

SIMULACION NUMERICA DE UN ESCURRIMIENTO TURBULENTO SOBRE
UN TREN DE DUNAS EN CANAL DE LABORATORIO

Alfredo E. Trento
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas
Univ. Nacional del Litoral, CC 495 ,3000 Santa Fe, Argentina

RESUMEN

Se presenta un modelo matemático bidimensional, estacionario y de turbulencia ("cero ecuación"). Se plantea en base a las ecuaciones de Navier-Stokes, y se emplea el Método de los Elementos Finitos.

Se calcularon los principales parámetros hidráulicos del escurrimiento medio: perfiles de velocidad, presión, tensión de corte superficial y turbulenta. Las predicciones se compararon con resultados experimentales, obtenidos sobre dunas fijas, en un canal vidriado.

ABSTRACT

A two-dimensional, permanent and turbulent mathematical model ("zero equation") is presented. It is based on Navier-Stokes equations, and the Finite Element Method is adopted.

The main hydraulics parameters of the mean flow, viz., velocity, pressure, skin-shear stresses and turbulent-stresses profiles, were computed. Predictions were compared with experimental data, obtained over fixed dunes, in a glass-channel.

INTRODUCCION

Los problemas que plantea la turbulencia en el campo de la Hidráulica aún no han sido resueltos totalmente en forma teórica. Se han planteado procedimientos de distinto grado de complejidad, pero no se ha llegado a una formulación completamente cerrada de las expresiones teóricas correspondientes. De todas maneras algunos de esos procedimientos, verificados en forma experimental, han demostrado ser confiables en los campos de la práctica ingenieril y la investigación.

En la actualidad el notable avance de la tecnología en informática posibilita simular numéricamente, con algunas simplificaciones, los efectos de los fenómenos turbulentos de gran escala. Uno de estos es el escurrimiento a alto número de Reynolds sobre un lecho con formas de fondo, configuración similar a la que suele presentarse por ejemplo en las corrientes aluviales.

En este trabajo se simula numéricamente el escurrimiento observado sobre un fondo con dunas fijas, en un canal vidriado. Todas las actividades se desarrollaron en el marco del Proyecto de

Investigación "Perfiles de Velocidad en Escurrimientos Turbulentos a Fondo Móvil - no Plano" de la Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas, subsidiado por el CONICET y la Universidad Nacional del Litoral.

EXPERIENCIAS DE LABORATORIO

Las experiencias de laboratorio se realizaron en un canal vidriado de 15,60 metros de largo, 0,40 m. de ancho y 0,50 m. de alto. Se dispuso un tren de dunas fijas, construidas en chapa plegada, de la forma y tamaño que se muestran en la Figura 1.

Se midieron perfiles de velocidad en doce verticales ubicadas a lo largo de la línea central del canal, sobre las dunas 4 y 5 (numeradas desde aguas arriba hacia aguas abajo), pues allí se detectaron condiciones lo suficientemente estables del flujo. En cada vertical se realizaron 12 mediciones puntuales de 200 segundos cada una. Las respectivas progresivas de las verticales se sitúan a 0,60 , 0,80 , 1,17 , 1,40 , 1,75 , 2,10 , 2,30 , 2,41 , 2,45 , 2,50 , 2,60 , 2,80 y 3,10 metros , contados a partir del valle de la duna 4. Las velocidades puntuales en la vertical se midieron en los siguientes porcentajes de cada profundidad : 5, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 y 98. Se empleó un micromolinete OTI con un diámetro de hélice de 25 mm. y contador digital. Mediante el empleo de colorantes en el flujo se determinó que el punto aproximado de readhesión en la duna 4 se encontraba a 24 centímetros del valle. También se detectó la presencia de pequeños remolinos y contracorrientes muy cercanas al fondo entre la cara de aguas abajo y el punto de readhesión. La profundidad promedio del escurrimiento fue de 0,24 m y los números de Froude (F) y Reynolds (R) del escurrimiento medio a lo largo de la duna 4 fueron de 0,12 y 41000 respectivamente.

Cabe destacar que con anterioridad a los ensayos de referencia, se realizaron mediciones de velocidad tendientes a determinar el tramo útil del canal y la eventual influencia de sus paredes sobre el escurrimiento medio. Este estudio permitió seleccionar la ubicación correcta de la duna de estudio y confirmar al menos en forma cualitativa la presencia de efectos tridimensionales no despreciables.

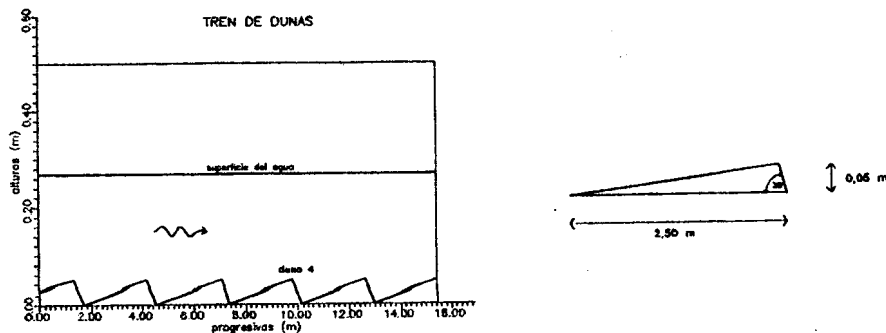


Figura 1 : Disposición y tamaño de las dunas en el canal vidriado.

FUNDAMENTOS TEORICOS

Las ecuaciones clásicas de Navier-Stokes promediadas en el sentido de Reynolds, para un escurrimiento incompresible, newtoniano, permanente, bidimensional, con fuerzas externas, [1], pueden ser escritas :

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial i}{\partial x_j} \left(-P \delta_{ij} + \mu S_{ij} - \tau_{ij} \right) - g \delta_{ij} \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

en las cuales U_i expresa la componente de la velocidad media temporal en la dirección i de un sistema de coordenadas cartesianas (i,j) , ρ es la densidad del agua, P es la presión hidrostática media, μ es la viscosidad molecular, g la aceleración de la gravedad y δ_{ij} el símbolo de Kronecker. S_{ij} representa la difusión viscosa :

$$S_{ij} = \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

y τ_{ij} son las tensiones turbulentas :

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u_i u_j} \quad (4)$$

u_i es la fluctuación de velocidad en la dirección i , la barra indica el promedio temporal. El significado físico de estos términos en la ecuación (1) es que el transporte medio de cantidad de movimiento debido a las fluctuaciones de velocidad es capaz de cambiar la cantidad de movimiento de la totalidad del flujo medio. Las ecuaciones (1) y (2) pueden ser resueltas para los valores medios de velocidad y presión, si las tensiones turbulentas son determinadas de alguna manera; su parametrización, mediante el empleo de modelos de turbulencia, permite entonces realizar el cierre del sistema.

MODELO DE TURBULENCIA

Las tensiones de corte de Reynolds se expresan según la hipótesis de Boussinesq :

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_T \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (5)$$

donde ν_T es la viscosidad de remolino y k es la energía cinética de la T turbulencia.

En flujos cortantes, los más habituales en la naturaleza, los componentes más importantes del tensor de tensiones de Reynolds son los elementos fuera de la diagonal principal, [2]. En flujos bidimensionales, el único elemento fuera de la diagonal principal es la tensión cortante $(-\rho \overline{uv})$, entonces la viscosidad de remolino establece la proporcionalidad entre las tensiones turbulentas y la tasa de corte.

En este trabajo se postula que existe una sola tensión de corte turbulenta significativa, $(-\rho \overline{uv})$, y un solo gradiente de

componente de la velocidad en la dirección principal del escurrimiento, x ; u y v son las fluctuaciones de velocidad en las direcciones x e y respectivamente). En consecuencia las tensiones de Reynolds pueden plantearse de la siguiente manera :

$$-\rho \overline{uv} = \rho \nu_T \frac{\partial U}{\partial y} \quad (6)$$

y siguiendo la hipótesis de Prandtl, la viscosidad de remolino se expresa en función de la "longitud de mezcla", l_m , [3] :

$$\nu_T = l_m^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \quad (7)$$

Esta clase de modelos de turbulencia, llamados "de longitud de mezcla", son relativamente sencillos, pues refieren el cálculo de la viscosidad de remolino a los gradientes del campo de velocidades medias locales, con un solo parámetro desconocido, l_m . En la simulación de capas límites con un contorno sólido, en la región logarítmica del perfil de velocidades en la vertical se utilizó :

$$l_m = K y \quad (8)$$

con K el coeficiente universal de Von Karman ($K \cong 0,41$), e y la distancia desde el fondo al punto considerado del perfil de velocidades. En la capa exterior ("outer layer") se empleó la fórmula :

$$l_m = \lambda \delta \quad (9)$$

se adoptó el valor $\lambda = 0,09$ de acuerdo a Patankar y Spalding, [4], y δ el espesor de la capa límite.

En la región del escurrimiento cercana al fondo se empleó una corrección en el cálculo de la longitud de mezcla, debido a la incidencia de la viscosidad del fluido. A tal fin se empleó la ecuación de Van Driest, [5] :

$$l_m = K y \left[1 - \exp \left(- \frac{y u_*}{\nu A} \right) \right] \quad (10)$$

siendo u_* la velocidad de corte, A una constante empírica y ν la viscosidad cinemática.

CONDICIONES DE CONTORNO

Se establecieron cuatro contornos : la superficie libre, el fondo y los contornos de entrada y salida.

Superficie libre : Se adoptó una hipótesis que postula que la superficie libre se reemplaza por un contorno fijo, sobre el cual la presión es cero, [6]. Entonces :

$$v = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = 0 \quad (12)$$

Fondo : Se consideró que la grilla de cálculo llega hasta el fondo liso, por lo tanto se empleó la condición de no deslizamiento :

$$U - V = 0 \quad (13)$$

Contorno de entrada : Las velocidades en la dirección principal del escurrimiento, U , se midieron en el canal vidriado, y se adoptó :

$$V = 0 \quad (14)$$

Contorno de salida : Se consideró que el contorno estuvo lo suficientemente alejado de la zona de interés del escurrimiento, el valle de la duna, y por lo tanto se definió :

$$V = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (16)$$

METODO NUMERICO

El sistema de ecuaciones básicas fue resuelto mediante la aplicación del Método de Elementos Finitos, con un esquema de Residuos Ponderados según Galerkin, [7]. El dominio de integración se dividió en elementos cuadrangulares tal como se muestra en la Figura 2. Los elementos son de nueve nodos, y mediante una transformación isoparamétrica son llevados cada uno del dominio real a un cuadrado de lados unitarios.

Las ecuaciones de cantidad de movimiento y la de continuidad se adimensionalizaron en base a las fuerzas de inercia, ρU^2 . Las ecuaciones resultantes quedan expresadas en función de los números de Reynolds y Froude, [8].

$$U = \sum_{i=1}^n U^i \phi^i(\xi, \eta) \quad (17)$$

$$P = \sum_{j=1}^m P^j \psi^j(\xi, \eta) \quad (18)$$

$\phi^i(\xi, \eta)$ y $\psi^j(\xi, \eta)$ son las funciones de forma definidas en un sistema de coordenadas cartesianas (ξ, η) . Se usa interpolación mixta, pues las primeras son bicuadráticas y las segundas bilineales.

El sistema completo de ecuaciones tiene $(2n + m)$ incógnitas. Luego de aplicar la "formulación débil" y expandir según las ecuaciones (17) y (18), el sistema de ecuaciones queda compuesto por n residuos de la componente x del balance de cantidad de movimiento, n residuos de la componente y del balance de cantidad de movimiento, y m residuos de la ecuación de continuidad, [9].

Una vez impuestas las condiciones de contorno, el sistema de ecuaciones resultantes se resuelve mediante el método de Newton. El esquema iterativo es de la forma :

$$J \cdot (u_{n+1}^i, v_{n+1}^i, p_{n+1}^j - u_n^i, v_n^i, p_n^j) = -R(u_n^i, v_n^i, p_n^j) \quad (19)$$

J es la matriz jacobiana, R el vector de los residuos de las ec. de

cantidad de movimiento y continuidad. Cuando el término entre paréntesis es $\leq 10^{-5}$, el esquema converge para la iteración $n+1$.

RESULTADOS OBTENIDOS

En la figura 3 se graficaron los perfiles de velocidad medidos sobre las dunas 4 y 5, y superpuestas las velocidades calculadas mediante el modelo.

Se determinaron los principales parámetros hidráulicos de los perfiles de velocidad medidos y calculados, en base al método propuesto por Perry y Joubert, [10]. De tal modo se calcularon las tensiones de corte superficiales, factores de fricción, potencia de la estela, pendientes de energía y coeficientes de fricción superficial. Las figuras 4 y 5 muestran la comparación de las tensiones de corte superficiales y los coeficientes de potencia de la estela. Cabe destacar que no fueron calculados en el valle de la duna por no cumplirse con las hipótesis de la "ley de la pared", [5].

Las tensiones turbulentas se calcularon según la ecuación (6), mediante un esquema centrado, en diferencias finitas. El punto más cercano al fondo se determinó a la altura de la capa viscosa. La velocidad U en el borde de la capa viscosa se calculó a partir de la ecuación del perfil logarítmico de velocidades. Los resultados se graficaron en la figura 6. En la figura 7 se muestran los perfiles de presión hidrostática medidas y calculadas.

CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un código computacional capaz de calcular perfiles de velocidad y presión en flujos estacionarios, bidimensionales y turbulentos. El esquema computacional es lo suficientemente versátil como para adaptarse sin grandes dificultades a cambios en la geometría del fondo.

Los resultados se consideran en general satisfactorios, pues reproducen adecuadamente los parámetros más importantes del escurrimiento medio. En la zona de separación no se realizó la comparación por falta de mediciones confiables, en los dos puntos más cercanos al fondo.

Las tensiones de corte superficiales y turbulentas calculadas por el modelo, muestran pocas diferencias con las "medidas". Los resultados encontrados coinciden cualitativamente con los obtenidos en estudios experimentales, [6], [11], como así también en el río Paraná, [12].

Se destaca la posible incidencia de efectos tridimensionales en el escurrimiento del canal de laboratorio, que pueden haber afectado la parte superior del perfil de velocidades y en particular la determinación del coeficiente de potencia de la estela. En efecto, según [13], cuando $b/h < 5$ (siendo b el ancho del canal) ocurre una influencia importante de las paredes que producen corrientes secundarias. Por tal motivo se tienen programadas ensayos similares en otro canal vidriado, de 1,50 m de ancho y con instrumental de mayor precisión. De igual modo, se está desarrollando un modelo más complejo, capaz de representar adecuadamente la recirculación del flujo en la zona de readhesión de la capa límite turbulenta.

AGRADECIMIENTOS

En el desarrollo del modelo matemático fue esencial la ayuda brindada por los Doctores Fernando Saita y María D. Giavedoni del CERIDE-CONICET. Se agradece la colaboración prestada por el Dr. Alfonso Pujol y los demás integrantes del Proyecto de Investigación "Perfiles de velocidad en un escurrimiento turbulento a fondo móvil- no plano" de la Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas.

REFERENCIAS

- [1] Shames I. H., La Mecánica de los Fluidos, McGraw Hill, 1970.
- [2] Ferziger, J., Simulation of Incompressible Turbulent Flows, Journal of Computational Physics, Vol. 89, 1987, págs. 1-48.
- [3] Rodi W., Turbulence Models and Their Application in Hydraulics a State of the Art Review, Int. Assn. for Hydraulics Research, Delft, 1984.
- [4] Bradshaw, P., Turbulence - Topics in Applied Physics, Vol. 12, Springer-Verlag, 1976.
- [5] Schlichting, H., Boundary Layer Theory, McGraw Hill, 1978.
- [6] Alfrink B. J. and van Rijn L.C., Two-equation Turbulence Model for Flow in Trenches, J. of Professional Issues in Eng., Vol 109, No. 3, July 1983.
- [7] Zienkiewicz O. C., The Finite Element Method, McGraw Hill, 1977.
- [8] Trento, A., Informe Final de Beca de Perfeccionamiento, Conicet, 1991.
- [9] Giavedoni M. y Saita F., Simulación Numérica de un Flujo de Recubrimiento Mediante el Método de Elementos Finitos, Mecánica Computacional, Vol. 8, 1990, págs. 46-52.
- [10] Perry A. E. y Joubert P. N., Rough-Wall Boundary Layers in Adverse Pressure Gradients, J. of Fluids Mechanics, Vol. 17, 1963, págs. 193-211.
- [11] Mendoza C. and Shen H. W., Investigation of Turbulent Flow over Dunes, J. of Hydraulic Engineering, Vol. 116, No. 4, April, 1990.
- [12] Trento A., Amsler M. y Pujol A., Perfiles Observados de Velocidad en un Tramo del Río Parana - Análisis Teórico, XIV Congreso Latinoamericano de Hidráulico, Vol. 3, Uruguay, 1990, págs. 1109-1122.
- [13] NEZU, I. and RODI, W., Experimental Study on Secondary Currents in Open Channel Flows, Proc. 21st IAHR Congress, Australia, 2, 114-119.

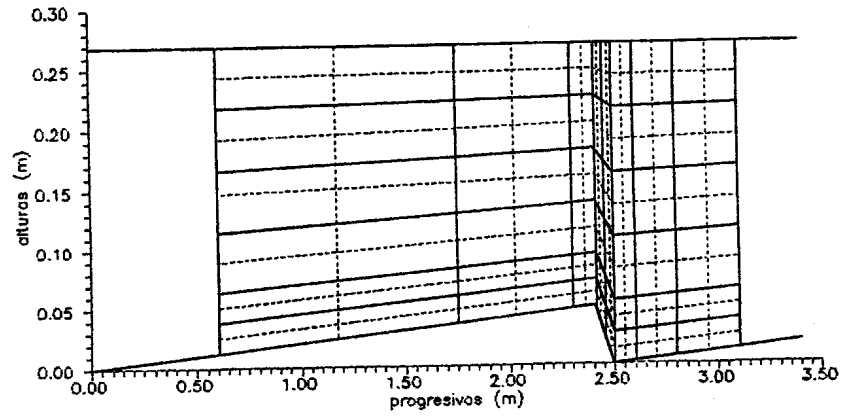


Figura 2 : Malla de elementos finitos.

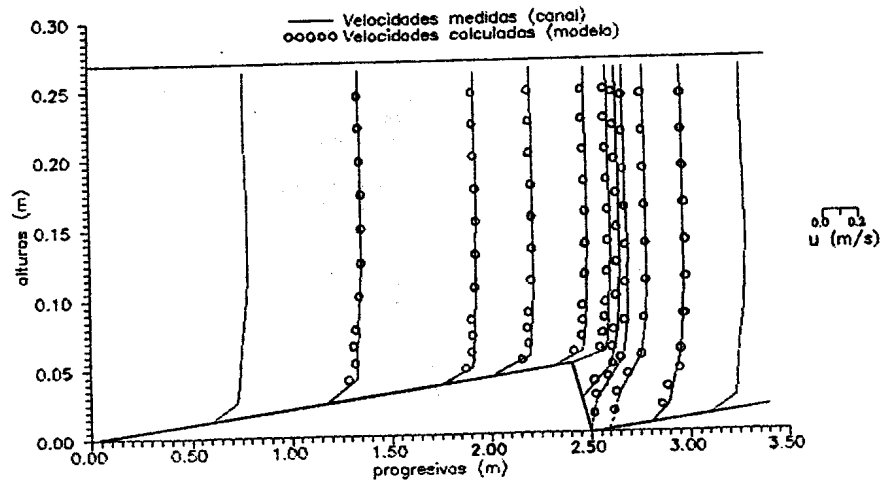


Figura 3 : Comparación de velocidades medidas y calculadas.

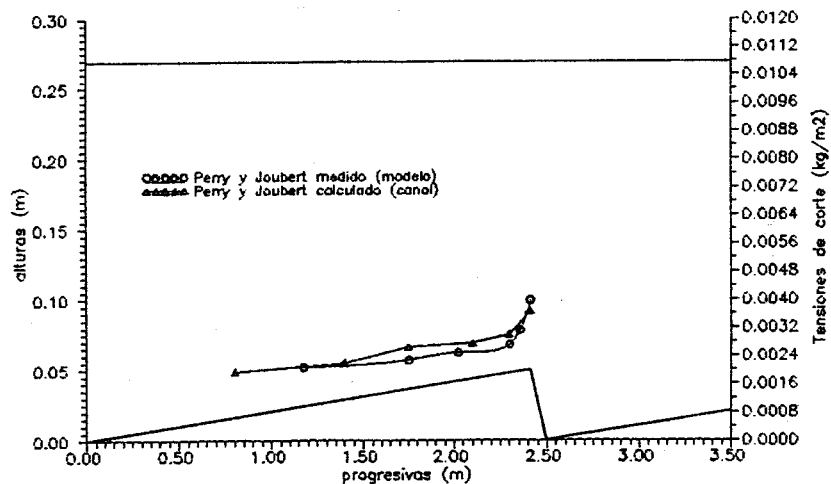


Figura 4 : Comparación de tensiones de corte superficiales medidas y calculadas.

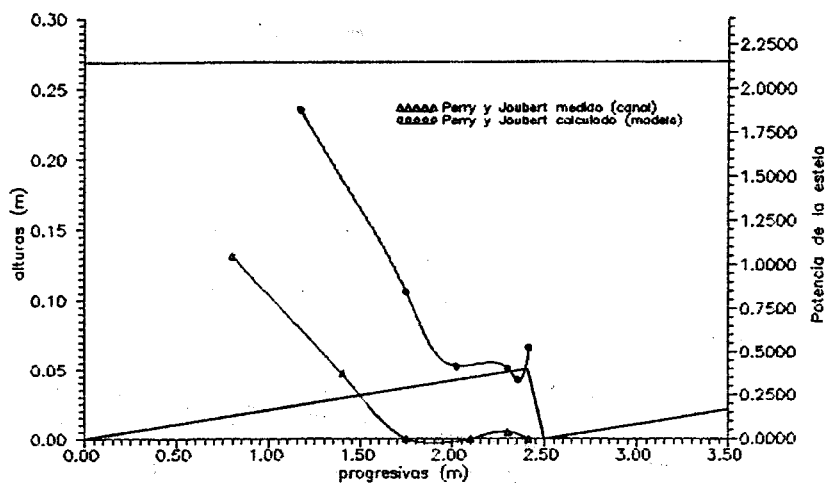


Figura 5 : Coeficientes de potencia de la estela, medidos y calculados.

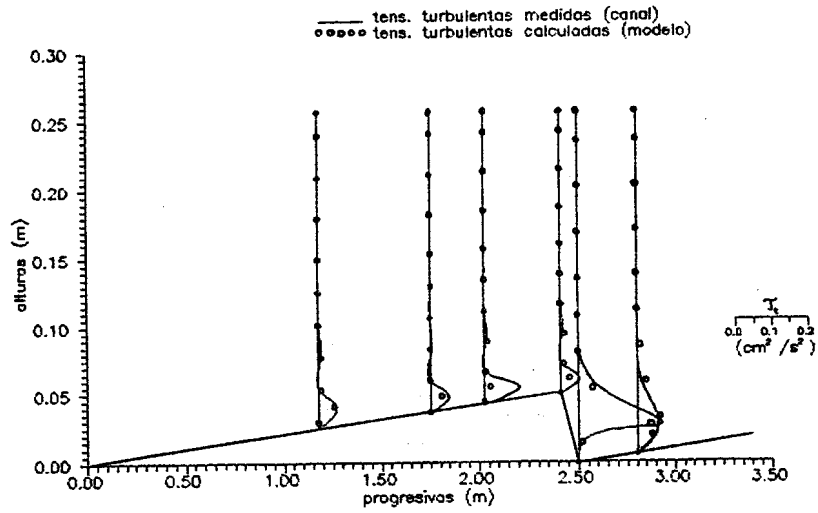


Figura 6 : Tensões turbulentas medidas y calculadas.

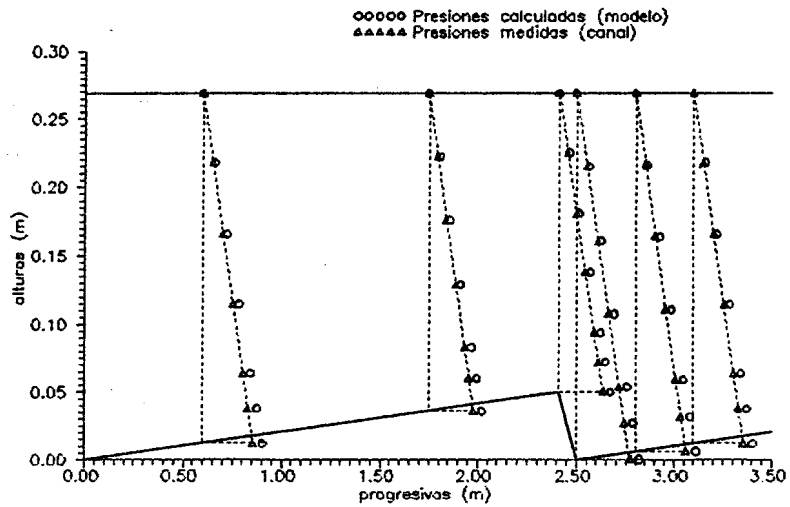


Figura 7 : Pressões hidrostáticas medidas y calculadas.