



## MODELADO DE PROCESOS DE CONFORMADO DE METALES

Miguel A. Cavaliere, Marcela B. Goldschmit, Pablo M. Amenta y Eduardo N. Dvorkin  
Centro de Investigación Industrial, FUDETEC  
Av. Córdoba 320 - (1054) Buenos Aires, Argentina

### Resumen

En el presente trabajo presentamos una técnica de elementos finitos que hemos desarrollado para modelar operaciones de conformado masivo de metales.

### Abstract

In this paper we present a finite element technique that we have developed for modeling bulk metal forming operations.

## 1. INTRODUCCION

El modelado de procesos de conformado de metales utilizando el método de elementos finitos es hoy una poderosa herramienta utilizada en la industria para investigar las "ventanas tecnológicas" de los diferentes procesos.

Para el modelado de procesos de *conformado masivo de metales*, en los que la predicción de recuperaciones elásticas y tensiones residuales no resulta de interés prioritario, la *formulación de flujo* (modelos de material rígido/viscoplásticos) [1] es en general la metodología preferida.

En el presente trabajo presentaremos la implementación de la formulación de flujo desarrollada en nuestro código **METFOR**. Dicha implementación está basada en el método de las pseudo-concentraciones [2, 3] y en el uso del elemento QMITC-3F [4-6].

## 2. LA FORMULACION DE ELEMENTOS FINITOS

Los detalles de la formulación utilizada fueron presentados en publicaciones previas [4-9]; por lo tanto, en este trabajo sólo destacaremos sus aspectos más relevantes.

### 2.1 La formulación de flujo

La formulación de flujo utiliza la relación constitutiva rígida/viscoplástica de Perzyua [10] con una ley de flujo asociativa, con lo cual despreciamos las deformaciones elásticas. Siguiendo el trabajo de

Zienkiewicz, Jain y Oñate [1] obtenemos para el caso particular de una relación rígida/plástica las siguientes expresiones

$$s_{ij} = 2 \mu \dot{\epsilon}_{ij} \quad ; \quad \mu = \frac{\sigma_y}{3 \dot{\epsilon}} \quad ; \quad \dot{\epsilon} = \left( \frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \right)^{\frac{1}{2}} \quad ; \quad (1)$$

- $s_{ij}$  : componentes cartesianas del tensor de tensiones desviadoras,  
 $\dot{\epsilon}_{ij}$  : componentes cartesianas del tensor de tasas de deformación,  
 $\mu(\bar{\epsilon}, \dot{\epsilon})$  : viscosidad variable,  
 $\sigma_y(\bar{\epsilon}, \dot{\epsilon})$  : tensión de fluencia, función de la tasa de deformación y de la deformación efectivas.

Planteando, en la configuración de equilibrio, el Principio de los Trabajos Virtuales bajo la hipótesis de un flujo de Stokes obtenemos:

$$\int_V \sigma_{ij} \delta \dot{\epsilon}_{ij} dv = \int_V f_i^v \delta \dot{u}_i dv + \int_S t_i^* \delta \dot{u}_i ds \quad ; \quad (2.a)$$

- $\sigma_{ij}$  : componentes cartesianas del tensor de tensiones de Cauchy,  
 $f_i^v$  : cargas externas volumétricas,  
 $t_i^*$  : cargas externas superficiales,  
 $\dot{u}_i$  : componentes del vector velocidad material.

Siendo,

$$\sigma_{ij} = s_{ij} + \delta_{ij} p \quad ; \quad p = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \delta_{ij} \quad ; \quad \dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}'_{ij} + \frac{1}{3} \delta_{ij} \dot{\epsilon}_v \quad (2.b)$$

Dado que hemos despreciado las deformaciones elásticas el flujo de metal resulta incompresible y la primera de las Ecs.(1) resulta equivalente a  $s_{ij} = 2\mu \dot{\epsilon}'_{ij}$ . Luego de manipulaciones algebraicas llegamos a:

$$\int_V 2 \mu \dot{\epsilon}'_{ij} \delta \dot{\epsilon}'_{ij} dv + \int_V p \delta \dot{\epsilon}_v dv = \int_V f_i^v \delta \dot{u}_i dv + \int_S t_i^* \delta \dot{u}_i ds \quad (3)$$

## 2.2 Imposición de la incompresibilidad mediante Lagrangeanos aumentados

El segundo término del lado izquierdo de la Ec.(3) debe interpretarse como el resultado de imponer la restricción de incompresibilidad ( $\dot{\epsilon}_v = 0$ ) utilizando multiplicadores de Lagrange siendo  $p$  el correspondiente multiplicador de Lagrange. A efectos de eliminar la presión como variable independiente utilizamos una técnica de Lagrangeanos Aumentados para imponer la incompresibilidad [11].

Consideremos primero un caso con viscosidad constante. Partiendo con valores  $s_{ij}^{(k-1)}$ ;  $\dot{u}_i^{(k-1)}$ ;  $p^{(k-1)}$ ; etc. y utilizando en la Ec.(3) la técnica de Lagrangeanos aumentados obtenemos:

$$\int_V 2 \mu \Delta \dot{\epsilon}'_{ij} \delta \Delta \dot{\epsilon}'_{ij} dv + \int_V \kappa \Delta \dot{\epsilon}_v \delta \Delta \dot{\epsilon}_v dv = \int_V f_i^v \delta \Delta \dot{u}_i dv + \int_{S_e} t_i^* \delta \Delta \dot{u}_i ds - \int_V s_{ij}^{(k-1)} \delta \Delta \dot{\epsilon}'_{ij} dv - \int_V (p^{(k-1)} + \kappa \dot{\epsilon}_v^{(k-1)}) \delta \Delta \dot{\epsilon}_v dv \quad (4.a)$$

$\kappa$ : parámetro de penalización.

Resueltas las Ecs.(4.a) actualizamos:

$$\begin{aligned} \dot{u}_i^{(k)} &= \dot{u}_i^{(k-1)} + \Delta \dot{u}_i & ; & \quad \dot{\epsilon}'_{ij}^{(k)} = \dot{\epsilon}'_{ij}^{(k-1)} + \Delta \dot{\epsilon}'_{ij} \\ \dot{\epsilon}_v^{(k)} &= \dot{\epsilon}_v^{(k-1)} + \Delta \dot{\epsilon}_v & ; & \quad p^{(k)} = p^{(k-1)} + \kappa \dot{\epsilon}_v^{(k)} \end{aligned} \quad (4.b)$$

La última de las ecuaciones anteriores construye iterativamente el campo de presiones. Iteramos hasta alcanzar valores suficientemente pequeños de  $\dot{\epsilon}_v$  y  $\Delta \dot{u}_i$  medidos en alguna norma adecuada.

Para los casos en los cuales la viscosidad no es constante utilizamos el algoritmo de Uzawa modificado [12] y en un mismo ciclo iterativo resolvemos las no-linealidades provenientes de la relación constitutiva e imponemos incrementalmente la condición de incompresibilidad mientras construimos el campo de presiones con el proceso de Lagrangeanos aumentados. Para ello, en cada iteración utilizamos los valores más recientes de,

$$\mu^{(l)} = \mu(\dot{\epsilon}^{(l)}) \quad ; \quad s_{ij}^{(l)} = 2 \mu^{(l)} \dot{\epsilon}_{ij}^{(l)} \quad (5)$$

### 2.3 El elemento QMITC-3F

La discretización mediante elementos finitos la efectuamos utilizando un elemento cuadrilátero bidimensional denominado QMITC-3F (*Quadrilateral Mixed Interpolation of Tensorial Components with 3 Fields*). Interpolamos las velocidades usando las funciones de interpolación correspondientes a un elemento isoparamétrico de cinco nodos (cuatro nodos en las esquinas y uno centrado); condensando a nivel elemental los grados de libertad correspondientes al nodo central.

Obtenemos las componentes del tensor de velocidad de deformación a partir de una interpolación bilineal de las componentes covariantes del mismo de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$\dot{\epsilon}_{ii} = \dot{\epsilon}_{ii}|_O^{DJ} + \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ \dot{\epsilon}_{ii}|_D^{DI} - \dot{\epsilon}_{ii}|_B^{DI} \right] \frac{|J_O|}{|J|} r + \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ \dot{\epsilon}_{ii}|_D^{DI} - \dot{\epsilon}_{ii}|_C^{DI} \right] \frac{|J_O|}{|J|} s \quad (6.a)$$

$i = r, s$  : para flujo plano,

$i = r, s, t$  : para flujo axilimétrico.

$$\dot{\epsilon}_{rs} = \dot{\epsilon}_{rs}|_O^{DI} \quad (6.b)$$

$\dot{\epsilon}_{ij}|_{A,B,C,D,O}^{DI}$  : componentes covariantes de la tasa de deformación evaluadas en los puntos de muestreo  $A, B, C, D$  y  $O$ , a partir de la interpolación de velocidades, en la terna de vectores base contravariantes correspondientes al centro del elemento ( $r = 0$  ;  $s = 0$ ),

$|J_O|$  : determinante del Jacobiano en el punto de muestra  $O$ ,

$|J|$  : determinante del Jacobiano del elemento en el punto  $(r, s)$ .

Las coordenadas naturales de los puntos de muestreo son:

$$A\left(0, \frac{1}{\sqrt{3}}\right); B\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, 0\right); C\left(0, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right); D\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, 0\right); O(0, 0)$$

Con respecto a la interpolación de presiones en el interior del elemento efectuamos una interpolación de la forma

$$p = p_o + p_r r + p_s s \quad (7)$$

donde  $p_o$ ,  $p_r$ ,  $p_s$  son incógnitas.

A partir de la interpolación mixta de las tasas de deformación deducimos la tasa de deformación volumétrica,

$$\dot{\epsilon}_v = \dot{\epsilon}_{ij} g^{ij} \quad (8.a)$$

y obtenemos, tanto para el caso plano como axilimétrico, una interpolación de la forma

$$\dot{\epsilon}_v = a + br + cs \quad (8.b)$$

donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son constantes.

Un análisis del elemento QMITC-3F, siguiendo los lineamientos de las Refs.[7, 9], muestra que esta nueva formulación, al igual que la anterior, basada en la técnica de penalización para imponer incompresibilidad, satisface el Patch Test de Irons, no presenta modos espúreos de energía nula y no bloquea en situaciones incompresibles.

Las ventajas de imponer la incompresibilidad utilizando la técnica del Lagrangeano aumentado en lugar de la más standard técnica de penalización son las siguientes:

- Permite utilizar menores valores del parámetro de penalización con lo cual el condicionamiento de las matrices de rigidez no resulta tan severamente deteriorado.
- Permite obtener mejores predicciones del campo de presiones.

Ambas observaciones se ilustran mediante los ensayos numéricos que se presentan en la Sección 4.

#### 2.4 La técnica de pseudo-concentraciones

Siguiendo los desarrollos de las Refs.[7, 8], utilizamos la formulación presentada en la sección anterior, junto con la técnica de pseudo-concentraciones para simular procesos de conformado masivo de metales. Esta técnica permite modelar superficies libres en problemas estacionarios (evitando el movimiento de nodos) y modelar procesos transitorios utilizando una formulación puramente Euleriana (el material fluye dentro de una malla fija o en movimiento con una velocidad prescrita arbitrariamente).

La técnica de pseudo-concentraciones no requiere de los algoritmos de remallado que usualmente necesitan las formulaciones Lagrangeanas o Eulerio-Lagrangeanas.

Para aplicar esta técnica definimos una variable "c" tal que

$c > 0$  indica la presencia de material real y su viscosidad es calculada con las Ecs.(1) o similares.

$c < 0$  indica un "pseudo-material" con una viscosidad baja frente a la real.

Del planteo de la conservación de la "pseudo-concentración"  $c$  en un flujo incompresible surgen las siguientes ecuaciones de transporte:

*Caso estacionario:*

$$\dot{\mathbf{u}} \cdot \nabla c = 0 \quad , \quad (9)$$

*Caso transitorio:*

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \dot{\mathbf{u}}_R \cdot \nabla c = 0 \quad (10)$$

$\dot{\mathbf{u}}_R$ : es una velocidad de malla definida arbitrariamente.

Similares ecuaciones de transporte se usan para el cálculo de la deformación plástica equivalente,  $\bar{\epsilon}$ .

Para resolver el *contacto* entre el material conformado y las herramientas (matrices, rodillos, etc.) utilizamos condiciones de borde dependientes de la pseudo-concentración [7, 8]; además un contacto "cerrado" es abierto si aparecen tensiones normales de contacto de tracción.

Para la *fricción* hemos implementado la llamada ley de fricción constante [13] y una ley de fricción de Coulomb.

### 3. ALGORITMO IMPLEMENTADO

El algoritmo iterativo fue descrito en detalle en las Refs. [5, 6].

Para problemas estacionarios comenzamos con una distribución arbitraria de "c" y con  $\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{0}$  en toda la malla.

En problemas transitorios, para resolver el paso de tiempo  $t \rightarrow t + \Delta t$  comenzamos con la configuración convergida correspondiente al instante  $t$ .

En la siguiente tabla resumimos los principales aspectos del algoritmo iterativo:

```

1.  $k = -1$ 
2.  $k = k + 1$ 
   2.1.  $j = 0$  ;  $\underline{\hat{u}}^{(j)} = \underline{\hat{u}}^{(k-1)}$ 
   2.2.  $j = j + 1$ 
       Cálculo de  $\underline{\hat{u}}^{(j)}$  manteniendo constantes  $c$  y  $\bar{\epsilon}$  (Ecs.(4)).
   2.3. IF  $\frac{\|\underline{\hat{u}}^{(j)} - \underline{\hat{u}}^{(j-1)}\|_2}{\|\underline{\hat{u}}^{(j)}\|_2} \leq UTOL$  and  $\|\epsilon_v^{(j)}\|_\infty \leq VTOL$ 
       THEN  $\underline{\hat{u}}^{(k)} = \underline{\hat{u}}^{(j)}$  GO TO 3
       ELSE GO TO 2.2
3. Calcular las distribuciones de  $c$  y  $\bar{\epsilon}$  integrando las correspondientes ecuaciones de transporte.
4. IF  $k = 0$  GO TO 2
5. IF  $\frac{\|\underline{\hat{u}}^{(k)} - \underline{\hat{u}}^{(k-1)}\|_2}{\|\underline{\hat{u}}^{(k)}\|_2} \leq UTOL$  and  $\|\epsilon_v^{(k)}\|_\infty \leq VTOL$ 
   THEN  $\rightarrow$  convergencia
   ELSE GO TO 2

```

#### 4. EXPERIMENTACION NUMERICA

En esta Sección presentamos primero un resultado simple que ilustra el comportamiento de la metodología de modelado propuesta y a continuación los resultados obtenidos en problemas industriales.

##### 4.1 Problema simple de verificación: extrusión

Hemos utilizado este ejemplo con el fin de ilustrar el comportamiento del método del Lagrangeano aumentado comparado con el de penalización.

En este ejemplo

$$\kappa = 10^\alpha \mu_{max}^{(k-1)}$$

Extraemos dos conclusiones de los resultados de la Fig.1:

- Utilizando el método de penalización no es posible, a igualdad de valor de  $\kappa$ , llegar a imponer la incompresibilidad con la misma exactitud que utilizando el método del Lagrangeano aumentado.
- Aún para valores "pequeños" de  $\kappa$  el método del Lagrangeano aumentado es muy eficiente para imponer la restricción de incompresibilidad.

En la matriz de rigidez diagonalizada encontramos:

$\alpha$	$\log_{10} \frac{d_{max}}{d_{min}}$
1	4.67
8	11.43

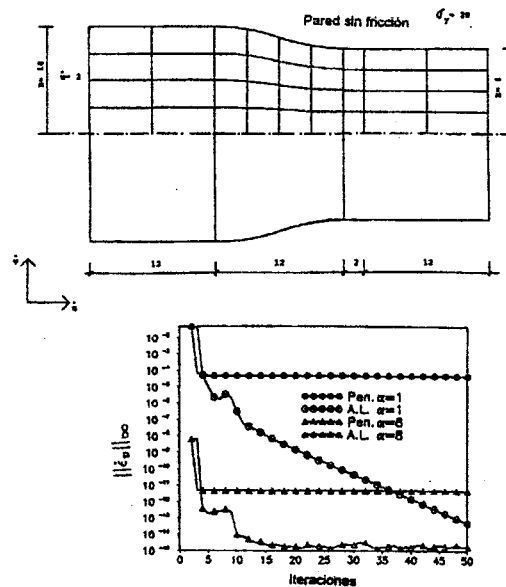


FIGURA 1. Extrusión

De la tabla anterior y de la Fig.1 resulta evidente que el método del Lagrangeano aumentado, comparado con el método de penalización provee una mejor satisfacción de la condición de incompresibilidad con un menor deterioro del condicionamiento de la matriz de rigidez.

## 4.2 Problemas industriales

### 4.2.1 Laminación de chapas de acero

En la Ref.[14] Li y Kobayashi definieron, para una jaula de laminación, el siguiente parámetro:

$$H = \frac{\bar{\sigma}}{t_{in}} \left[ \frac{t_{in} - t_{out}}{t_{in}} \right] \quad (\text{ver Fig.2})$$

y concluyeron que:

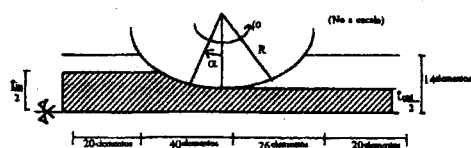
$H < 3$  indica un diagrama de presiones de contacto del tipo de doble pico y la deformación es más inhomogénea (jaulas Tipo 1).

$H > 3$  indica un diagrama de presiones de contacto del tipo de colina de fricción y la deformación es más homogénea (jaulas Tipo 2).

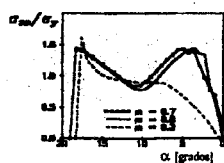
En un tren de laminación en caliente (ej. SIDERAR, San Nicolás, Argentina), las jaulas desbastadoras son del Tipo 1 y las terminadoras del Tipo 2.

Asumiendo un estado plano de deformación y régimen estacionario, en la Fig.2 presentamos resultados para ambos tipos de jaulas y para distintos valores del coeficiente de fricción (ley de fricción constante [13]). Las presiones de contacto y tensiones tangenciales se grafican a lo largo del arco de contacto.

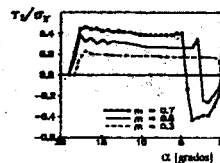
Es interesante resaltar que, de acuerdo a lo que se observa en las Figs.2.c y 2.e, la posición del punto de no-deslizamiento es más sensible al valor del coeficiente de fricción en una jaula del Tipo 1 que en una del Tipo 2.



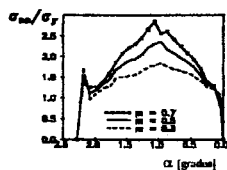
(a) Malla



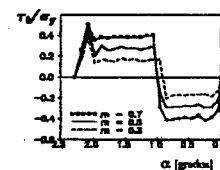
(b) Tipo 1. Presiones de contacto



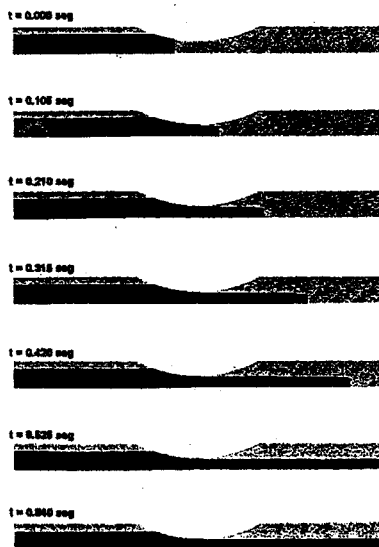
(c) Tipo 1. Tensiones tangenciales



(d) Tipo 2. Presiones de contacto



(e) Tipo 2. Tensiones tangenciales

**FIGURA 2. Laminación plana**  
 Régimen estacionario sin tracciones en la entrada/salida

**FIGURA 3. Laminación plana**  
 Régimen transitorio sin tracciones en la entrada/salida

En la Fig.3 presentamos el resultado de un modelo transitorio del comienzo de laminación en una jaula Tipo 1 sin tracciones en la entrada/salida.

En la Fig.4 presentamos un resultado correspondiente a régimen transitorio en que la distribución de temperaturas no es simétrica respecto del centro del espesor (la cara inferior está más fría que la superior). El resultado es que, debido a la dependencia de la tensión de fluencia con la temperatura, la chapa en laminación se curva hacia abajo.

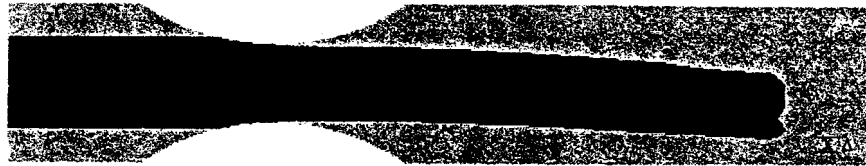


FIGURA 4. Laminación plana  
Régimen transitorio. Cara inferior más fría que la superior ( $\Delta T=80^{\circ}C$ )

#### 4.2.2 Recalque de extremos de tubos de acero sin costura

En la Fig.5 presentamos el extremo recalcado de un tubo de acero sin costura utilizado en la industria petrolera. En la Fig.6 esquematizamos el proceso de recalque de extremos que se realiza con el extremo del tubo a una temperatura aproximada de  $1250^{\circ}C$ .

En un experimento industrial realizado en la planta de SIDERCA (Campana, Argentina) recalcamos diferentes tubos con diferentes condiciones de lubricación entre las matrices y el tubo y entre el punzón y el tubo. Realizamos recalques parciales, que luego fueron cortados y macro-atacados para observar la distribución de "fibras".

Para obtener resultados numéricos que pudiesen ser comparados con las fotografías de los cortes macro-atacados, en el tubo virgen definimos bandas axiales de iso-concentración y en la configuración deformada comparamos las bandas con las "fibras" observadas en las fotografías (ver Fig.7). El modelo de elementos finitos describe adecuadamente las principales características del proceso industrial.

## 5. CONCLUSIONES

La implementación de la formulación de flujo con el elemento QMITC-3F y el método de las pseudo-concentraciones es una herramienta ingenieril confiable para modelar procesos de conformado masivo de metales.

Actualmente, estamos extendiendo la formulación a problemas 3D.

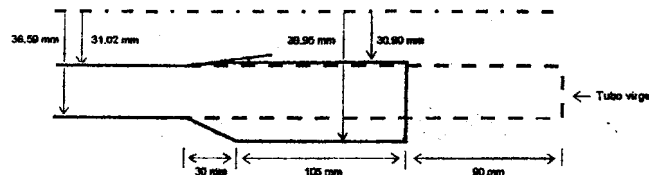


FIGURA 5. Extremo recalcado de un tubo



## 6. REFERENCIAS

- [1] Zienkiewicz, O. C., Jain, P. C. and Oñate, E., *Flow of solids during forming and extrusion: some aspects of numerical solutions*, 15-28, Int. J. Solid Struct., 14, 1977.
- [2] Thompson, E. and Smelser, R. E., *Transient analysis of forming operations by the pseudo-concentrations method*, 177-189, Int. J. Num. Meth. Engrg., 23, 1988.
- [3] Thompson, E., *Use of the pseudo-concentrations to follow creeping viscous flows during transient analysis*, 749-761, Int. J. Num. Meth. Fluids, 6, 1986.
- [4] Dvorkin E.N., Goldschmit M.B., Cavaliere M.A. y Amenta P.M., On the modelling of bulk metal forming processes, *ECCOMAS '96, París*.
- [5] Dvorkin E.N., Cavaliere M. and Goldschmit M., *A three field element via augmented Lagrangian for modelling bulk metal forming processes*, 2-9, Computational Mechs, 17, 1995.
- [6] Dvorkin E.N., Cavaliere M. and Goldschmit M., *A three field element via augmented Lagrangian for modelling incompressible viscoplastic flows*, In: *Proc. Fourth Int. Conf. Comput. Plasticity* (Eds. D.R.J. Owen et al), Pineridge Press, Swansea, 1995.
- [7] Dvorkin, E. N. and Petöcz, E. G., *An effective technique for modelling 2D metal forming processes using an Eulerian formulation*, 323-336, Eng. Comp., 10, 1993.
- [8] Dvorkin, E. N. and Petöcz, E. G., *On the modelling of 2D metal forming processes using the flow formulation and the pseudo-concentrations technique*, In: *Proc. Third Int. Conf. Comput. Plasticity* (Eds. D.R.J. Owen et al), 1037-1052, Pineridge Press, Swansea, 1992.
- [9] Dvorkin, E.N. and Canga, M.E., *Incompressible viscoplastic flow analysis using a quadrilateral 2D element based on mixed interpolation of tensorial components*, 157-164, Commun.Num.Meth.Eng., 9, 1993.
- [10] Perzyna, P., *Fundamental problems in viscoplasticity*, Advances in Applied Mechanics, 9, Academic Press, New York, 1966.
- [11] Luenberger, D.G., *Linear and Nonlinear Programming*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1984.
- [12] Fortin, M. and Fortin, A., *A generalization of Uzawa's algorithm for the solution of the Navier-Stokes equations*, Commun. Num. Meth. Eng., 1, 205-208, 1985.
- [13] Backofen, W.A., *Deformation Processing*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1972.
- [14] Li, G. and Kobayashi, S., *Rigid-plastic finite element analysis of plane strain rolling*, 55-63, J. of Engineering for Industry, 104, 1982.

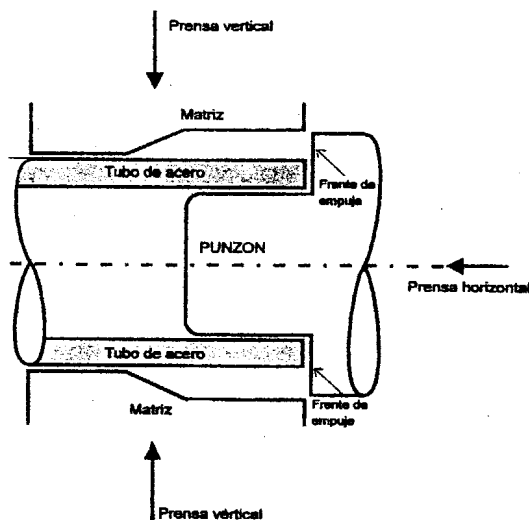


FIGURA 6. Proceso de recalque



FIGURA 7. Comparación entre resultados experimentales y numéricos