

Simulación computacional de sistemas suelo-estructura en medios parcialmente saturados.

Ing. Civil Ricardo Schiava <sup>(1)</sup>  
Dr. Ing. Civil Guillermo Etse <sup>(2)</sup>

(1) Profesor Asociado. Universidad Nacional de Santiago del Estero  
Avda. Belgrano (s) 1912-(4200) Santiago del Estero. Argentina  
(2) Profesor asociado. Universidad Nacional de Tucumán  
Avda. Independencia 1400-(4000) Tucumán .Argentina

SUMARIO

En este trabajo se aplica un modelo constitutivo elastoplástico para materiales cohesivos friccionales desarrollado para suelos parcialmente saturados, en el cual se incorpora como componentes tensionales independientes, la presión neta total y la variación de la succión. El modelo se implementa en un programa de elementos finitos para la simulación computacional de sistemas suelo estructura en medios con condiciones variables de humedad. Se desarrollan ejemplos numéricos de problemas de condiciones axialsimétricas y deformación plana

ABSTRACT

This paper is applied an elastoplastic model constitutive formulation for cohesive-frictional materials, incorporated two sets of independent variables stress state, the total net stress and matric suction. This model has been implemented in finite elements codes for simulations soil structures systems with variable moisture. Representative numerical simulations are performed under axisymmetric and plane strain problems.

1. Introducción

La succión en un suelo parcialmente saturado está conformada por dos componentes denominadas : matriz de succión y succión osmótica. A la suma de ambas componentes se denomina succión. La matriz de succión se define como la diferencia entre la presión del aire  $p_a$  y la presión del agua en los poros  $p_w$  y por lo tanto será  $s = p_a - p_w$ . La succión osmótica es una función de la cantidad de sales disueltas en el agua. La matriz de succión es la que interesa principalmente porque esta variable del estado de tensiones está fuertemente influenciado por los cambios ambientales[1]. La terminología de mecánica de suelos saturados y parcialmente saturados sugiere que es el grado de saturación del medio el que distingue a ambas categorías. La diferencia entre un suelo completamente saturado y otro seco es debida a la compresibilidad del fluido existente en sus poros. El agua en un suelo saturado es esencialmente incompresible. En cuanto aparecen burbujas de aire contenida en los poros se torna compresible. El caso más corriente en la ingeniería práctica es cuando el aire y el agua forman un continuo a través de los vacíos del suelo. El comportamiento de los suelos parcialmente saturados se puede describir como una generalización del comportamiento elastoplástico introduciendo dos independientes variables del estado de tensiones. Para ello se emplean el cambio de succión ( $p_a - p_w$ ) y la presión neta total ( $p - p_a$ ), como se aplica en el modelo de Alonso y otros [2], donde  $p$  representa la componente hidrostática del tensor de tensiones totales,  $p_w$  representa la presión del agua y  $p_a$  la presión del aire ó fase gaseosa.

2. Formulación del Problema Elastoplástico en medios parcialmente saturados

El comportamiento elastoplástico de materiales cohesivos friccionales puede ser caracterizado por medio de un conjunto de relaciones constitutivas que son de la forma :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (2.1)$$

siendo :  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon^e$  y  $\varepsilon^p$ , los tensores de deformación total, elástico y plástico.

Se considera que la deformación total consiste en la suma de las componentes elásticas y plásticas debidas a los cambios del estado tensional y de succiones. En forma incremental general se puede expresar según descomposición aditiva de Prandtl-Reuss:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p + \varepsilon'_s + \varepsilon'_s \quad (2.2)$$

en donde los superíndices  $e, p$  refieren a las componentes elásticas y plásticas y los subíndices  $\sigma$  y  $s$  a la contribución de las tensiones y succiones

Para materiales cohesivos friccionales parcialmente saturados, el tensor de tensiones efectivo viene dado por la suma del tensor de tensiones neto más el tensor de succión :

$$\sigma = \sigma + S \quad (2.3)$$

donde :  $\sigma$  es el Tensor de Tensiones Neto y  $S$  es el Tensor de Succión.[3]

El tensor de tensiones efectivo se expresa como :

$$\sigma' = D : \varepsilon^{e'} = D : (\varepsilon^e_\sigma + \varepsilon^e_s) \quad \sigma' = D^e : \varepsilon^{e'} \quad (2.4)$$

$$\varepsilon^p = \dot{\lambda} m, \quad \dot{\kappa} = h(\dot{\varepsilon}^p), \quad \kappa = h(\sigma; s; \dot{\lambda}) \quad (2.5)$$

En las ecuaciones precedentes  $\sigma'$  es el tensor de tensiones de Cauchy ahora llamado "efectivo",  $m$  es el gradiente de la función potencial y  $\kappa$  significa algún conjunto conveniente de variables internas de endurecimiento y ablandamiento función del estado tensional y de succión.

La ecuación (2.1) expresa la comúnmente usada descomposición aditiva del tensor de deformaciones infinitesimal en sus partes elásticas y plásticas. La ecuación (2.4) representa la ley de Hooke generalizada, con relación lineal entre esfuerzos y deformaciones elásticas a través del tensor de rigidez  $D$ . Se asume la relación simétrica  $D_{ijkl} = D_{klij}$ ,  $m$  es el gradiente de la superficie de potencial plástico,  $h$  el módulo plástico de tensiones y  $\dot{\lambda}$  es el parámetro de consistencia plástico que debe ser determinado con el auxilio del criterio de carga-descarga de Kuhn-Tucker. Combinando las ecuaciones de incremento de deformaciones plásticas y elásticas, el incremento de tensión se obtiene como :

$$\sigma' = D^e : (\varepsilon - \varepsilon^p) \quad \text{y usando la regla de fluencia resulta : } \sigma' = \sigma' - \dot{\lambda} D^e : m$$

y como la función de fluencia es  $F = F(\sigma; s; \kappa)$  y la de potencial plástico  $Q = Q(\sigma; s; \kappa)$  se tendrá que las componentes plásticas de la deformación serán :

$$\varepsilon^p_\sigma = \dot{\lambda} \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad \varepsilon^p_s = \dot{\lambda} \frac{\partial Q}{\partial s} \quad (2.6)$$

Las condiciones de fluencia y consistencia plástica son:

$$F = F(\sigma; s; \kappa) \leq 0 \quad \dot{\lambda} \geq 0 \quad ; \quad \dot{\lambda} F = 0 \quad ; \quad \dot{F} = 0 \quad (2.7)$$

En las ecuaciones previas  $F = F(\sigma; s; \kappa)$  denota la función de fluencia del material, y la (2.7) caracteriza el correspondiente dominio elástico ( dentro de la superficie de fluencia) que es presumiblemente convexa a lo largo de cualquier proceso de carga, condiciones que deben cumplirse simultáneamente .

### 3. Modelo elastoplástico para materiales cohesivos friccionales parcialmente saturados

#### 3.1 Formulación

El presente modelo fue desarrollado sobre la base del modelo conocido como MRS-Lade, para materiales cohesivos-friccionales, que fue descrito por Sture y otros, y es esencialmente un modelo más avanzado que el originalmente desarrollado por Lade como un modelo de tres invariantes para arenas [4]. Este modelo ha sido desarrollado para simular la respuesta de materiales friccionales con baja cohesión, como las arenas, para estados de confinamientos variables.

Para simular comportamiento de medios parcialmente saturados se consideran dos variables de tensiones:

$$\text{la tensión neta total } \begin{bmatrix} (\sigma_s - p_a) & \tau_{rs} & \tau_{rs} \\ \tau_{rs} & (\sigma_s - p_a) & \tau_{rs} \\ \tau_{rs} & \tau_{rs} & (\sigma_s - p_a) \end{bmatrix} \text{ y la succión } \begin{bmatrix} (p_a - p_w) & 0 & 0 \\ 0 & (p_a - p_w) & 0 \\ 0 & 0 & (p_a - p_w) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

- Formulación con dos superficies de fluencia, una superficie curva "aplanada" correspondiente al cono que se intersecta con otra superficie curva también "alisada" en el plano desviatórico.

- Definición de la superficie de fluencia Carga-Colapso (LC, Loading-Collapse).[5]

-Las variables de endurecimiento y ablandamiento de ambas superficies están basadas en el trabajo plástico de disipación.

- Regla de no asociatividad en el plano meridiano y asociada en el plano desviatorio en la región del cono y una regla de asociatividad en la región de capa.

-Capacidad del modelo para considerar las fuerzas de cohesión y una superficie curva en el plano meridiano de la región del cono.

Una representación tridimensional de las superficies de fluencia se indica en la Fig.3.1

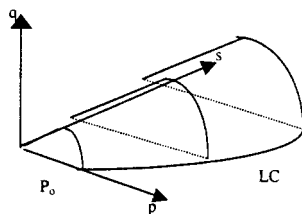


Figura 3.1. Superficie de Fluencia en el Espacio :  $p-q-s$

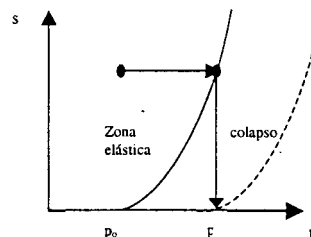


Figura : 3.2. Superficie de Fluencia LC

Se observa en Figura 3.2 que por la forma de la curva LC en el plano  $s-p$  el dominio elástico se incrementa con el incremento de la succión.

### 3.2 Superficies de Fluencia Cono y Capa.

El modelo consiste en un fragmento de superficie de fluencia curva alisada constituida por la superficie de fluencia móvil del cono hasta alcanzar la última superficie de falla y otra superficie extendida entre el cono y el eje hidrostático que también evoluciona con el trabajo de endurecimiento. La superficie de fluencia tiene la forma de un cono asimétrico, con el vértice localizado a la izquierda del origen del espacio de tensiones, dependiendo de las características cohesivas del material en cuestión y representada por la ecuación :

$$F_{\text{cono}}(p, q, \theta, s, \kappa_{\text{cono}}) = f\left\{q, \theta, s\right\} - \eta_{\text{cono}}\{\kappa_{\text{cono}}\}(p + s - p_c) = 0 \quad (3.2)$$

$$\text{con:} \quad f(q, \theta, s) = q \left(1 + \frac{q}{q_a}\right)^m g(\theta) \quad (3.3)$$

$$p = \frac{f_1}{3} ; \quad q = \sqrt{3J_{2D}} ; \quad \cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_{3D}}{\sqrt{(J_{2D})^3}} \quad (3.4)$$

donde  $q_a$ ,  $m$ ,  $\eta_{\text{cono}}$  y la cohesión  $p_c$  son parámetros del modelo y  $\kappa_{\text{cono}}$  es la variable de endurecimiento, calculada en base al trabajo plástico acumulado.

La cohesión del material  $p_c$  es variable con la succión según la ecuación :  $p_c = k s$ , con  $k$  parámetro del material [6],[7]. La superficie de capa, que involucra principalmente la respuesta volumétrica, viene dada por una superficie elíptica en plano meridiano expresada en términos de los invariantes de tensiones como :

$$F_{\text{capa}}(p, q, \theta, s, \kappa_{\text{capa}}) = \left(\frac{p - p_m}{p_r}\right)^2 + \left(\frac{f}{f_r}\right)^2 - 1 = 0 \quad (3.5)$$

en donde se han introducido las siguientes variables :

$$p_r = \frac{(1-\alpha)[\varphi(1-\alpha) + \alpha]}{2\varphi(1-\alpha) + \alpha} p_{\text{cap}}\{\kappa_{\text{cap}}\} \quad p_m = \frac{[\varphi(1-\alpha^2) + \alpha^2]}{2\varphi(1-\alpha) + \alpha} p_{\text{cap}}\{\kappa_{\text{cap}}\} \quad (3.6)$$

$$f_r = \eta_{\text{cono}} [\varphi(1-\alpha) + \alpha] \left[ \frac{\alpha}{\gamma_{\text{cono}} \dots} \right]^{1/2} p_{\text{cap}}\{\kappa_{\text{cap}}\} \quad \varphi = \frac{\eta_{\text{cap}}}{\eta_{\text{cono}}} \quad -\frac{\alpha}{\gamma_{\text{cono}} \dots} < \varphi \quad (3.7)$$

La presión de fluencia isotrópica  $p_{\text{cap}}$  es una función del parámetro de endurecimiento  $\kappa_{\text{cap}}$ . El parámetro  $\alpha$  determina la forma de la superficie elíptica y  $\eta_{\text{cap}}$  representa la inclinación de la superficie de capa en intersección con el cono[8]

### 3.3. Funciones de Potencial Plástico

El modelo emplea dos funciones de potencial plástico. La ley de fluencia ideada por Sture y otros asume una ley de fluencia no asociada para el cono en correspondencia con un comportamiento expansivo, viene da por la expresión :

$$Q_{cono}(p, q, \theta, s) = f(q, \theta) - n \eta_{cono} (p + s - p_c) \quad (3.8)$$

con  $n = \gamma \frac{p - \alpha p_{cap}}{p + \alpha p_{cap}}$  donde:  $\gamma$  parámetro del material a determinar (3.9)

Para la superficie de capa la regla de fluencia es asociada, por lo que la función de fluencia coincide con la función de potencial plástico que viene dada por :

$$Q_{capa}(p, q, \theta, s, \kappa_{capa}) = \left( \frac{p - p_n}{p_r} \right)^2 + \left( \frac{f}{f_r} \right)^2 - 1 = 0 \quad (3.10)$$

### 3.4 Ley de Endurecimiento y Ablandamiento

Los parámetros de endurecimiento y ablandamiento  $\kappa_{cono}$  y  $\kappa_{cap}$  se definen en término del trabajo plástico acumulado  $w^p$  que es disipado durante la carga en el actual camino de tensiones:

$$w^p = \int \sigma : \varepsilon^p dt \quad (3.11)$$

en término de la ley incremental :

$$\kappa_{cono} = \frac{1}{c_{cono} p_a} \left( \frac{p}{p_a} \right)^{-l} w^p \quad \kappa_{cap} = \frac{1}{c_{cap} p_a} \left( \frac{p_{cap,0}}{p_a} \right)^{-r} w^p \quad (3.12)$$

donde :  $c_{cono}$ ,  $c_{cap}$ ,  $p_a$ ,  $p_{cap,0}$ ,  $l$  y  $r$  son constantes del material [8] [9].

Para suelos parcialmente saturados se considera a  $p_{cap,0}$  como la presión de preconsolidación dependiente además del valor de la succión y que se define según la expresión de Schrefler[6], utilizada en este trabajo como :

$$p_{cap,0} = p_0^* + i s \quad (3.13)$$

con :  $i$  constante del material,  $p_0^*$  es la presión preconsolidación en condiciones de saturación .

## 4. Simulación numérica

### 4.1 Fundación superficial

Implementado el modelo en un programa de elementos finitos es usado para modelar un ensayo doble edométrico de un suelo de característica colapsable. La modelación resultante para estados de succión  $s = 100$  kpa y  $s = 0$  kpa (saturado) se muestra en Figura 4.1 .Simulaciones similares se puede consultar en [10].

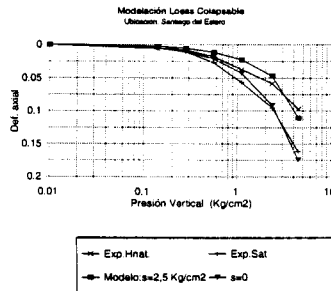


Figura 4.1. Respuesta en ensayos doble edométricos.

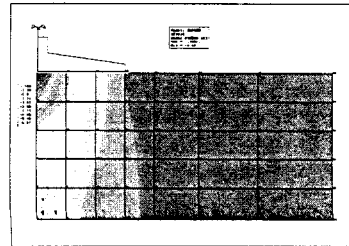


Figura 4.2 Estado de tensiones verticales.

A continuación se realiza una simulación del comportamiento de una zapata cimentada sobre un suelo de las mismas características, reproduciendo para un mismo estado de cargas (Figura 4.2), la respuesta para dos estados de humedad : en estado de humedad natural Figura 4.3 y en estado de saturación Figura 4.4 .En este último se observa el fenómeno de colapso del suelo y asentamientos inadmisibles para la estructura.

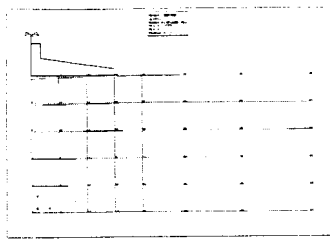


Figura 4.3. Deformación con humedad natural

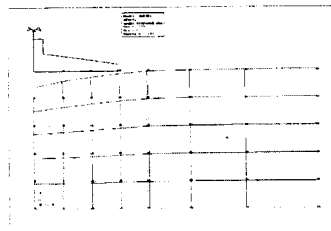


Figura 4.4 Deformación del suelo saturado.

#### 4.2. Análisis de un terraplén.

El comportamiento del suelo de un terraplén es analizado mediante el modelo propuesto, reproduciendo la respuesta para condiciones de humedad variables del mismo, aplicando control de deformaciones y estado plano de tensiones. El análisis se realiza para dos mallas , una con elementos cuadriláteros y otra con elementos triangulares, cuyas mallas deformadas se muestran en Fig. 4.5 y 4.6 En la Figura 4.7 se reproducen las curvas carga desplazamiento para tres diferentes estado de succión.

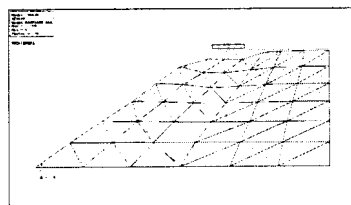


Figura 4.5. Malla Deformada

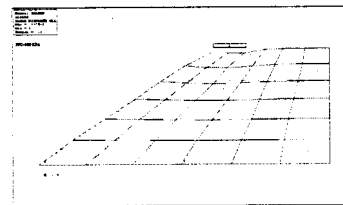


Figura 4.6 . Malla Deformada

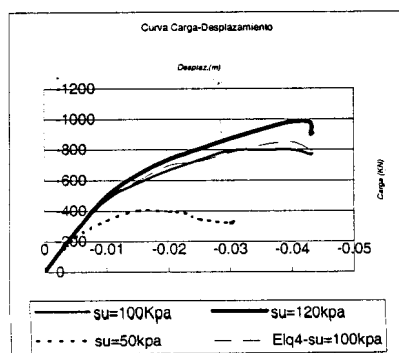


Figura 4.7 Curvas carga-desplazamiento vertical.

### 5. Conclusiones

El modelo constitutivo elastoplástico implementado para materiales cohesivos friccionales parcialmente saturados, en el cual se incorpora como variables tensionales independientes, la presión neta total ( $\sigma - p_a$ ) y la succión ( $p_a - p_w$ ), representa adecuadamente el comportamiento de los suelos bajo condiciones de borde complejas. Los ejemplos numéricos muestran su capacidad de simulación del comportamiento del suelo en condiciones de humedad variable y la reproducción del fenómeno de "colapso" cuando se saturan.

### Referencias Bibliográficas.

- [1] Fredlund, D. G. ; "The scope of unsaturated soil mechanics : An overview " . UNSAT'95.Balkema-Rotterdam-Brookfield.1996
- [2] Alonso.EE ; Gens, A y Josa , A ; " A constitutive model for Partially Saturated Soils ", Geotechnique, N°3 .1990
- [3] Schiava R., Etse G. " Modelo elastoplástico para medios cohesivos friccionales parcialmente saturados" 6° Congreso de Mecánica Computacional-Mecom 99-Mendoza-Argentina-1999.
- [4] Weihe, Stefan ; Thesis : " Implicit integration schemes for multi-surface yield criteria subjected to hardening/softening behavior" University of Colorado, Boulder.1990.
- [5] Gens A. ; " Constitutive modelling : Application to compacted soils". Unsaturated Soils - Vol.3 - UNSAT'95.Balkema-Rotterdam-Brookfield
- [6] Schrefler, B.A ; Bolzon, G ; "Compaction in gas reservoirs due to capillary effects " , Computational Plasticity, CIMNE - Barcelona -1997
- [7] Thomas, H.R. ; He , Y ; " Computational modelling the behaviour of unsaturated soil using an elasto-plastic approach". Computational Plasticity , CIMNE - Barcelona -1997
- [8] Schiava, R. ; Etse G. "Modelación numérico computacional de suelos parcialmente saturados"XIX Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural -Jubileo don Julio Ricaldoni-Punta del Este-Uruguay.2000
- [9] Jeremic , Boris ; Thesis " Implicit Integration Rules in Plasticity : Theory and Implementation " . Thesis Master of Science. University of Colorado .1994.
- [10] Miranda, A.N. ; Menescal, R.A.; Silva Filho ; "UNSTRUCT- A finite element method program for unsaturated soils". Unsaturated Soils - Vol.2 - UNSAT'95.Balkema-Rotterdam-Brookfield .1995