

AVANCES EN LA GENERACIÓN DE MALLAS DE HEXAEDROS

Nestor A. Calvo y Sergio R. Idelsohn
CIMEC – CONICET
Güemes 3450, (3000) Santa Fe, Argentina

RESUMEN

Se presentan los logros alcanzados en la implementación de un generador automático de mallas no estructuradas de hexaedros. Con modificaciones automáticas de la malla exterior se ha logrado, por primera vez, generar mallas para cualquier geometría dada. Se muestran algunos ejemplos y los desarrollos a los cuales estamos abocados.

INTRODUCCIÓN

Continuamos en la línea de generar mallas de hexaedros partiendo de una malla de superficie que define la geometría y el tamaño de elementos en cada zona. El método se basa en subdivisiones recursivas guiadas por el dual de la malla.

Hasta ahora existía una severa restricción a la topología de la malla exterior y el proceso funcionaba solo en casos-ejemplo en los que se podía controlar manualmente la malla exterior.

Aquí se presentan los primeros resultados sin esa imposición en mallas de miles de elementos, en las que aparecen todas las situaciones indeseables previsibles y algunas nuevas que generaron nuevos desafíos en la implementación.

Se han logrado grandes avances en el desarrollo del generador y del suavizador a partir de una solución de compromiso al problema de las auto-intersecciones de líneas duales de la malla exterior.

Los nuevos desarrollos, además de la eliminación de auto-intersecciones, se centran en la detección y eliminación de hexaedros inadecuados para el Método de Elementos Finitos. Se mejoraron los algoritmos de detección y eliminación de elementos con conectividades patológicas. Además se incorporaron algunos nuevos algoritmos para aumentar la velocidad de reversión de elementos con jacobiano negativo y se agregó la relación de aspecto a la métrica del jacobiano normalizado para medir la calidad de los elementos.

ANTECEDENTES

Hasta la fecha, si bien hay varios métodos de generación de mallas de hexaedros, los únicos que realmente funcionaban eran el método de multibloques y los métodos $2\frac{1}{2}$ dimensionales [1][2][3].

El método de multibloques consiste en subdividir el dominio en grandes bloques, cada uno de los cuales está limitado por seis superficies con la misma conexión que en un hexaedro. Luego se subdivide cada bloque en forma estructurada. La única dificultad consiste en lograr que las interfases entre distintos bloques sean compatibles: la misma malla de cuadrados en la superficie compartida por dos bloques y la misma malla de segmentos en la arista compartida por varios bloques. Esta es también la única desventaja del método, la imposición de compatibilidad obliga a mallar con muchos más elementos que los realmente necesarios.

Los métodos $2\frac{1}{2}$ dimensionales parten de una malla abierta de cuadriláteros y un camino por el cual se va copiando y, en general, deformando la malla; como en un proceso de extrusión. Las dificultades varían dependiendo de la implementación en particular, pero es obvio que sólo son aplicables a superficies cilíndricas o toroidales en un sentido amplio.

El objetivo que nos trazamos era desarrollar un método que partiendo de cualquier malla cerrada de cuadriláteros rellene el interior con hexaedros [4]. Otros grupos han estado trabajando en la misma línea [5] y actualmente con el mismo enfoque: generar el dual de la malla.

Tanto nuestro grupo, el CIMEC de Santa Fe como el de Sandia National Laboratories en Albuquerque USA, hemos llegado a generar mallas cuando se da una condición esencial: el dual de la malla exterior no tiene auto-intersecciones [6]. Nuestro grupo ha logrado además que dichas mallas contengan solo hexaedros válidos [7] y recientemente, resignando la intangibilidad de la malla exterior de partida, hemos logrado el objetivo propuesto: generar mallas en cualquier geometría dada.

GENERACIÓN DEL DUAL.

Ya hemos explicado en anteriores encuentros, tanto el método como las dificultades encontradas, no obstante incluimos aquí una rápida descripción, mayormente gráfica.

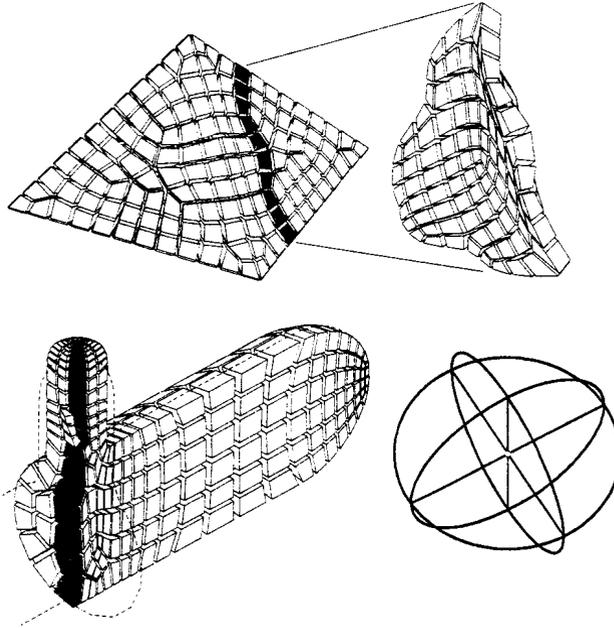


Figura 1: Dual de una malla de Hexaedros

En la Figura 1 se muestra el concepto de dual de la malla. Dado que los elementos son hexaedros, podemos ver una línea del dual enhebrando hexaedros como cuentas de un collar: entramos desde el exterior por una cara de un elemento, entramos al elemento siguiente por la cara opuesta y así hasta salir al exterior.

De la misma forma, podemos ver las superficies cortando una arista exterior de un elemento y las cuatro aristas paralelas que pertenecen también a elementos vecinos, practicando dicho corte a todos los elementos con los cuales nos vamos encontrando recorreremos una superficie del dual de la malla.

Entre las distintas superficies quedan definidos unos poliedros, cuya característica es que todos sus vértices son triédricos. Podemos ver al dual de la malla como una malla de poliedros de vértices triédricos (que son duales de los nodos de la malla).

La intersección de dos superficies es una línea del dual y el punto de mutua intersección de tres superficies es dual de un hexaedro de la malla.

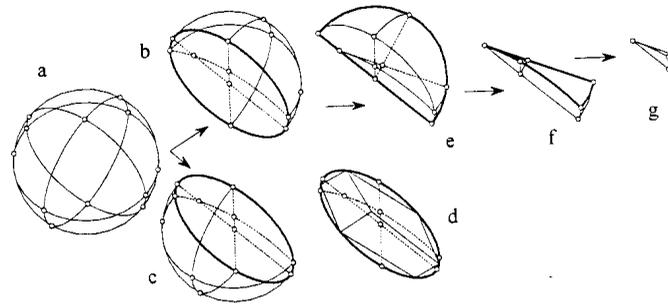


Figura 2: Generación del dual de la malla

Para generar el dual de la malla partimos del dual de la malla exterior dada: el conjunto de líneas que “enhebran” los cuadriláteros exteriores. Cada una de esas líneas será el borde de una superficie dual interior que corta a la malla en dos. Hacemos esa división y unimos adecuadamente las líneas cortadas para reducir el problema en forma recursiva hasta obtener una frontera indivisible. Este esquema funciona en tanto las líneas exteriores no se autocrucen. Las líneas con auto-cruces son el borde de superficies que se autocruza y no pueden usarse para dividir en dos el problema.

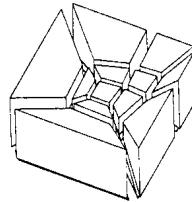


Figura 3: Auto-intersección de una superficie dual

En la Figura 2 pusimos por simplicidad líneas sencillas, pero en la práctica las líneas son muy distintas y, a menos que se controle a mano, habrá autocruces casi invariablemente y mucho más complicados que el de la Figura 3.

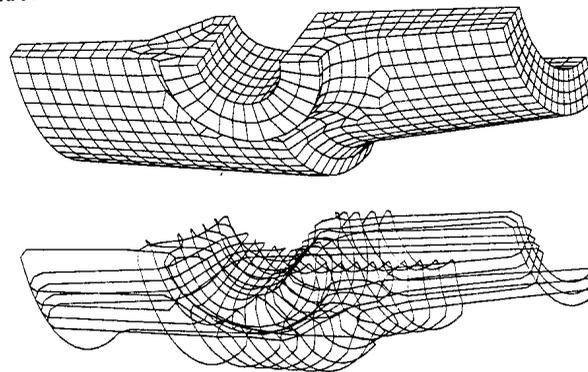


Figura 4: Línea dual con gran cantidad de auto-intersecciones

Los problemas reales, como el de la Figura 4, eran imposibles de resolver. Hasta ahora.

ELIMINACIÓN DE AUTO-INTERSECCIONES

Cada cuadrilátero exterior es cruzado por dos líneas, cuando ambas son la misma, tenemos un auto-cruce.

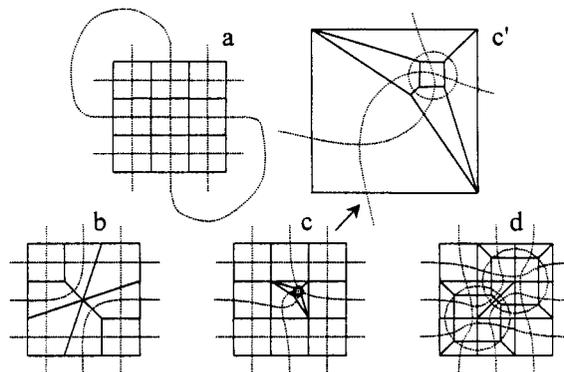


Figura 5. Eliminación de auto-intersección en un elemento.

En la Figura 5 se muestra en (a) un elemento donde se auto-cruza una línea dual y tres formas (b, c, d) de eliminar dicha auto-intersección. En todos los casos se modifica la línea evitando el cruce.

Ya habíamos hablado [4] de la posibilidad de eliminar auto-cruces y habíamos dado dos métodos: eliminación y transformación del elemento.

El problema de eliminar el elemento es que no podemos eliminar ninguna arista de la malla a menos que sepamos que no es una arista de la geometría, una arista intocable.

La solución general consiste en modificar el elemento y quizás sus vecinos sin alterar las aristas de ningún elemento. La solución presentada en el '96 (c) fue rechazada por provocar excesivas deformaciones. Ahora decidimos involucrar a los vecinos (d) para producir elementos menos deformados.

EJEMPLOS

Con este método hemos logrado producir mallas importantes como la de la Figura 4 (que resultó tener unos 4000) nodos y algunas otras como las que se muestran a continuación.

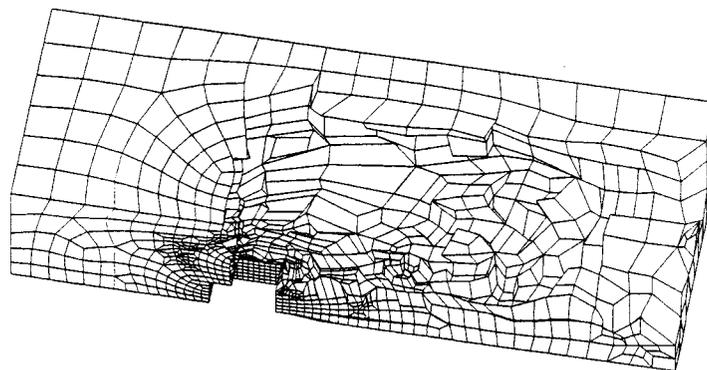


Figura 6: Porción de malla interior de un canal (15000 nodos)

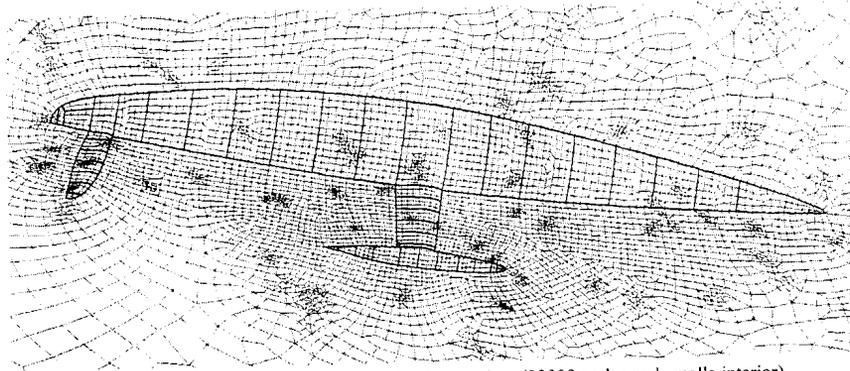


Figura 7: Vista parcial de la malla exterior de un velero (33000 nodos en la malla interior)

En las imágenes se puede notar el efecto del proceso de eliminación de auto-cruces, que resulta en elementos de pobre calidad pero no mucho peores que los que se producen en los pocos casos en que el proceso interior eliminaba las auto-intersecciones. En resumen, el deterioro de la calidad es solo más visible (porque llega a la superficie), pero no es mucho mayor que cuando los elementos deformes se producen en el interior.

NUEVOS DESAFÍOS

En todas estas mallas la velocidad de generación de la topología es muy rápida (del orden de un minuto), esto es porque para la generación del dual se trabaja solo con números enteros. Pero, con mallas de semejantes tamaños, aparecieron nuevos problemas: nuevas monstruosidades topológicas y excesiva lentitud del suavizado.

El proceso de generación, tal como se planteó antes, define los poliedros triédricos del dual pero no garantiza que no se produzcan malformaciones tales como poliedros compartiendo dos caras o dos aristas. Estos monstruos, duales de hexaedros pegados por más de una cara o arista se eliminan en un proceso complicado que consiste en agregar superficies internas cerradas del dual que separen los objetos mal conectados. Todos los casos que aparecieron hasta ahora han sido resueltos y estamos estudiando la posibilidad de implementar un método general que distinga las conexiones inválidas para el método de elementos finitos.

Respecto al suavizado, estamos utilizando un método que tiene en cuenta la ortogonalidad y la relación de aspecto de las aristas de elementos que comparten un nodo [7], es decir una métrica por nodo en lugar de ser por elemento. Los resultados han sido excelentes en cuanto a que somos el único grupo que ha logrado revertir mallas con elementos bien conectados pero con jacobiano negativo [8][9]. Pero el tiempo empleado con los algoritmos publicados previamente resultaba excesivo, del orden de las quince horas para el velero de la Figura 7. Actualmente, con algunas modificaciones hemos logrado reducirlo unas dos horas, pero seguiremos intentando nuevos trucos para reducirlo aún más.

CONCLUSIÓN

Hemos logrado desarrollar un método exitoso que ha dado lugar al primer generador de mallas de estas características.

Es innegable su utilidad para aplicación en problemas de la ingeniería. Pero, por otro lado, es una fuente interesante de experimentos, pues es la primera herramienta que permite generar hexaedros en cualquier geometría y probar así nuevos y más eficientes métodos de suavizado, visualización, etc.

REFERENCIAS

- 1 **S. J. Owen**, *A Survey of Unstructured Mesh Generation Technology*, <http://www.andrew.cmu.edu/user/sowen/survey/postsurv.html>
- 2 **M. A. Price and C. G. Armstrong**, *Hexahedral mesh generation by medial surface subdivision: part I. Solids with convex edges*, *Int. J. Num. Meth. Engng* 1995, **38**: 3335-3359.
- 3 **M. A. Price and C. G. Armstrong**, *Hexahedral mesh generation by medial surface subdivision: part II. Solids with flat and concave edges*, *Int. J. Num. Meth. Engng* 1997, **40**: 111-136.
- 4 **N. Calvo and S. Idelsohn**, *Generador automático de mallas de hexaedros: presentación del método y avances en la implementación*, *Mecánica Computacional Vol XVI*, Asociación Argentina de Mecánica Computacional (1996).
- 5 **T. Tautges, T. Blacker, S. Mitchell**, *The whisker weaving algorithm: a connectivity-based method for constructing all-hexahedral finite element meshes*, *Int. J. Num. Meth. Engng* 1996, **39**: 3327-3349.
- 6 **N. Calvo and S. Idelsohn**, *All-hexahedral element meshing: Generation of the dual mesh by recurrent subdivision*, *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.* 2000 **182** (3-4) pp. 371-378.
- 7 **N. A. Calvo and S. R. Idelsohn**, *All-hexahedral mesh smoothing with a node-based measure of quality*, Aceptado para publicación en *Int. J. Num. Meth. Engng* 2001, **50**.
- 8 **P. Knupp**, *Applications of mesh smoothing: copy morph, and sweep on unstructured quadrilateral meshes*, *Int. J. Num. Meth. Engng.* 1999, **45**: 37-45.
- 9 **L. A. reitag and P. M. Knupp**, *Tetrahedral element Shape Optimization via the Jacobian Determinant and Condition Nmber*, 8th International Meshing Roundtable, California 1999.