

ANÁLISIS COMPUTACIONAL NO LINEAL PARA PÓRTICOS SISMORRESISTENTES

Oscar Möller⁽¹⁾, Guillermo Etse⁽²⁾, Marcelo Rubinstein⁽¹⁾

- (1) Instituto de Mecánica Aplicada y Estructuras (IMAE), Universidad Nacional de Rosario Riobamba y Berutti, 2000 Rosario, Argentina.
- (2) Laboratorio de Estructuras, Universidad Nacional de Tucumán CC 134, Correo Central, 4000 Tucumán, Argentina.

RESUMEN

Se presenta un modelo de elemento de barra para análisis estático y dinámico de pórticos de hormigón armado sismorresistentes, compuesto por subelementos conectados en serie. Uno describe el comportamiento elastoplástico de la barra, con gradual extensión de la zona plastificada en los extremos. Otro modela la rotación concentrada que se produce en la interfaz barra-nudo. Se implementó una variante del método de Newton-Raphson para solucionar el problema no lineal.

Se muestran dos ejemplos de validación. En el primero, comparando con resultados de otro elemento de barra y de elementos finitos bidimensionales, y en el segundo ejemplo se evalúa la importancia de la rotación concentrada y se verifica con valores experimentales.

ABSTRACT

A beam model for nonlinear static and dynamic analysis of seismic r/c frames is presented, which is composed by subelements connected in series. One describes the inelastic behavior of the member with gradual spread of plastic regions at the member ends. Other models the fixed-end rotation that arises at the beam-joint interface. A special form of the Newton-Raphson method is implemented to solve the nonlinear problem.

Two examples for validation are shown. In the first the results are compared with other beam element and bidimensional finite elements, and in the second example the importance of the fixed-end rotation is evaluated, and the results are checked from experimental information.

INTRODUCCIÓN

En el proyecto de estructuras sismorresistentes, en general, se acepta por razones económicas que bajo la acción de sismos severos, incursionen marcadamente en el campo inelástico. En consecuencia para analizar la respuesta resulta necesario contar con modelos matemáticos no lineales, capaces de representar ciclos reversibles debido a acciones dinámicas.

Para el caso de pórticos sismorresistentes en las últimas tres décadas se ha investigado activamente en la búsqueda de modelos que satisfagan las dos condiciones, difíciles de conciliar,

precisión o realismo y aplicabilidad, con insumo de tiempo de computación razonable, para estructuras de dimensiones corrientes. Un resumen de esta actividad se encuentra en [1,2].

En particular el modelo presentado en [3], consistente en un elemento de barra basado en la teoría general de la plasticidad, resulta eficiente para analizar estructuras usuales, pudiendo representar confiablemente efectos dinámicos cíclicos con endurecimiento o ablandamiento.

En este trabajo se presenta un modelo de barra para pórticos sismorresistentes de hormigón armado, basado en [1,2], que sin perder practicidad, supera al anteriormente mencionado en dos aspectos: (a) En la descripción del comportamiento elastoplástico de la barra de hormigón armado tiene en cuenta el carácter variable de las longitudes de los extremos del elemento, que dependiendo de la historia de carga, participan del comportamiento no lineal, y (b) Incorpora la contribución en la respuesta de la rotación concentrada en la interfaz barra-nudo producida por deterioro del anclaje y deslizamiento de las armaduras ancladas en la zona del nudo.

Un subelemento modela el comportamiento elastoplástico de la barra y otro, conectado en serie con el anterior, aporta a la respuesta la contribución de la mencionada rotación concentrada. Una variante del método de Newton-Raphson fué implementado para solucionar el problema no lineal.

Se presentan dos ejemplos de validación. Uno de ellos consiste en un análisis numérico comparativo entre las predicciones de dos elementos de barra, [3] y el presentado en este trabajo, y un modelo de elementos finitos bidimensionales [4,5,6], cuyas características principales se resumen también en este trabajo, aplicados a una ménsula de hormigón armado sismorresistente con desplazamiento impuesto en forma monotónica en el extremo libre.

En el otro ejemplo se analiza la respuesta de un subensamble viga-columna bajo deformaciones cíclicas reversibles, comparando las predicciones del modelo matemático con resultados experimentales, y prestando atención a la influencia de la rotación concentrada en la interfaz barra-nudo.

Se puede señalar como una de las limitaciones del modelo, para un futuro perfeccionamiento, que las relaciones constitutivas se deducen para un valor fijo del esfuerzo normal.

MODELO DE ELEMENTO DE BARRA

Para representar los diferentes mecanismos que contribuyen al comportamiento hysterético de las regiones críticas en miembros de hormigón armado, el elemento se descompone en varios subelementos [1] como se muestra en la fig.1.

* Subelemento elasto-plástico : representa el comportamiento elástico de la barra y la respuesta no lineal de las regiones extremas, con longitud variable dependiendo de la historia de carga.

* Subelemento conexión : caracteriza la rotación concentrada que se produce en la interfaz barra nudo por deterioro del anclaje y deslizamiento de armaduras ancladas en el nudo.

* Subelemento corte : describe la distorsión por corte en las regiones críticas de la barra y el deslizamiento por corte en la interfaz barra nudo. No es utilizado en este trabajo.

Subelemento elasto plástico

En la fig.2 se presenta el subelemento elasto-plástico con la definición de las longitudes de las zonas plásticas en los extremos. La rigidez EI se asume como promedio entre las rigideces para M^+ y M^- , y a su vez entre las correspondientes a las secciones extremas de la barra.

Las hipótesis fundamentales son : (a) El estado de toda la zona plástica está gobernado por el estado de la sección extrema, en cuanto a si está en carga, descarga ó recarga. (b) La rigidez de la zona plástica se representa por una rigidez promedio efectiva pEI , la cual depende de la sección extrema.

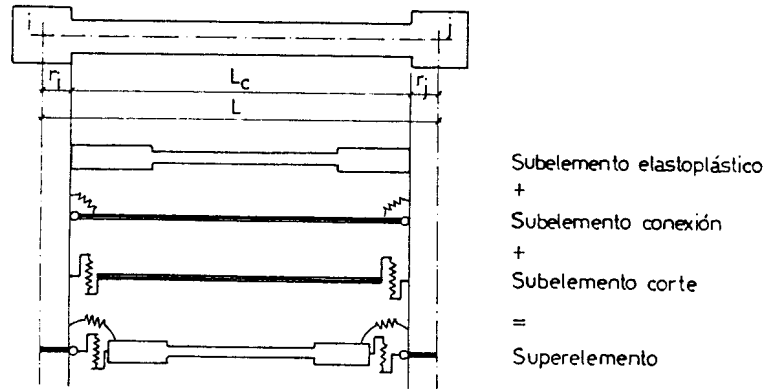


Figura 1 : Descomposición de la barra en subelementos

Esto significa que hay que seguir la historia momento-curvatura sólo de las dos secciones extremas de la barra, y además la matriz de rigidez resultante es simétrica.

También en la fig.2 se muestra la relación momento-curvatura utilizada, con el esquema de descarga y recarga que sigue el modelo de Clough [1]. Los parámetros M_y , M_m , EI , h , s en sentido positivo y negativo se calculan a partir de rectificar la verdadera relación $M-\phi$ obtenida de un refinado análisis previo de la sección, con principios básicos y ecuaciones constitutivas realistas para los materiales [7]. Se define una curva $M-\phi$ para cada sección extrema de la barra, para un esfuerzo normal constante, igual al producido por las cargas gravitatorias.

Basado en el modelo histerético de la fig.2, los factores de rigidez p_i , p_j asumen los siguientes valores : a) elástico : $p = 1$, b) endurecimiento : $p = h$, c) ablandamiento : $p = s$ y $z_i = l_p$ longitud característica $\simeq 0.75 d$, d) descarga : $p = 1$, e) recarga : $p = 2 / (1/r + 1)$, que se obtiene de promediar la rigidez de la sección extrema y la elástica del final de la zona plastificada.

La flexibilidad del subelemento resulta :

$$\begin{Bmatrix} \Delta\theta_i \\ \Delta\theta_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta M_i \\ \Delta M_j \end{Bmatrix} \quad (1)$$

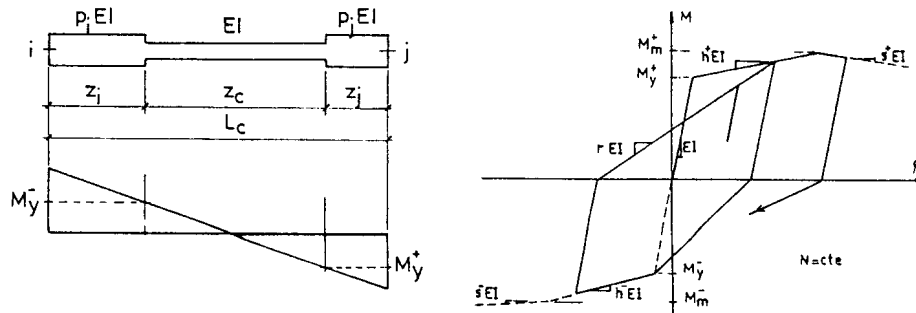


Figura 2 : Subelemento elastoplástico - Relación momento curvatura

$$\Delta(\Delta l) = f_{ax} \Delta N$$

con

$$\begin{aligned} f_{11} &= \frac{L_c}{6EI} \left[2 + 2\gamma_i (1 - (1 - \xi_i)^3) + 2\gamma_j \xi_j^3 \right] \\ f_{12} = f_{21} &= \frac{L_c}{6EI} \left[-1 - \gamma_i (3\xi_i^2 - 2\xi_i^3) - \gamma_j (3\xi_j^2 - 2\xi_j^3) \right] \\ f_{22} &= \frac{L_c}{6EI} \left[2 + 2\gamma_j (1 - (1 - \xi_j)^3) + 2\gamma_i \xi_i^3 \right] \end{aligned} \quad (2)$$

donde $\xi_i = \frac{z_i}{L_c}$, $\xi_j = \frac{z_j}{L_c}$, $\gamma_i = \frac{1}{p_i} - 1$, $\gamma_j = \frac{1}{p_j} - 1$

$$f_{ax} = \frac{L_c}{EA}$$

Subelemento conexión

El modelo propuesto consiste en resortes rotacionales ubicados en cada extremo, conectados por una barra rígida para formar el subelemento conexión, fig.3.

La relación momento-rotación de cada resorte se obtiene utilizando un modelo detallado [8], que tiene en cuenta la geometría y disposición de armaduras en el nudo del pórtico, y ecuaciones constitutivas con efecto cíclico para el hormigón, acero y adherencia. La rectificación da origen a la relación $M - \theta$ mostrada en la fig.3.

Si bien no se tiene en cuenta la interacción entre una cara y otra, en un nudo interior, en forma explícita durante el análisis, la curva envolvente de $M - \theta$ sí fué obtenida del análisis completo de la conexión. Estas curvas envolventes dependen, de todas formas, de la historia de carga que no es conocida previamente. Sin embargo esta dependencia sólo se hace importante cuando se produce fuerte deterioro del anclaje.

El esfuerzo normal se supone constante y su influencia se manifiesta con el estrangulamiento de la rama de descarga, además de los parámetros de la curva envolvente. La flexibilidad del subelemento resulta

$$\begin{Bmatrix} \Delta\theta_i \\ \Delta\theta_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 & \\ & f_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta M_i \\ \Delta M_j \end{Bmatrix} \quad (3)$$

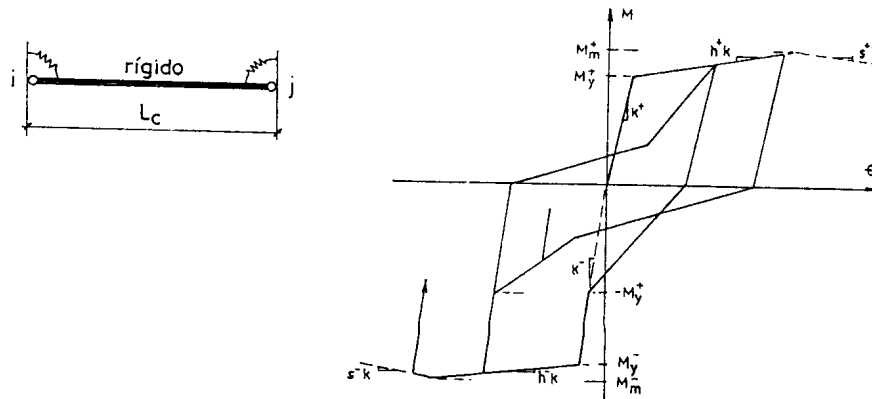


Figura 3 : Subelemento conexión - Relación momento rotación

Rigidez del superelemento

Se suman las flexibilidades de los subelementos, luego se invierte y se expande a los clásicos 6 grados de libertad de la barra en el plano. Esta matriz de rigidez está referida a la cuerda de la zona deformable del elemento.

Finalmente por medio de transformaciones geométricas se consideran los extremos rígidos, obteniéndose la matriz de rigidez del superelemento.

ESQUEMA DE SOLUCIÓN DEL PROBLEMA NO LINEAL

Para solucionar el problema no lineal en forma iterativa dentro de cada escalón de carga ó paso de tiempo en un problema dinámico, se utiliza una variante del método de Newton-Raphson. Consiste básicamente en calcular, en cada iteración, el incremento de desplazamientos a partir del inicio del paso [1,2], evaluando para ello un vector de fuerzas iniciales como muestra la fig.4(a).

En el esquema clásico para cada incremento Δu^k se calculan las fuerzas internas ΔF_i^k , y con las fuerzas de desequilibrio $\Delta P_i - \Delta F_i^k$ se evalúa un nuevo incremento Δu^{k+1} que se adiciona al anterior. El problema es que para el superelemento, dado un incremento Δu_i , no se puede evaluar ΔF_i mientras haya desequilibrio interno entre los subelementos, que se produce debido a sus diferentes reglas de histéresis. El proceso se puede resumir de la siguiente manera:

$$K_T^k \Delta u_i^k = \Delta P_i - \Delta R_0^{k-1} \rightarrow \Delta u_i^k \quad (4)$$

Con Δu_i^k se calcula ΔM_E en extremos de la barra, que por equilibrio es el mismo para todos los subelementos. Con ΔM_E se obtiene $\Delta \phi_{ep}$, $\Delta \theta_{con}$ y con las relaciones constitutivas se determina $\Delta m_{R ep}$, $\Delta m_{R con}$. Sino son iguales a ΔM_E entonces se evalúa $\Delta m_{0 ep}$, $\Delta m_{0 con}$, ver fig.4(b), que contribuyen al vector de momentos iniciales del elemento :

$$\Delta M_0^k = k^{k-1} [f_{ep}^{k-1} \Delta m_{0 ep}^k + f_{con}^{k-1} \Delta m_{0 con}^k] \quad (5)$$

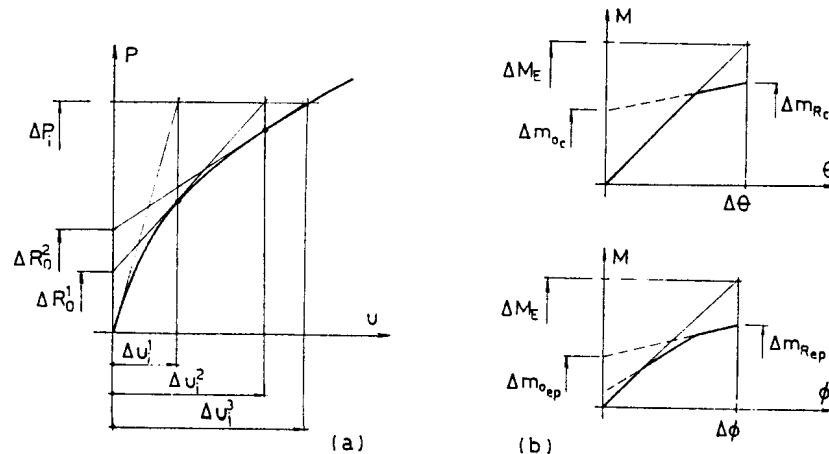


Figura 4 : (a) Esquema iterativo de Newton-Raphson con fuerzas iniciales
(b) Evaluación de fuerzas internas y momentos iniciales en subelementos

MODELACION CONSTITUTIVA PARA ANALISIS BIDIMENSIONAL DE ELEMENTOS DE HORMIGON ARMADO

En el análisis bidimensional de elementos de hormigón armado que se llevó a cabo en el presente trabajo se consideraron formulaciones constitutivas elastoplásticas tanto para la armadura como para el hormigón. El modelo para la armadura está basado en el criterio de fluencia de Von Mises con ablandamiento lineal isótropo en el regimen de postpico. En la implementación numérica de este modelo se utilizó la matriz de rigidez algorítmica o consistente a fin de garantizar una tasa de convergencia cuadrática.

La formulación constitutiva para hormigón usada en el estudio computacional bidimensional, el Modelo Extendido de Leon (MEL), se basa en la teoría del flujo no-asociado de la plasticidad. El mismo incluye una formulación isotrópica de endurecimiento y de ablandamiento en el regimen de pre- y de postpico respectivamente, ver Etse y Willam (1994) [4].

La ecuación que caracteriza la superficie de fluencia del Modelo Extendido de Leon tanto en el regimen de endurecimiento como en el de ablandamiento es,

$$F = \left[\frac{(1-k)}{f_c^2} \left(\sigma + \frac{\rho g(\theta)}{\sqrt{6}} \right)^2 + \frac{\rho g(\theta)}{f_c} \sqrt{\frac{3}{2}} \right]^2 + \frac{k^2 m}{f_c'} \left(\sigma + \frac{\rho g(\theta)}{\sqrt{6}} \right) - k^2 c = 0 \quad (6)$$

donde f_c' representa la resistencia uniaxial de compresión y la función $g = g(\theta)$ describe la variación de la resistencia deviatórica $\rho = \rho(\theta)$ como una función del ángulo de Lode, en analogía con la aproximación elíptica del Modelo de 5 Parámetros de Willam y Warnke (1974). Las diferentes superficies de carga en el regimen de endurecimiento plástico son generadas por el parámetro escalar $k(\kappa_h)$ que varía entre 0.1 y 1.0, mientras $c(\sigma_t)$ y m , los parámetros de cohesión y fricción respectivamente, permanecen constantes. La variación de k está definida de forma tal de lograr un comportamiento de endurecimiento que sea sensible al nivel de confinamiento de tensiones existente en el hormigón.

El regimen de ablandamiento se activa cuando el estado de tensiones que activa el comportamiento elastoplástico está caracterizado por un nivel de presión hidrostática (o confinamiento) inferior al correspondiente al *punto de transición* (PT) que define el límite entre la zona de falla frágil y la de falla dúctil. La presión hidrostática del PT se la determina a partir de resultados experimentales de ensayos de compresión triaxial de probetas cilíndricas de hormigón, bajo diferentes niveles de confinamiento. La formulación de ablandamiento del Modelo Extendido de Leon está basada en conceptos de energía de fractura. Dicha formulación conduce a una redefinición de la relación local $\sigma - \epsilon$ en términos de propiedades fundamentales del proceso de fractura representada por los parámetros σ_f y κ_f que definen la tensión de fractura y la apertura de fisuras, respectivamente. κ_f , es decir la apertura de fisuras, es definida como función de la energía liberada por fractura, que varía fuertemente de acuerdo al tipo de ablandamiento que se lleva a cabo, ya sea bajo tracción simple o bajo compresión triaxial con bajo o alto nivel de confinamiento lateral.

El modelo para hormigón en este estudio utiliza una ley de flujo no asociada. En este sentido el potencial plástico $Q = Q(\sigma, \rho, \theta)$ es formulado sobre la base de una modificación volumétrica de

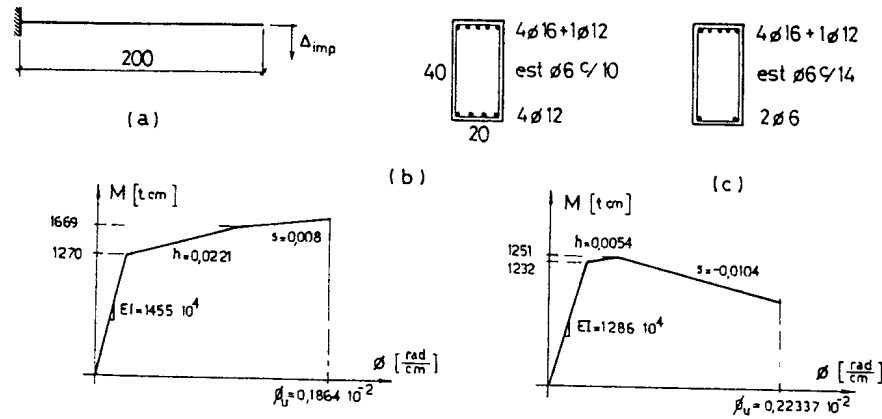


Figura 5 : a) Ménsula con desplaz. impuestos. b) Sección y relación $M - \phi$ para armaduras s/I.C.103. c) Sección y relación $M - \phi$ para armaduras convencionales.

la condición de fluencia, ver Etse y Willam (1994) [4], la cual permite reproducir la dilatación del hormigón en el régimen de bajo confinamiento.

La capacidad del Modelo Extendido de Leon para predecir el comportamiento del hormigón bajo estados de carga arbitrarios fue ya analizada y verificada sucesivamente, ver entre otros Etse (1997) [5], y Etse y Willam (1996) [6].

EJEMPLOS

Ejemplo 1

Es una ménsula de hormigón armado sismorresistente, con desplazamientos impuestos en el extremo libre en forma monótona creciente, ver fig.5(a).

El estudio se realiza para dos disposiciones de armaduras : una de acuerdo a las prescripciones del reglamento INPRES-CIRSOC 103 y otra con armaduras convencionales, ver figs.5(b) y (c). En dichas figuras también se indican las relaciones momento-curvatura rectificadas del análisis detallado de la sección.

Se resolvió la estructura utilizando dos tipos de elementos de barra, uno basado en la teoría de plasticidad [3], identificado como tipo 2, y el presentado en este trabajo, identificado como tipo 4, sin tener en cuenta la rotación concentrada, a los efectos comparativos. También se analizó con el modelo de elementos finitos bidimensionales descrito en el apartado anterior.

Los resultados se muestran en las figs.6(a) y (b). De la comparación entre los dos tipos de elementos de barra, se observa : El comportamiento elástico es idéntico. En la etapa de endurecimiento la progresiva extensión de la zona plastificada tenida en cuenta en el elem. tipo 4, conduce a una gradual pérdida de rigidez, logrando una respuesta similar a la del modelo bidimensional, y originando diferencias importantes de desplazamientos con el elem. tipo 2 para el mismo nivel de fuerza. Para el caso de la fig.6(a) en la última etapa de endurecimiento, y cuando la zona plastificada del elem. tipo 4 alcanzó valores iguales a mayores que la longitud característica del elem. tipo 2, los resultados de ambos modelos prácticamente coinciden. Para el caso de la fig.6(b), la mayor rigidez del elem. tipo 4 en la pequeña etapa de endurecimiento, origina que se alcance el momento máximo y la posterior etapa de ablandamiento, para valores

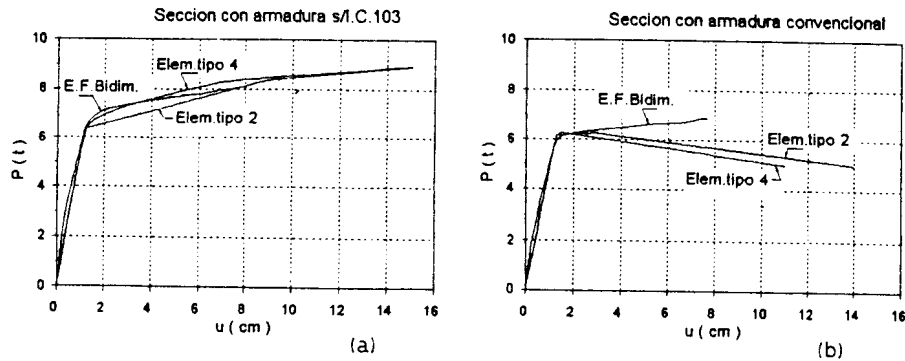


Figura 6 : Resultados de la ménsula con desplazamientos impuestos

menores de desplazamiento que en el elem. tipo 2. Luego las dos ramas de ablandamiento son paralelas debido a que en ambos casos se utiliza la misma longitud característica (longitud de rótula plástica equivalente).

La comparación entre los resultados de elementos de barra y elementos finitos bidimensionales muestra un buen acuerdo global. Con el modelo de barra no se representa el cambio de rigidez en la etapa "elástica" por fisuración del hormigón, debido a la rectificación de la relación momento-curvatura, hecho que sí se observa con elementos bidimensionales. Para el caso de la fig.6(a), con endurecimiento, se nota una muy buena coincidencia tanto en la carga de fluencia como en el comportamiento post-fluencia, con valores de rigidez algo menor en el modelo bidimensional. En la fig.6(b), con ablandamiento, la predicción más realista se obtiene con elementos de barra, mientras que el modelo bidimensional presenta una carga de fluencia muy similar, pero luego una respuesta todavía creciente.

Ejemplo 2

Se trata de un subensamble viga-columna interior, de un piso inferior de un pórtico sismorresistente, ensayado en Berkeley [9]. La discretización utilizada y las principales características de las secciones se presentan en la fig.7.

Del análisis previo momento-curvatura de la sección de la viga, y momento-rotación de la conexión, se obtienen los parámetros para las relaciones constitutivas indicadas en la tabla 1

Tabla 1 : Parámetros para las relaciones constitutivas

Parametro	$M - \phi (+)$	$M - \phi (-)$	$M - \theta (+)$	$M - \theta (-)$
Rigidez	$0.485 \cdot 10^7 \text{ K-in}^2$	$0.485 \cdot 10^7 \text{ K-in}^2$	$0.660 \cdot 10^6 \text{ K-in}$	$0.660 \cdot 10^6 \text{ K-in}$
M_y [K-in]	880	-1570	905	-1610
h	0.0140	0.0235	0.0330	0.0250

El subensamble fué solicitado por desplazamiento impuesto cíclico reversible, horizontal, en el extremo inferior. Los resultados numéricos obtenidos con el elemento de barra presentado en este trabajo (tipo 4), se muestran en la fig.8(a). Los resultados experimentales se grafican en la fig.8(b). En la fig.8(c) se muestran los resultados numéricos del análisis del subensamble con

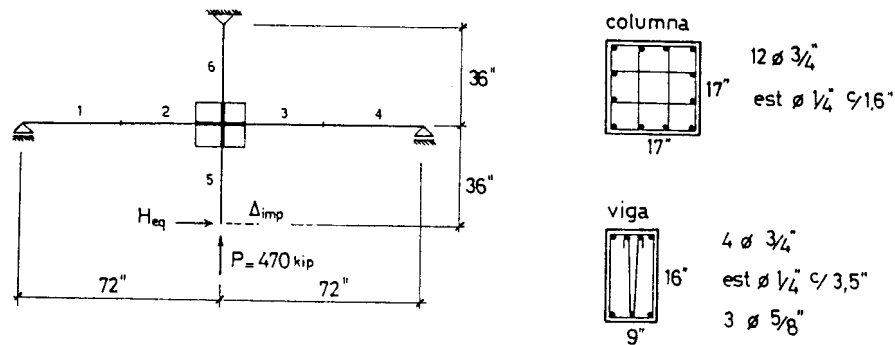


Figura 7 : Subensamble viga-columna interior.

carga lateral aplicada, igual a la que se obtiene del caso (a), y sin tener en cuenta la rotación concentrada en la interfaz viga-nudo.

De comparar las figs 8(a) y (b) se observa la muy buena performance del elemento de barra aquí presentado (tener en cuenta que en los resultados experimentales no están representados los primeros ciclos elásticos). El algoritmo implementado para la solución del problema no lineal, también comentado en este trabajo, resultó ser suficientemente robusto, permitiendo escalones de desplazamiento "grandes", utilizando la subdivisión automática del paso sólo para los casos

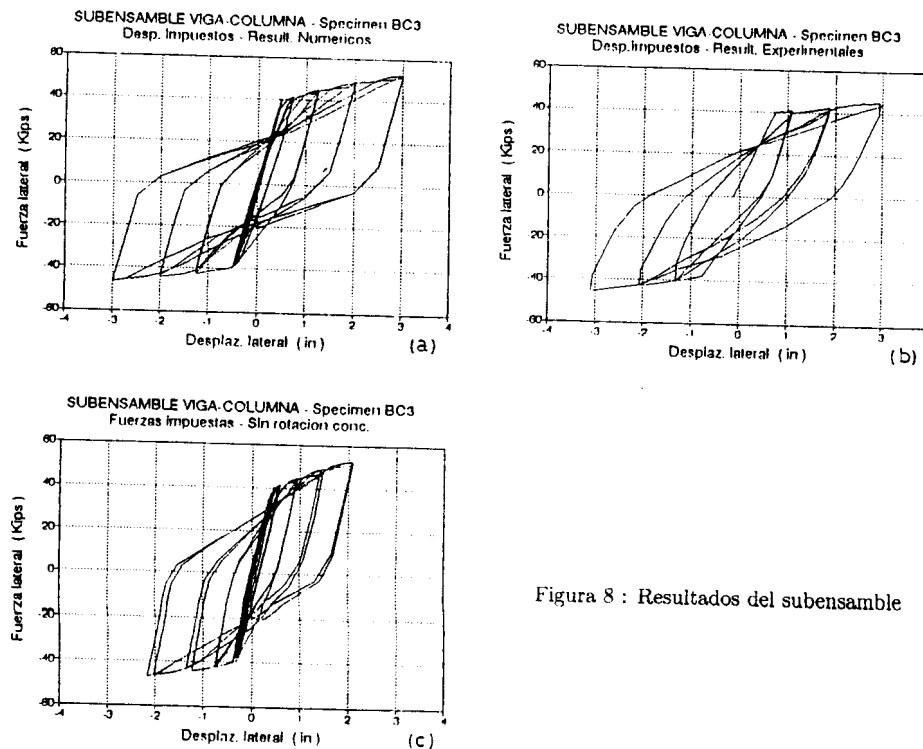


Figura 8 : Resultados del subensamble

necesarios. Se analizaron 15 ciclos completos con 268 pasos en total.

Los resultados presentados en la fig.8(c) muestra la importancia de la rotación concentrada en la interfaz viga-nudo por deslizamiento de las armaduras ancladas en el nudo. Los desplazamientos obtenidos, sin tener en cuenta este fenómeno, son sólo 2/3 de los valores reales. Se recomienda, entonces, la inclusión de este importante efecto al analizar pórticos que incursionen fuertemente en deformaciones no lineales.

CONCLUSIONES

Se ha analizado la respuesta de un nuevo elemento de barra para describir el comportamiento estático y dinámico no lineal físico y geométrico de pórticos de hormigón armado sismorresistentes. Este elemento tiene en cuenta la gradual extensión de la zona que incursiona en el campo no lineal en los extremos, y la rotación concentrada en la interfaz barra-nudo.

Como elementos para su validación se consideraron los resultados de un modelo de elementos finitos bidimensional, otro elemento de barra con teoría de plasticidad, e información experimental.

Los resultados obtenidos para los ejemplos estudiados son muy satisfactorios, y en principio lo avalan como un elemento eficiente para el análisis realista de pórticos sismorresistentes.

REFERENCIAS

1. Filippou, F.C., D'Ambrisi, A., Issa, A., "Nonlinear static and dynamic analysis of reinforced concrete subassemblages", Report Nro. UCB/EERC-92/08, 1992.
2. F.C. Filippou, A. Issa, "Nonlinear analysis of reinforced concrete frames under cyclic load reversals", Report Nro. UCB/EERC-88/12, 1988.
3. Möller, O., Rubinstein, M., Etse, G., "Formulación elastoplástica para el análisis computacional de pórticos planos de hormigón armado", Mecánica Computacional Vol. XVII, págs. 351-360, AMCA, 1996.
4. Etse, G., and Willam, K. (1994). "A fracture energy formulation for inelastic behavior of plain concrete", ASCE J. Mech. Div., 120(9) 1983-2011.
5. Etse, G. "Finite Element Analysis of Failure Response Behavior of Anchor Bolts in Concrete". Int. Journal on Nuclear Engng.. Aceptado para su publicación. 1997.
6. Etse, G., and Willam, K. (1996). "Integration Algorithms for Concrete Plasticity." Engineering Computations, 13(8) 38-65.
7. Mander, J.B., Priestley, M.J.N., Park, R., "Seismic design of bridge piers", Department of Civil Engineering, University of Canterbury, New Zealand, Research report 84-2, 1984.
8. Möller, O., "Modelo constitutivo para nudos de hormigón armado sismorresistente, con deslizamiento de armaduras", Mecánica Computacional Vol. XV, págs. 13-22, AMCA, 1995.
9. Viwathanatepa, S., Popov, E.P., Bertero, V.V., "Seismic behavior of reinforced concrete interior beam-column subassemblages", Report UCB/EERC-79/14, University of California at Berkeley, 1979.