

EFICIENCIA DE AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADOS EN ESTRUCTURAS SISMORRESISTENTES

Daniel Ambrosini^{*}, Guadalupe Cuitiño[†], y Jorge Rebeco[†]

^{*} Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo
Centro Universitario - Parque Gral. San Martín - (5500) Mendoza. Fax 54 0261 4380120
e-mail: dambrosini@uncu.edu.ar, web page: <http://fing.uncu.edu.ar/>

[†] Alumnos avanzados
Facultad Regional San Rafael
Universidad Tecnológica Nacional
e-mail: guadacuitino@yahoo.com.ar jrebeco22@yahoo.com.ar

Key words: Acciones sísmicas, disipación de energía, refuerzo estructural, amortiguadores de masa sintonizados.

Resumen. *La verificación analítica y experimental de la transferencia de energía de un sistema principal excitado externamente a otro sistema secundario no excitado acoplado al primero, dio origen a los amortiguadores de masa sintonizados (AMS). El AMS consiste en una masa, un resorte y un amortiguador viscoso, que colocado en el sistema vibrante principal atenúa las vibraciones no deseadas, cuando esta sintonizado con la frecuencia de la estructura principal.*

En este trabajo, se realiza un estudio numérico de la eficiencia de los AMS en la respuesta sísmica en edificios. A pesar que existen en la literatura varios trabajos con relación a la eficiencia de AMS, la mayoría de ellos son realizados con sistemas de IGDL y ruido blanco como excitación. En este trabajo se modelan estructuras reales, sometidas a diferentes acelerogramas en la base, lo que permite tener una idea preliminar de la eficiencia de AMS en estructuras reales.

1 INTRODUCCION

Con motivo de desarrollarse un encuentro mundial de investigadores de Ingeniería Sismorresistente en 1995, el alcalde de San Francisco admitía, con una gran cuota de dramatismo, que si en dicha ciudad se producía el sismo que los especialistas estaban pronosticando, la mitad de los edificios y puentes existentes en San Francisco iban a estar expuestos a un riesgo gravísimo de colapso. Esto conduce a un problema que excede el marco de la ingeniería, ya que tiene implicancias sociales y económicas muy graves y es prácticamente imposible, desde el punto de vista económico, reemplazar las estructuras inseguras por otras nuevas en un plazo menor que los períodos de retorno de los sismos más severos. Por otra parte, el refuerzo efectivo de dichas estructuras inseguras además de muy difícil de realizar y evaluar resulta también de un elevado costo.

Ante esta situación, una alternativa muy interesante y eficaz, es la disipación de la energía que ingresa a la estructura a través de amortiguadores sísmicos que pueden ser incorporados sin mayores inconvenientes a estructuras ya construidas. Esta alternativa se presenta como una de las formas más eficaces y de bajo costo para el mejoramiento de la seguridad de estructuras existentes. Esto constituye un sistema denominado de *control pasivo de vibraciones*. Dentro de los disipadores de masa pasivos, existen dos sistemas principales: amortiguadores de masa sintonizados (AMS) y amortiguadores de líquido sintonizados (ALS). Ver Figura 1. Una variante de éstos últimos, especialmente utilizable en estructuras de puente son los amortiguadores de columna de líquido sintonizados (ACLS).

En relación con los amortiguadores de masa sintonizados, ya está definitivamente probada en la literatura su eficiencia en la reducción de vibraciones provenientes de acciones de viento y su aplicación comienza a ser corriente en este tipo de problemas.

Sin embargo, todavía se encuentra en discusión la eficiencia de los AMS en relación con acciones sísmicas. En este sentido, Villaverde and Koyoama¹ demostraron que el esfuerzo de corte en la base de un edificio de período 2 seg. analizado en forma lineal se reduce en un 40% cuando es instalado un AMS. Por otra parte, Soto-Brito and Ruiz² estudian la respuesta no lineal de edificios con AMS y concluyen que, en este caso, la respuesta pico no se reduce significativamente. Por último, Pinkaew et al.³ sostienen que, en el caso de estructuras sometidas a daño, los parámetros a estudiar no deben basarse en la reducción del pico de la respuesta sino en la reducción del daño. Además, estos autores sostienen que la eficiencia de los AMS está demostrada en el caso de sismos de larga duración y contenido de frecuencia de banda angosta.

A pesar que existen en la literatura varios trabajos con relación a la eficiencia de AMS, la mayoría de ellos son realizados con sistemas de 1 GDL y excitación de ruido blanco. En este trabajo se modelan estructuras de edificios, sometidas a diferentes acelerogramas en la base, lo que permite tener una idea preliminar de la eficiencia de AMS ante cargas sísmicas en estructuras reales. En particular, se estudian edificios de configuración estructural similar a los usados en Mendoza y de los cuales no hay prácticamente antecedentes en la literatura de análisis con disipadores sísmicos.

2 TEORÍA Y ANTECEDENTES

La verificación analítica y experimental de la transferencia de energía de un sistema principal excitado externamente a otro sistema secundario no excitado, acoplado al primero, dio origen a los AMS (Den Hartog⁴). El amortiguador de masa sintonizado es una herramienta ingenieril clásica consistente en una masa, un resorte y un amortiguador viscoso colocados en el sistema vibrante principal para atenuar la vibración no deseada a una frecuencia determinada. La frecuencia natural del amortiguador se *sintoniza* con la frecuencia natural del sistema principal provocando que el amortiguador vibre en resonancia, disipando la energía absorbida a través de los mecanismos de amortiguamiento del AMS.

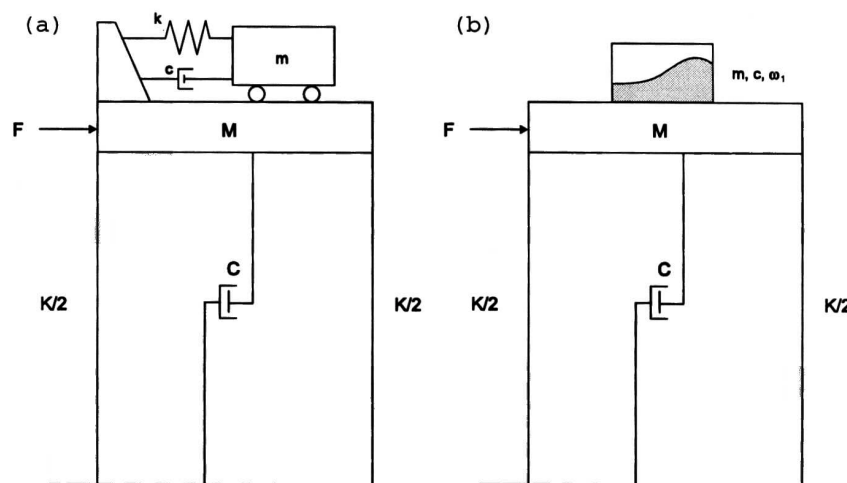


Figura 1: Amortiguadores de masa: a) AMS b) ALS

Después de su invención por Frahm en 1909, el concepto de amortiguadores de masa sintonizada ha atraído la atención de investigadores de diferentes campos para su aplicación para controlar vibraciones causadas por diferentes tipos de fuerzas. Por ello, no es posible dar una completa reseña de la vasta literatura existente en el tema y en este punto sólo serán citados algunos estudios relevantes para los objetivos del trabajo. Soong and Dargush⁵ presentan un completo estado del arte de sistemas pasivos de disipación de energía, como así también distintos tipos de configuraciones estructurales y distintos métodos de cálculo de los parámetros óptimos.

Den Hartog⁴ demostró que para sistemas de un grado de libertad no amortiguados, la amplitud de vibración del sistema excitado es nula cuando la frecuencia de excitación es igual a la frecuencia del AMS, indicando que toda la energía del sistema fue transferida al AMS. Luft⁶ halla los parámetros óptimos para un sistema principal amortiguado y un AMS sin amortiguamiento sometido a una excitación de ruido blanco. Jensen et. al.⁷ estudiaron cómo afecta la incertidumbre de los parámetros del sistema principal en la efectividad del AMS para una carga aleatoria de ruido blanco. Abé et. al.⁸ usando el método de perturbación, analizan la efectividad de los AMS para estructuras con frecuencias naturales poco espaciadas y muy espaciadas bajo carga armónica.

En particular, para carga sísmica, Villaverde et al.⁹ y Villaverde¹⁰ demuestran que la relación de amortiguamiento del AMS debe ser igual a la relación de amortiguamiento estructural más un término que depende de la relación de masa y del desplazamiento modal del punto donde se encuentra ubicado el AMS. Sadek et al.¹¹ basándose en la igualación de los amortiguamientos del primer y tercer modo de vibración, proporciona los parámetros óptimos de relación de frecuencia y relación de amortiguamiento en función de la relación de masa para 3 diferentes relaciones de amortiguamiento entre el sistema principal y el AMS, sujetos a carga sísmica. Rana et. al.¹² hacen un estudio paramétrico de los efectos de desintonización para cargas armónicas y dos sismos puntuales. Sin embargo, no existen estudios de optimización de parámetros con sismos con duraciones y contenidos de frecuencias similares a la zona de Mendoza

Los parámetros de diseño del AMS que se deben hallar para lograr la máxima eficiencia del mismo, son la relación de frecuencia (frecuencia del amortiguador/frecuencia de la estructura), la relación de amortiguamiento y la relación de masa (masa AMS/masa de la estructura). Algunos criterios de optimización de los parámetros son:

- Desplazamiento mínimo de la estructura principal (seguridad estructural)
- Rigidez dinámica máxima de la estructura principal
- Mínima trayectoria de la masa amortiguada con respecto a la estructura principal.
- Mínima aceleración de la estructura principal (confort y funcionalidad).

Por ejemplo, las expresiones para los parámetros óptimos de los AMS determinadas por Warburton et al.¹³ para una excitación de ruido blanco de un sistema principal no amortiguado de un grado de libertad, asumiendo como criterio de optimización la minimización del desplazamiento son:

$$f_{opt} = \frac{\sqrt{1 + \frac{\mu}{2}}}{1 + \mu} \quad (1)$$

$$\zeta_{opt} = \sqrt{\frac{\mu \left(1 + \frac{3\mu}{4}\right)}{4 \left(1 + \mu\right) \left(1 + \frac{\mu}{2}\right)}} \quad (2)$$

Donde f_{opt} es el cociente de frecuencias entre la frecuencia del AMS y la frecuencia de la estructura, μ es la relación de masa (masa del AMS/masa de la estructura) y ζ_{opt} es la relación de amortiguamiento del AMS.

Los AMS sólo pueden ser sintonizados a una sola frecuencia estructural. Como es de esperarse, para sistemas de N grados de libertad, la efectividad es mayor cuando la estructura oscila alrededor de un modo predominante. Puede ocurrir que los desplazamientos correspondientes al primer modo de la respuesta se reduzcan considerablemente, mientras que los desplazamientos de los modos altos se incrementen cuando el número de pisos aumenta. Esta dificultad se soluciona colocando varios AMS que cubren una banda de frecuencias (MAMS).

A modo de ilustración se presenta en Figura 2 un conjunto de estructuras ubicadas en Estados Unidos y Australia, las cuales cuentan con AMS instalados.

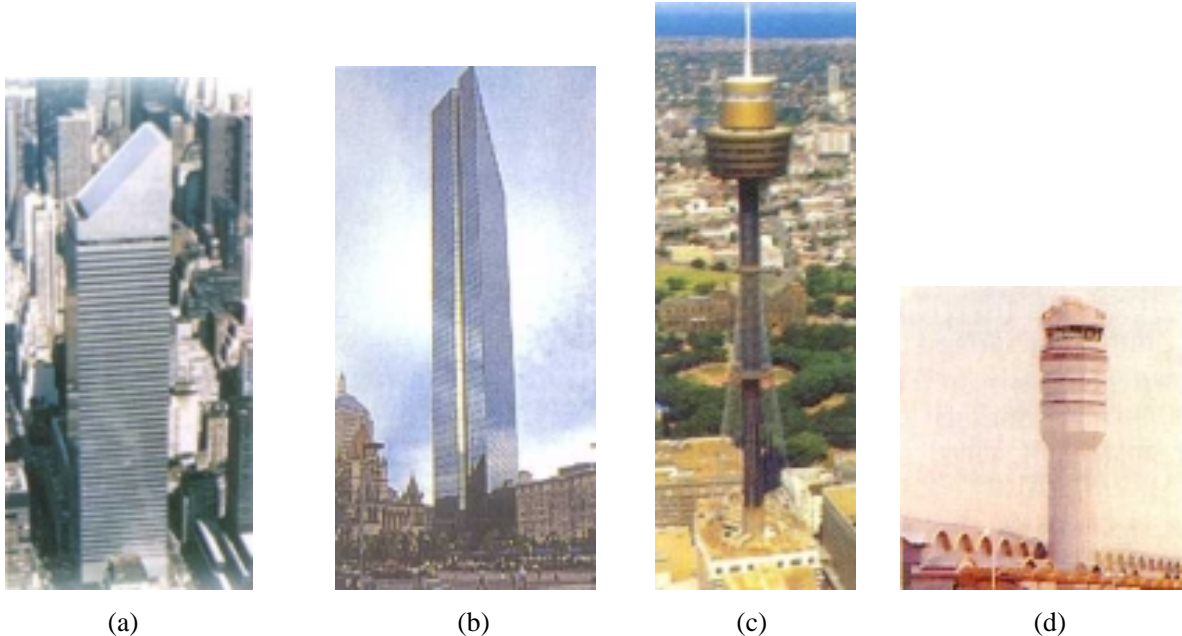


Figura 2. Aplicaciones AMS: a) Citicorp Center. New York b) Boston's Hancock Tower c) Sydney Tower d) Torre control aeropuerto Washington

3 MODELOS UTILIZADOS

Teniendo en cuenta el objetivo del trabajo, se utilizó con un programa computacional clásico en Ingeniería Sismorresistente¹⁴ en el cual se realizaron modelos de dos estructuras con diferentes características dinámicas. Las mismas fueron sometidas a acelerogramas de sismos con diferentes contenidos de frecuencias. Por último, se realizó un modelo equivalente de AMS a través de una columna de acero.

3.1 Edificio de baja altura

En primer lugar se trabajó con un edificio de configuración estructural típica de zonas sísmicas de Argentina. Se trata de una construcción de baja altura y propiedades dinámicas características de la zona.

El edificio, de hormigón armado, cuenta con tres niveles, con 5 líneas estructurales en una dirección y 3 líneas en la otra. Las alturas correspondientes a los distintos niveles son: 3.20 m, 2.65m y 2.65 m. Las columnas son cuadradas de 0.5m de lado y con continuidad en altura. Las losas se consideraron macizas apoyadas en sus cuatro bordes. En la altura de la misma se tuvo en cuenta la sobrecarga de destino, Las vigas correspondientes al primer y segundo nivel son de 0.30 m x 0.50 m . Las correspondientes al tercer nivel son de dimensiones 0.30 m x 0.30 m. En Figura 3 se presenta el modelo realizado.

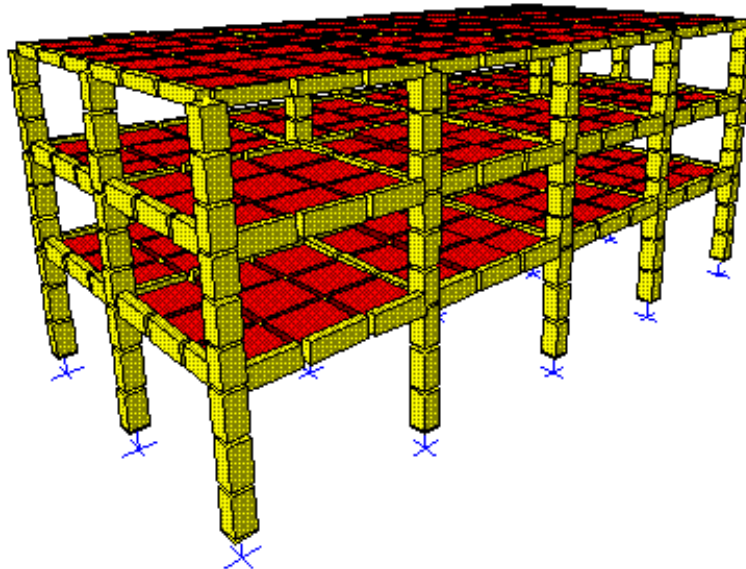


Figura 3. Modelo de edificio de baja altura

En primer lugar se determinaron sus frecuencias naturales y modos de vibración. En figura 4 se presenta el segundo modo de vibración. Además, en Tabla 1 se presentan las frecuencias naturales obtenidas.

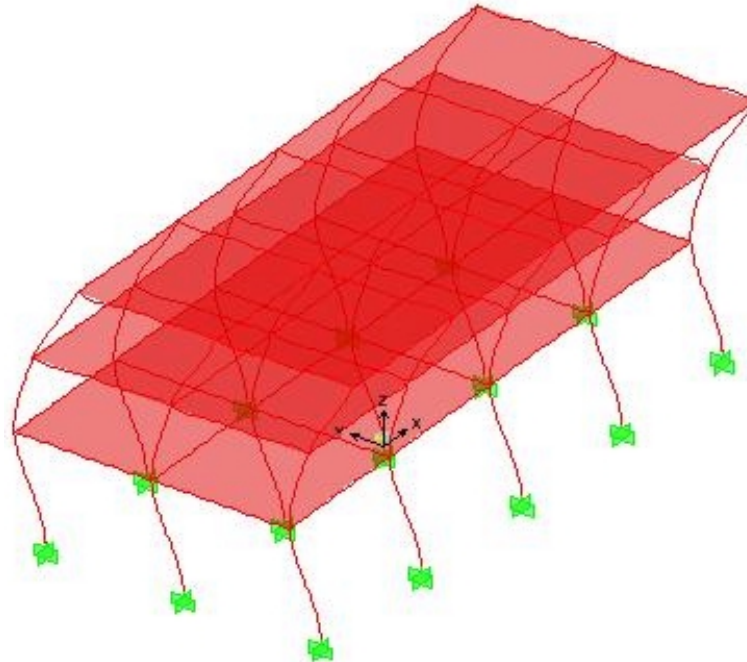


Figura 4. Segundo modo de vibración flexional. Modelo de edificio de baja altura

Tabla 1: Frecuencias de vibración. Modelo de edificio de baja altura

Frecuencia	Modo	Frecuencias naturales Hz	Períodos Naturales seg
1	1 Flexional Y	4.0224	0.248605
2	1 Flexional X	5.9517	0.168018
3	2 Flexional Y	12.413	0.080563
4	3 Flexional Y	21.435	0.046653
5	1 Axial columnas	34.858	0.028688

Se observan las altas frecuencias naturales típicas de este tipo de edificios.

3.2 Edificio en altura

Como segundo ejemplo y con el objetivo de estudiar edificios con características dinámicas diferentes, se modeló un edificio en altura, presentado en el trabajo de Soto Brito and Ruiz².

La estructura cuenta con una planta de 28 x 28 metros. La altura del primer nivel es de 4 metros y los restantes 21 niveles son de 3,1 metros de altura. La sección transversal de las vigas en los primeros dos niveles es de 0,55 x 0,95 m y en los que restan son de 0,45 x 0,85 m. Las columnas tienen una distribución similar al de las vigas: en los primeros dos pisos son de 1,20 x 1,20 m de sección transversal y en los siguientes de 0,70 x 0,70 m. La estructura de losas es la misma para todos los pisos, de 0,12 metros de espesor. En Figura 5a se presenta el modelo realizado.

En primer lugar se determinaron sus frecuencias naturales y modos de vibración. En figura 5b se presenta el segundo modo de vibración flexional. Además, en Tabla 2 se presentan las frecuencias naturales obtenidas.

Tabla 2: Frecuencias de vibración. Modelo de edificio en altura

Frecuencia	Modo	Frecuencias naturales Hz	Períodos Naturales seg
1	1 Flexional Y	0.50151	1.993964
2	1 Flexional X	0.50151	1.993964
3	1 Torsional	0.79127	1.263785
4	2 Flexional Y	1.5246	0.655924
5	2 Flexional X	1.5246	0.655924

Se observan las bajas frecuencias naturales típicas de este tipo de edificios.

Es importante resaltar que, al ser este un edificio analizado por otros autores², resulta de importancia con el objetivo de verificar los parámetros óptimos de AMS utilizados, como así también la respuesta global del sistema.

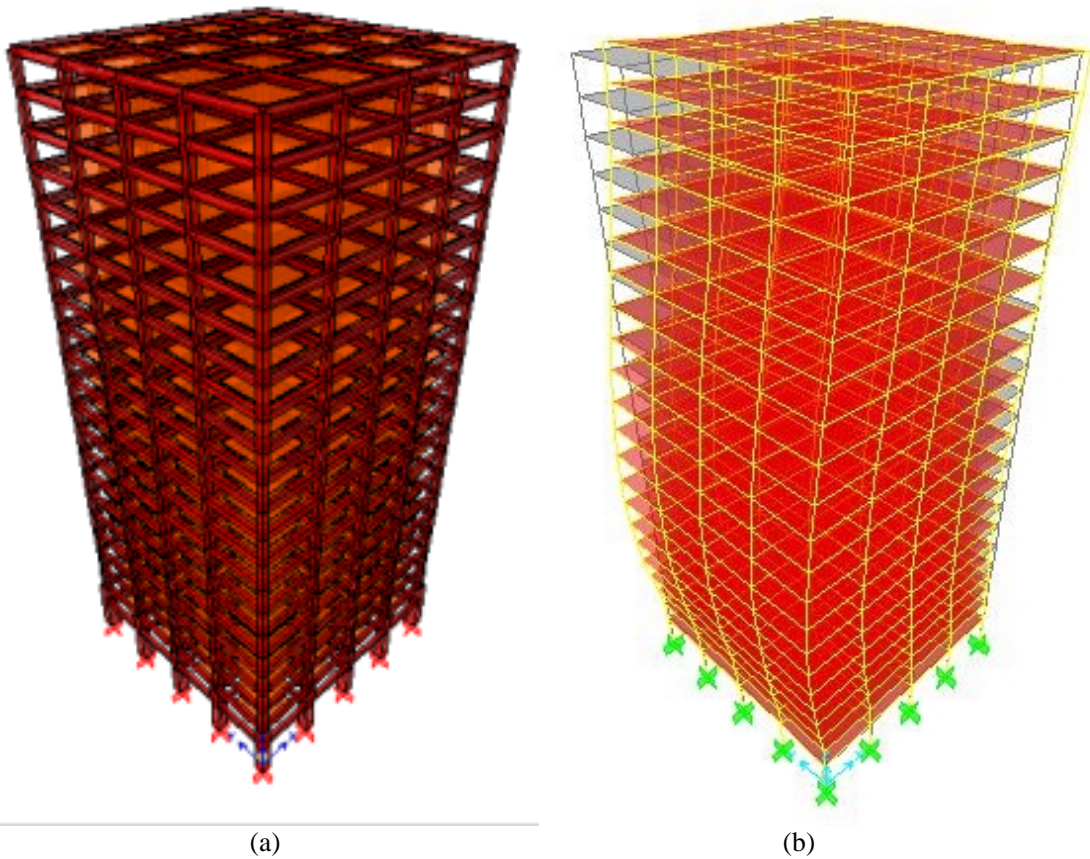


Figura 5. Edificio en altura a) Modelo b) Segundo modo de vibración flexional

3.3 Modelo de Amortiguador de Masa Sintonizado

De acuerdo a las posibilidades de la herramienta computacional utilizada, se modeló el amortiguador de masa sintonizado a través de una columna de acero de 1 m de longitud con una masa concentrada en el extremo (Figura 6).

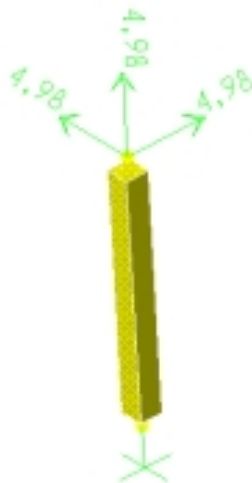


Figura 6. Modelo de AMS

Este modelo de AMS es compatible con otros presentados en la literatura, como por ejemplo el “piso adicional equivalente”².

Para la determinación de los parámetros del AMS se siguieron los siguientes criterios

a) *Masa*: Es conocido que mientras mayor es la masa del AMS, mayor es su eficiencia. Sin embargo se tienen limitaciones constructivas, por lo que se adoptó una masa del 1% de la masa total de la estructura. Por lo tanto, $\mu = 0.01$

b) *Resorte*: Se adoptó una relación de frecuencias entre AMS y estructura de 1 (sintonía perfecta). En el modelo adoptado, la rigidez del resorte va a estar definida por la rigidez flexional de la viga de acero. Para la determinación de las dimensiones de la columna (rigidez del resorte) se utilizó la ecuación de la frecuencia fundamental de una viga en voladizo con una masa concentrada en el extremo, en la cual la masa de la viga es despreciable frente a la masa concentrada

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{ML^3}} \quad (3)$$

Con la ecuación (3) puede determinarse el momento de inercia y por ende las dimensiones de la columna

c) *Amortiguamiento*: Se utilizó un amortiguamiento ficticio equivalente en el material de la columna con el objeto de simular el amortiguamiento del dispositivo.

3.4 Acelerogramas utilizados.

En relación con el edificio de baja altura, se utilizaron 3 acelerogramas con contenidos de frecuencias diferentes

a) *Acelerograma de Viña del Mar (Chile 1985)*

Se presenta su registro temporal en Figura 7a. Registro: Viña del Mar S20W

b) *Acelerograma de Caucete (San Juan, Argentina 1977)*

Se presenta su registro temporal en Figura 7b. Registro: San Juan

c) *Acelerograma de Loma Prieta (USA 1989)*

Se presenta su registro temporal en Figura 7c. Registro: Santa Cruz

Con el objeto de visualizar los contenidos de frecuencias, se presenta en Figura 8 los espectros de pseudoaceleraciones de los sismos utilizados.

En relación con el edificio de baja altura, se utilizaron 2 acelerogramas:

d) *Acelerograma de México (México 1985)*

Se presenta su registro temporal en Figura 9a. Registro: SCT-85

e) *Acelerograma de México (México 1989)*

Se presenta su registro temporal en Figura 9b. Registro: SCT-89

Con el objeto de visualizar los contenidos de frecuencias, se presenta en Figura 10 los espectros de pseudoaceleraciones de los sismos utilizados.

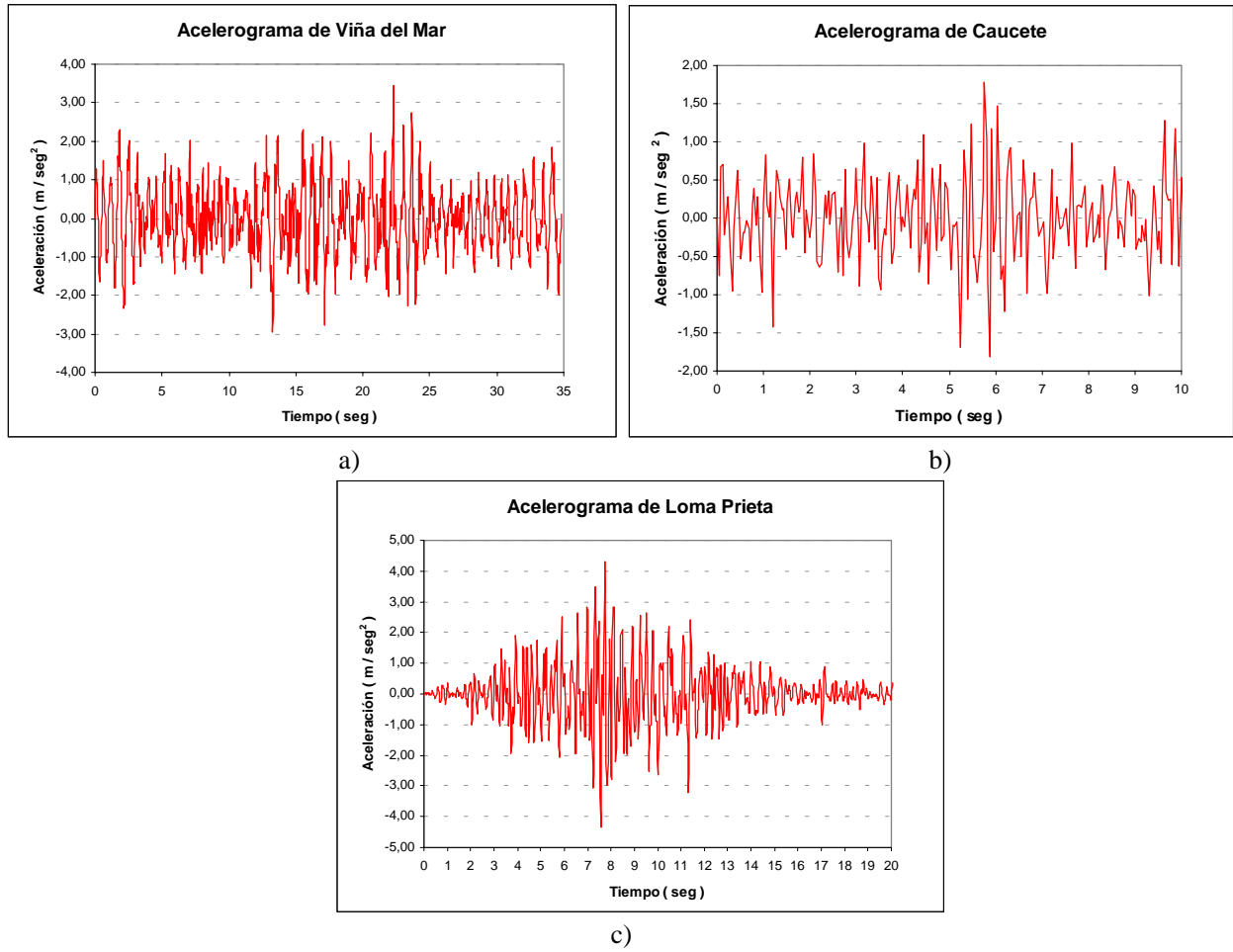


Figura 7. Registros temporales de los acelerogramas usados en el edificio de baja altura

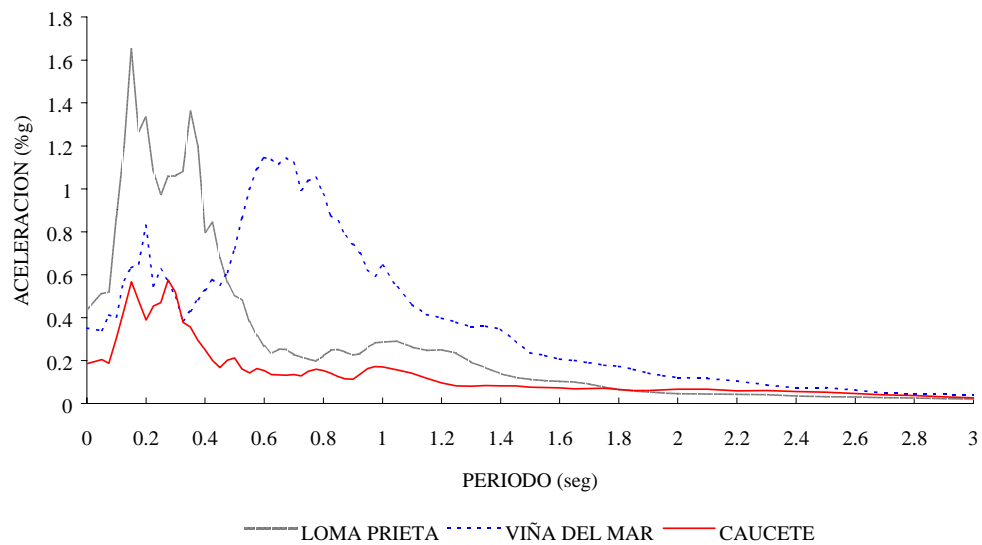
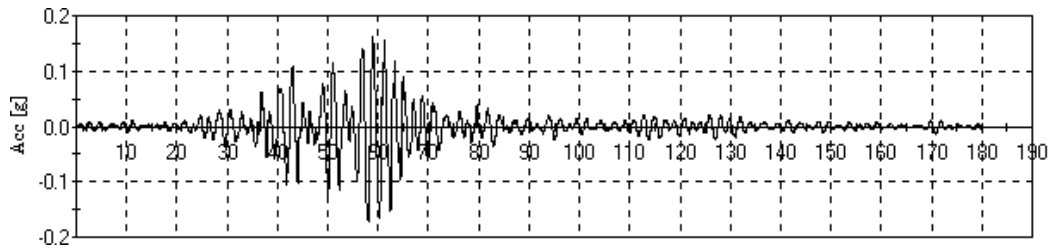
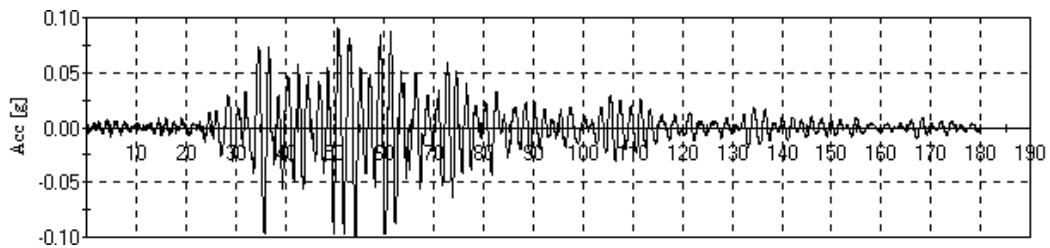


Figura 8. Espectros de los acelerogramas usados en el edificio de baja altura



a) SCT-85



b) SCT-89

Figura 9. Registros temporales de los acelerogramas usados en el edificio en altura

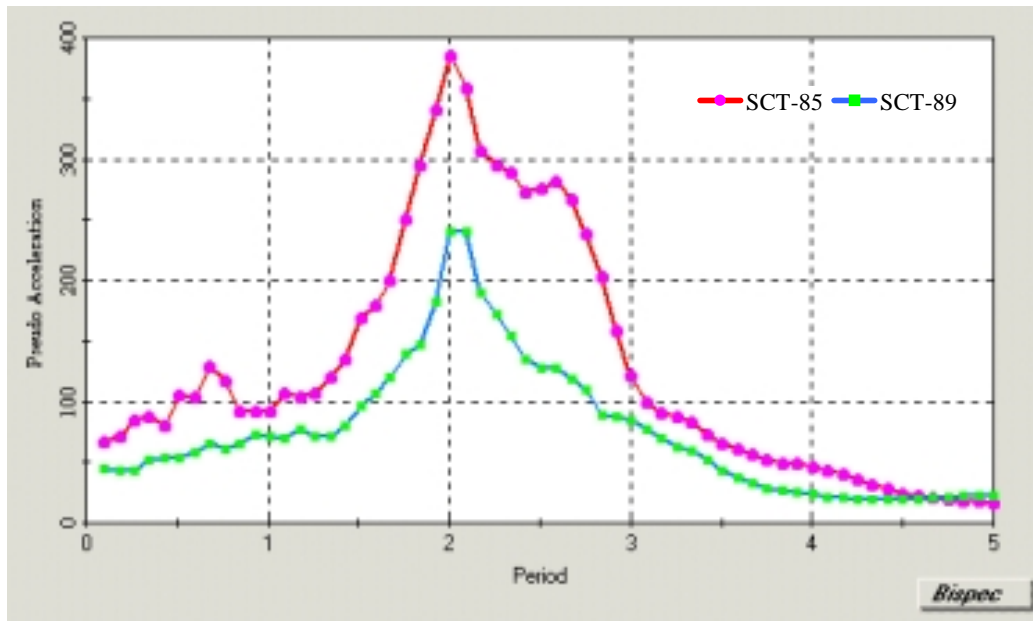


Figura 8. Espectros de los acelerogramas usados en el edificio en altura

Puede observarse que, en el caso del edificio de baja altura se lo somete a sismos de corta duración y con contenidos de frecuencia diferentes. En el caso del edificio en altura se lo somete a sismos de larga duración y con sus frecuencias pico coincidentes con la frecuencia fundamental de la estructura.

4 RESULTADOS OBTENIDOS

Se realizó un análisis modal paso a paso para cada uno de los casos y se presenta en este punto la comparación de los resultados obtenidos para las estructuras sin disipador de energía y las mismas estructuras con un amortiguador de masa sintonizado instalado en el centro de masa del último piso. Siguiendo la sugerencia de Villaverde and Koyoama¹ se comparan variables significativas para el diseño tales como esfuerzos de corte y momentos flectores máximos en la base y desplazamientos máximos en la parte superior de las estructuras.

Como es reconocido en la literatura⁵, al incorporar el Amortiguador de Masa Sintonizado se produce una separación de la frecuencia fundamental en dos: la frecuencia fundamental de la estructura y la correspondiente al AMS. A pesar del diseño de sintonía perfecta, se produce este fenómeno debido a que, por un lado varía la frecuencia de la estructura por la incorporación de la masa y, por otra parte, la hipótesis de empotramiento perfecto que se realizó para calcular las dimensiones del AMS (Ecuación 3) no se verifica completamente debido a la flexibilidad propia de la estructura.

4.1 Edificio de baja altura

En primer lugar, en Tabla 3 se presentan las frecuencias naturales de la estructura con AMS.

Tabla 3: Frecuencias de vibración. Modelo de edificio de baja altura con AMS

Frecuencia	Modo	Frecuencias naturales	Períodos Naturales
		Hz	seg
1	1 Flexional Y	3.745	0.267
2	1 Flexional AMS	4.237	0.236
3	1 Flexional X	5.988	0.167
4	2 Flexional Y	12.500	0.080
5	3 Flexional Y	21.277	0.047

Puede apreciarse en Tabla 3 el fenómeno de desdoblamiento de la primera frecuencia mencionado precedentemente. Para este caso, se determinaron los siguientes parámetros del AMS:

Masa:	$m = 4886.8 \text{ kg}$
Dimensión de la columna de acero:	$a = 8.88 \text{ cm}$
Amortiguamiento ficticio del acero:	$\xi = 20\%$

En Tabla 4 se presentan los resultados obtenidos para los tres sismos considerados para este caso.

Tabla 4: Resultados. Modelo de edificio de baja altura con AMS

Variable	Sismo Viña del Mar			Sismo Cauçete			Sismo Loma Prieta		
	Sin AMS	Con AMS	Reduc. %	Sin AMS	Con AMS	Reduc. %	Sin AMS	Con AMS	Reduc. %
d_{max} <i>cm</i>	2.32	1.60	30.9	0.74	0.49	34.2	1.81	1.44	20.3
Q_{max} <i>MN</i>	5.43	3.70	31.9	1.67	1.10	34.0	4.18	3.38	19.3
M_{max} <i>MNm</i>	9.85	6.83	30.7	3.03	2.06	32.1	7.60	6.28	17.3

Puede apreciarse en Tabla 4 una importante reducción para todos los sismos considerados.

4.2 Edificio en altura

En primer lugar, en Tabla 5 se presentan las frecuencias naturales de la estructura con AMS.

Tabla 5: Frecuencias de vibración. Modelo de edificio en altura con AMS

Frecuencia	Modo	Frecuencias naturales Hz	Períodos Naturales seg
1	1 Flexional Y	0.463	2.160
2	1 Flexional X	0.507	1.971
2	1 Flexional AMS	0.541	1.850
3	1 Torsional	0.791	1.264
4	2 Flexional Y	1.527	0.655
5	2 Flexional X	1.527	0.655

Para este caso, se determinaron los siguientes parámetros del AMS:

Masa: $m = 16728$ kg
 Dimensión de la columna de acero: $a = 4.27$ cm
 Amortiguamiento ficticio del acero: $\xi = 20\%$

En Tabla 6 se presentan los resultados obtenidos para los tres sismos considerados para este caso

Tabla 6: Resultados. Modelo de edificio en altura con AMS

Variable	Sismo México SCT-85			Sismo México SCT-89		
	Sin AMS	Con AMS	Reduc. %	Sin AMS	Con AMS	Reduc. %
d_{max} <i>m</i>	1.28	0.61	52.6	0.77	0.34	55.4
Q_{max} <i>MN</i>	121.10	54.90	54.7	71.28	31.09	56.4
M_{max} <i>MNm</i>	5550	2619	52.8	3328	1484	55.4

Se observan, en este caso, reducciones muy importantes en los esfuerzos y desplazamientos, las cuales se verifican con las encontradas en la literatura².

A modo ilustrativo, se presentan en Figura 9 los desplazamientos máximos en cada uno de los pisos de la estructura, para el caso del sismo SCT-85 para la estructura sin AMS y con AMS con un 40% de amortiguamiento equivalente.

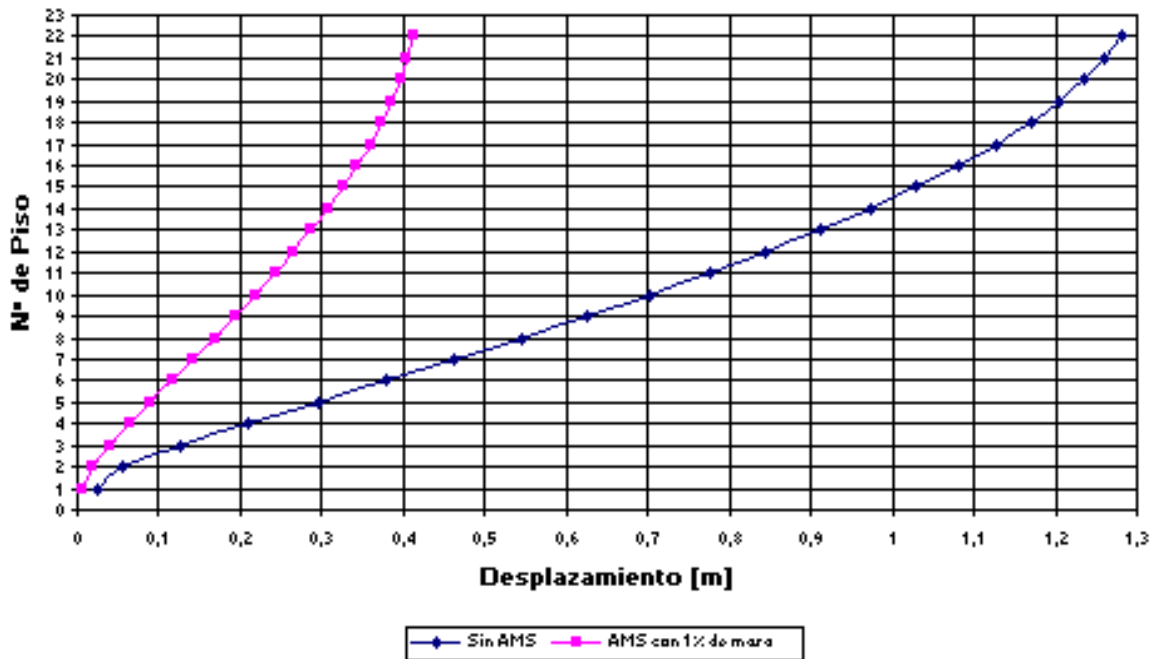


Figura 9. Desplazamientos máximos de piso. Sismo SCT-85

Por último, en Figura 10 se presenta la historia de desplazamientos en el piso superior, para ambos sismos considerados, sin y con AMS.

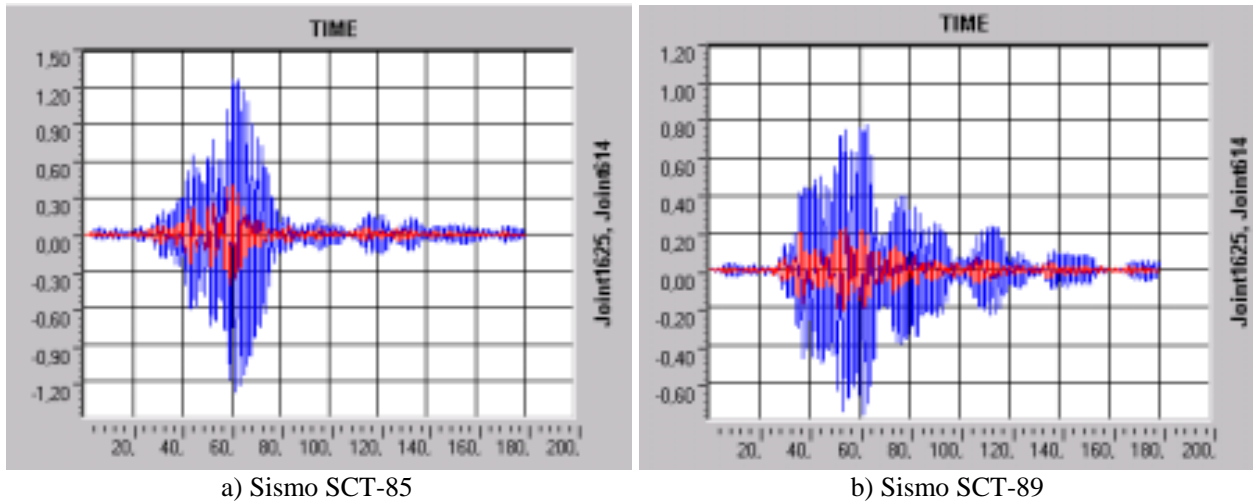


Figura 10. Historia de Desplazamientos del último piso. — Sin AMS — Con AMS

5 CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un estudio numérico de la eficiencia de los Amortiguadores de Masa Sintonizados en la respuesta sísmica en edificios. A pesar que existen en la literatura varios trabajos con relación a la eficiencia de AMS, la mayoría de ellos son realizados con sistemas de 1GDL y ruido blanco como excitación. En este trabajo se modelaron estructuras reales, sometidas a diferentes acelerogramas en la base.

En primer lugar, con relación al edificio en altura sometido a dos sismos registrados en México, se obtuvo resultados similares a los encontrados en la literatura², confirmando los parámetros del AMS adoptados y las hipótesis adoptadas en la modelación del AMS. Respecto de este tipo de estructuras flexibles, se confirma también el excelente comportamiento de los AMS cuando son excitados por terremotos de banda angosta y larga duración.

Con relación al edificio de configuración estructural típica de zonas sísmicas de Argentina, o sea una construcción de baja altura y alta rigidez dinámica, se obtuvieron resultados muy alentadores respecto de la eficiencia de los amortiguadores de masa sintonizados. Independientemente del tipo de excitación, se encontraron reducciones de esfuerzos y desplazamientos entre el 20 y 30%. Es importante resaltar que se obtuvieron buenos resultados tanto para sismos de corta duración (Caucete) como para sismos de banda relativamente ancha (Viña del Mar). Esto es un aliciente importante para continuar la investigación en este campo con el objetivo de reforzar estructuras construidas en nuestra zona.

Por último, teniendo en cuenta las conclusiones de Soto-Brito and Ruiz² y Pinkaew et al.³ es necesario ampliar los estudios para el caso de respuesta no lineal de estructuras.

6 REFERENCIAS

- [1] Villaverde R and L.A. Koyama (1993), Damped resonant appendages to increase inherent damping in buildings, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 22, pp. 491-507.
- [2] Soto-Brito R. and S.E. Ruiz (1999), Influence of ground motion intensity on the effectiveness of tuned mass dampers, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 28, pp. 1255-1271.
- [3] Pinkaew T., Lukkunaprasit P., Chatupote P. (2003), Seismic effectiveness of tuned mass dampers for damage reduction of structures, *Engineering Structures*, Vol 25, pp.39-46.
- [4] Den Hartog, J.P. (1985). *Mechanical Vibrations*, McGraw-Hill, Inc, New York.
- [5] Soong, T.T., Dargush, G.F., (1997). *Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering*, John Wiley & Sons.
- [6] Luft, R., (1979), Optimal tuned dampers for buildings, *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol.105, No.ST 12, pag. 2766-2772.
- [7] Jensen, H., Setarch, M., Peck, R., (1992), TMDs for vibration control of systems with uncertain properties, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, vol. 118, No. 18, pag. 3285-3298.
- [8] Abé, M., Igusa, T., (1995), Tuned mass damper for structures with closely spaced natural frequencies, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 24, pag. 247-261.
- [9] Villaverde R and L.A. Koyama (1993), Damped resonant appendages to increase inherent damping in buildings, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 22, pp. 491-507.
- [10] Villaverde R (1994), Seismic control of structures with damped resonant appendages, *9th World Conference of Structural Control*, vol. WP-4, pp. 113-119.
- [11] Sadek, F., Mohraz, B., Taylor, A., Chung, R., (1997), A method of estimating the parameters of tuned mass dampers for seismic applications, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 26, pag. 617-635.
- [12] Rana R. and T.T. Soong, (1998), Parametric study and simplified design of tuned mass dampers, *Engineering Structures*, Vol 20, No. 3, pp.193-204.
- [13] Warburton, G.B., Ayorinde, E.O. (1980) Optimal absorbers for a simple system. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 8, 197-217.
- [14] SAP2000 Integrated Finite Element Analysis and Design of Structures, v. 7.42. Computers and Structures Inc. (2001).