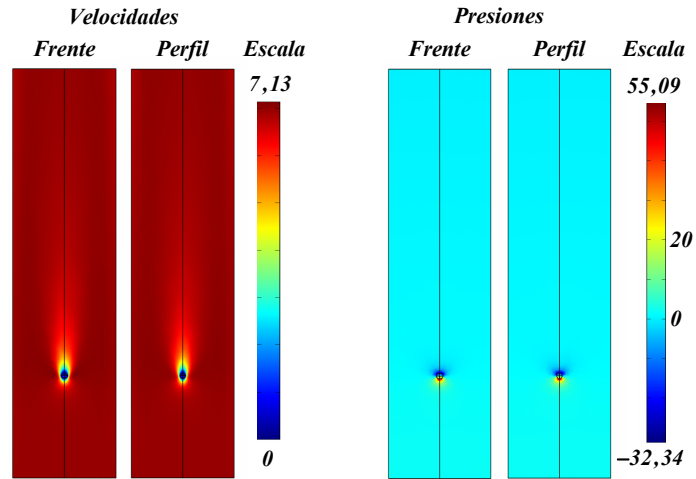


Figura 9: Campo de módulo de velocidades $[m/s]$ y presiones relativas $[Pa]$ para $\theta=0$.

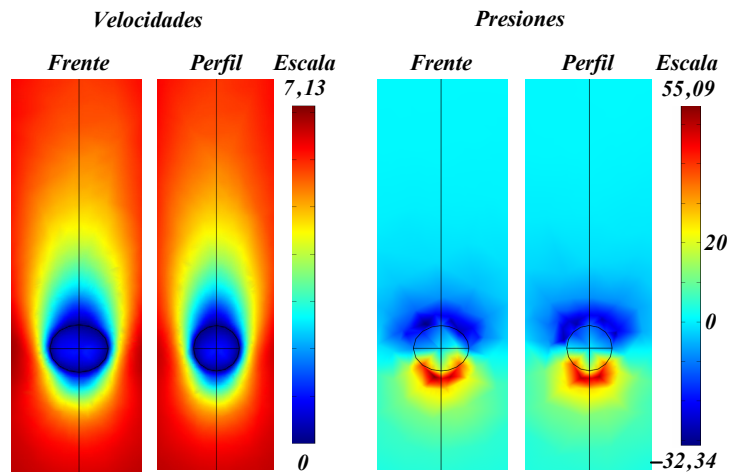


Figura 10: Módulo de velocidades $[m/s]$ y presiones $[Pa]$ para $\theta=0$ alrededor del grano.

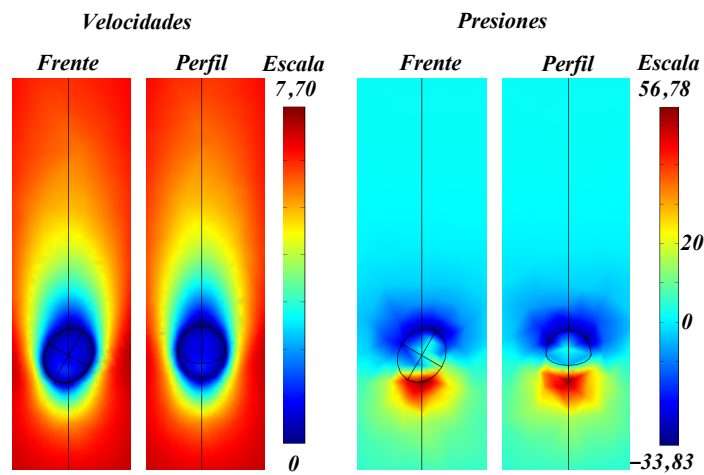


Figura 11: Módulo de velocidades $[m/s]$ y presiones $[Pa]$ para $\theta=\pi/3$ alrededor del grano.

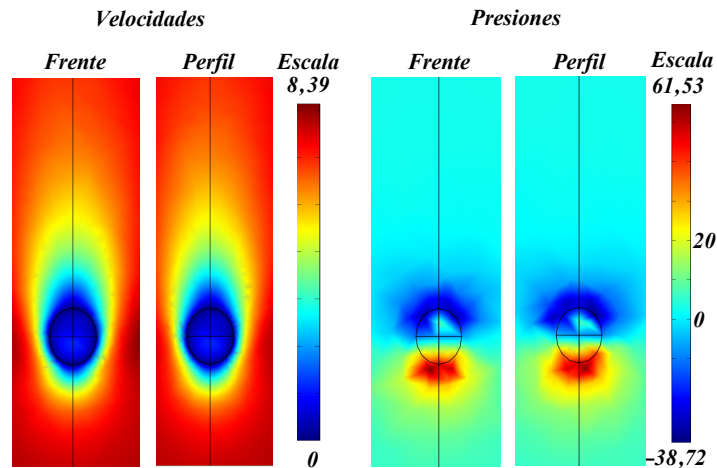


Figura 12: Módulo de velocidades $[m/s]$ y presiones $[Pa]$ para $\theta = \pi/2$ alrededor del grano.

En la [Figura 13](#), se muestran los resultados de la aplicación del algoritmo iterativo para calcular las velocidades de sustentación para un grano de soja dependiendo del ángulo de inclinación del grano. Los valores de velocidades obtenidos van desde $6.9 m/s$ para $\theta = 0$ hasta $8.2 m/s$ para $\theta = \pi/2$.

El mayor valor de la velocidad de sustentación se obtiene cuando el eje mayor del grano se sitúa verticalmente. Este resultado es lógico ya que la presión de empuje inferior actúa sobre un frente de menor superficie. De lo que se deduce que la velocidad mínima de aire para asegurar la sustentación en un conducto vertical es de $8.2 m/s$.

Se puede comparar el valor obtenido con los existentes en la bibliografía. En el trabajo de [Fernando and Hanna \(2005\)](#), se determina experimentalmente el valor de la velocidad de sustentación para el diseño de un sistema de limpieza en la recolección de soja. Este valor se utiliza en una de las cámaras de limpieza para mantener los granos de soja en sustentación, mientras que las impurezas (otros materiales cosechados que no son granos) son arrastrados por el flujo de aire. Los resultados de los experimentos de laboratorio mostraron que la velocidad de sustentación promedio de los granos de soja es de $9.91 m/s$, mientras que la velocidad de arrastre de diseño fue de $18.6 m/s$.

En el trabajo de [Raheman and Jindal \(2001\)](#), se determinan experimentalmente velocidades de sustentación con varias relaciones masa de grano sobre masa de aire. Estos resultados varían desde $12.39 m/s$ para una relación 0.7 masa de grano sobre masa de aire hasta $14.24 m/s$ para una relación 3.5 . Extrapolando los datos experimentales con una parábola cúbica, se llega a un valor de $9.9 m/s$ para una relación casi nula de masa de grano sobre masa de aire, que sería el caso de considerar un solo grano.

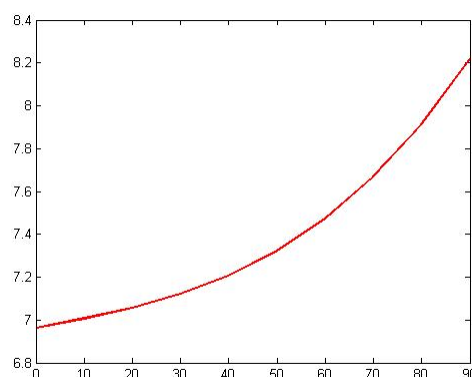


Figura 13: Diagrama de velocidades $[m/s]$ en función del ángulo θ en grados.

Los valores experimentales sitúan la velocidad de sustentación alrededor del valor de 9.9 m/s , mientras que el valor determinado numéricamente es de 8.2 m/s . Esta diferencia se puede deber a que los valores experimentales son obtenidos para un conjunto de granos. El campo de velocidades al que es sometido el conjunto no es más un campo con flujo vertical, sino que el flujo se encuentra perturbado por la acción de los granos vecinos, en condiciones diferentes a las planteadas en la simulación donde se supone un flujo de aire con velocidad homogénea vertical.

4 CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

En este trabajo se ha realizado el cálculo numérico de las velocidades de sustentación en un tubo vertical para un grano de soja. Se han obtenido las velocidades para distintos ángulos de inclinación del eje mayor en un grano de soja siendo la mayor velocidad la que corresponde al caso en que el eje mayor del grano se sitúa verticalmente.

El valor máximo de velocidad obtenido puede ser utilizado como referencia en el diseño de conductos transportadores verticales. En este caso se deberán considerar la cantidad de granos por unidad de volumen a transportar y los choques entre las mismas, lo cual será motivo de trabajos futuros.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido realizado dentro del marco del proyecto PID SECYT UNR ING144 “Optimización del sistema de distribución de semillas en sembradoras air drill” al cual pertenecen los autores.

BIBLIOGRAFIA

- Deshpande, S. D., Bal, S., Ojha, T.P., Physical Properties of Soybean. *J. agric. Engng Res.* 56, 89-98, 1993.
- Fernando, S. D., Hanna M. A., Design and Development of a Threshing Chamber and Pneumatic Conveying and Cleaning Units for Soybean Harvesting. *Transactions of the ASAE*, American Society of Agricultural and Biological Engineers. Vol. 48(5): 1681–1688, 2005.
- Gorham D.A., Salman A. D. The failure of Spherical particle under impact. *Wear* 580-587, 2005.
- Güner, M., Pneumatic conveying characteristics of some agricultural seeds. *Journal of Food Engineering* 80 904–913, 2007.
- Kilickan, A.; Güner, M., Pneumatic Conveying Characteristics of Cotton Seeds. *Biosystems Engineering* 95 (4), 537–546. doi:10.1016/j.biosystemseng.2006.08.015, 2006.
- Raheman, H., Jindal, V. K., Solid Velocity Estimation in Vertical Pneumatic Conveying of Agricultural Grains. *Applied Engineering in Agriculture*. Vol. 17(2): 209–214. American Society of Agricultural Engineers, 2001.
- Raheman, H., Jindal, V. K., Drag Coefficients Of Agricultural Grains In Vertical Pneumatic Conveying. *Applied Engineering in Agricultura*. Vol. 19(2): 197–202. American Society of Agricultural Engineers, 2003.
- Vu-Quoc L., Zhang X., Walton O.R. A 3-D discrete-elemente method for dry granular flows of ellipsoidal particles. *Comput. Methods Appl. Mach. Eng.*, 187, 483-528, 2000.
- Wilcox, D. C., *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries Inc., 1998.