

## MODELO VISCOPLÁSTICO PARA MATERIALES COHESIVO-FRICCIONALES

**Gabriel F. Aráoz y Bibiana M. Luccioni**

*Instituto de Estructuras, Universidad Nacional de Tucumán y Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Av. Roca 1800, CP4000, San Miguel de Tucumán, Argentina  
garaoz@herrera.unt.edu.ar, bluccioni@herrera.unt.edu.ar, <http://www.herrera.unt.edu.ar/ies>*

**Palabras clave:** Viscoplasticidad, Cargas explosivas, velocidad de deformación.

**Resumen.** En la actualidad puede encontrarse una gran cantidad de trabajos que tienen como objetivo describir el comportamiento de materiales cohesivo friccionales, por ejemplo: hormigón y cerámicos, cuando están sometidos a cargas dinámicas de tipo explosivas o impacto. Estos trabajos involucran tanto ensayos experimentales como simulaciones numéricas, las cuales pueden tener distintos enfoques. En los últimos años se han realizado ensayos uniaxiales en hormigón, tanto a tracción como a compresión, que permiten demostrar la influencia de la velocidad de deformación en la respuesta del material. Cuando el material está sometido a cargas con velocidades de deformación superiores a  $10 \text{ s}^{-1}$ , cambian las propiedades tanto elásticas como inelásticas. Basados en la información experimental disponible y mediante el uso de técnicas de regresión, varios investigadores proponen expresiones o curvas donde se incrementa la resistencia y el módulo de elasticidad en función de la velocidad de deformación.

En este trabajo se propone un enfoque fenomenológico basado en el método de variables de estado para el tratamiento del problema a nivel constitutivo. Con este fin, se realiza la extensión viscoplástica de tipo Perzyna de un modelo de plasticidad existente. La ausencia de condiciones de consistencia, obliga a la búsqueda de criterios alternativos para la integración de la ecuación constitutiva. El algoritmo desarrollado se basa en la utilización de dos residuos: el primero relacionado con las tensiones y el segundo asociado a una variable interna viscoplástica. La integración de la ecuación constitutiva se realiza mediante el método de Euler implícito. Se define además el tensor tangente consistente con el algoritmo propuesto.

En primer lugar, se presentan los principales resultados experimentales y modelos disponibles en la bibliografía para simular materiales cohesivo friccionales bajo cargas con alta velocidad de aplicación. A continuación, se describe la extensión viscoplástica del modelo y el algoritmo de integración desarrollado, así como la obtención del tensor tangente consistente asociado a dicho algoritmo. Finalmente, se comparan los resultados numéricos obtenidos con el modelo y el algoritmo propuestos con resultados experimentales de hormigón bajo distintas combinaciones de carga aplicadas con altas velocidades, obtenidos por otros autores. Dicha comparación permite calibrar y validar el modelo desarrollado.

## 1 INTRODUCCIÓN

La respuesta de materiales cohesivo-friccionales tales como hormigón, suelos, cerámicos, etc., sometidos a cargas explosivas o de impacto, representa un tema de gran interés en aplicaciones civiles y militares. El conocimiento de la respuesta de estos materiales es de vital importancia en el diseño y análisis de estructuras de protección, como las utilizadas en plantas nucleares, estructuras offshore, aeropuertos y otras construcciones de uso masivo; como así también en el análisis de riesgo sobre edificaciones ya existentes.

Las características mecánicas del hormigón cuando está sometido a cargas altamente dinámicas se ven afectadas no solamente por la sensibilidad a la velocidad de deformación o la sensibilidad a la presión, sino también por la evolución de las micro-fisuras y micro-vacíos. (JianGuo et al. 2008).

En la actualidad pueden encontrarse distintos trabajos, tanto experimentales como numéricos, desarrollados con el fin de lograr una descripción adecuada de la respuesta de estos materiales cuando se encuentran sometidos a cargas explosivas o de impacto.

De acuerdo con Lorefice et al. (2008), una de las dificultades en la descripción del comportamiento material del hormigón, corresponde a su característica reológica, la cual es responsable de la dependencia del tiempo en su respuesta a fractura.

En el ámbito experimental, se ha podido comprobar que el rango de velocidades de deformación está limitado por el tipo de dispositivo de carga utilizado en cada ensayo. Algunos de los dispositivos o métodos más usados en estas experiencias son: equipos hidráulicos (velocidades de deformación hasta  $1 \text{ s}^{-1}$ ), la caída de una masa de impacto (velocidades hasta  $10 \text{ s}^{-1}$ ) y la barra de Hopkinson (velocidades entre  $10$  y  $10^3 \text{ s}^{-1}$ ). A pesar de ciertas disidencias en relación al valor de la deformación en los picos máximos de tensión, atribuida principalmente a la falta de consistencia de los métodos de ensayo empleados; es posible comprobar en todos los casos que la resistencia del hormigón crece a medida que se incrementa la velocidad de deformación. Esta tendencia se puede observar en ensayos uniaxiales tanto a tracción como a compresión, sin embargo la sensibilidad en cada caso es diferente (Grote et al. 2001; Cotsovos et al. 2008; Braraa y Klepaczko, 2006, 2007; Schuler et al. 2006; Zhang et al. 2009; Wu et al. 2005). Un parámetro muy utilizado en la cuantificación del efecto de la velocidad de deformación, es el factor de incremento dinámico (DIF “dynamic increase factor”) que puede expresarse como la relación entre la resistencia dinámica a una determinada velocidad de deformación y la resistencia estática (o cuasi-estática). En la bibliografía pueden encontrarse numerosas expresiones para los DIF a tracción y a compresión uniaxial (CEB-FIP, 1990; Shi et al. 2009; Ngo et al. 2009).

En las figuras 1 y 2 se pueden observar los resultados experimentales obtenidos a partir de ensayos a tracción y compresión uniaxial respectivamente, los cuales son comparados con las expresiones analíticas propuestas por el CEB-FIP (1990) y Ngo et al. (2009) para hormigones tipo H-30 y H-70. Es evidente en estas figuras la gran dispersión de los resultados experimentales, fundamentalmente debida a la falta de consistencia en la metodología de ensayos.

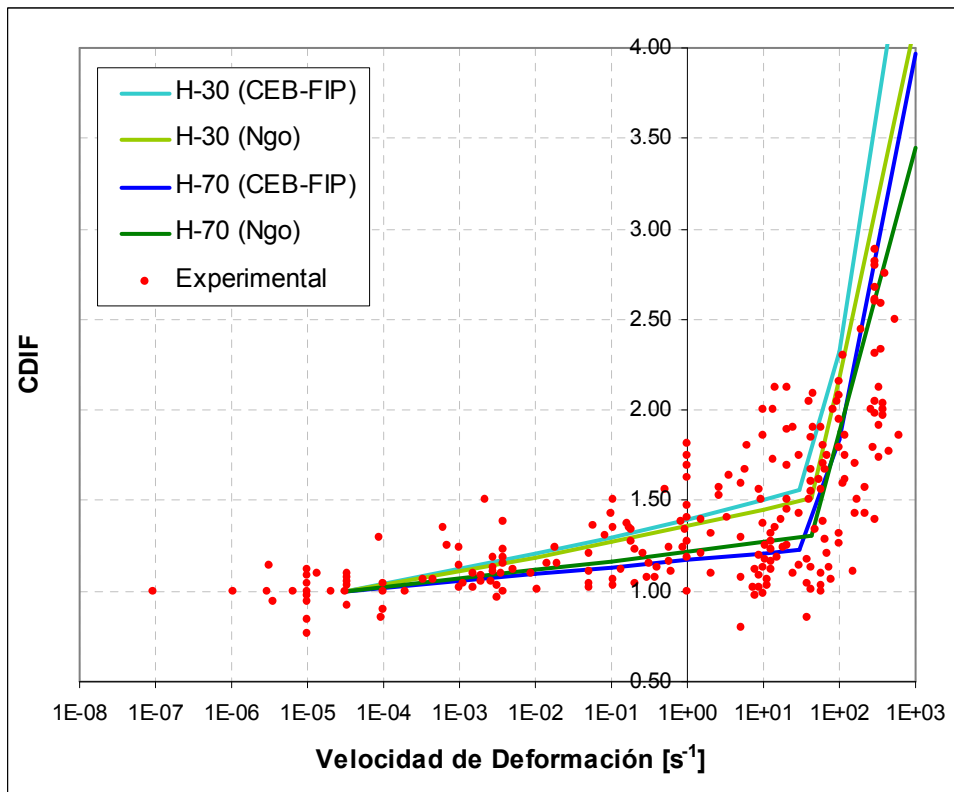


Figura 1: CDIF. Resultados experimentales a compresión uniaxial. Comparación con expresiones analíticas

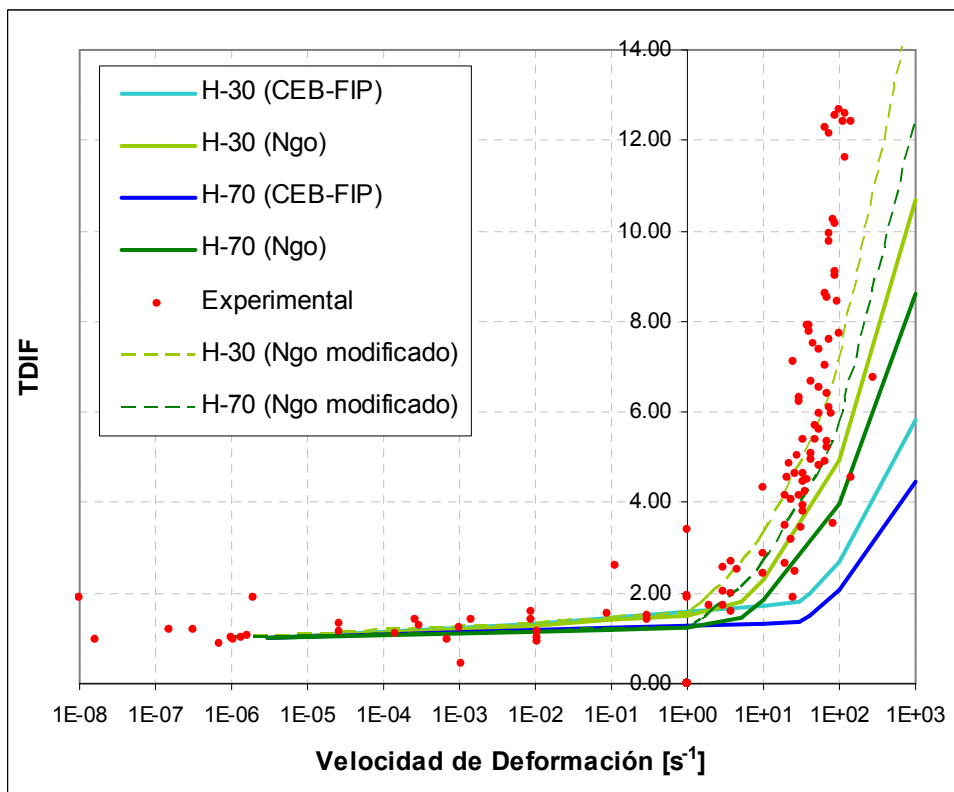


Figura 2: TDIF. Resultados experimentales a tracción uniaxial. Comparación con expresiones analíticas

Existen otras propiedades, tanto elásticas como inelásticas, que se ven afectadas en gran medida por la velocidad de deformación, como el módulo de elasticidad o la energía de deformación (Shkolnik, 2008, Zhang et al. 2009).

Si bien se puede considerar la dependencia de la velocidad de deformación como una contribución viscosa de la humedad presente en los poros del material (Sercombe et al. 1998), existen otras posturas que atribuyen la sobre-resistencia del hormigón exclusivamente al efecto de “confinamiento” ocasionado por las fuerzas inerciales que se desarrollan durante el proceso de carga dinámica (Cotsovos et al. 2008). En el capítulo 5 se realizan comparaciones numéricas considerando estos supuestos, con el fin de evaluar el grado de influencia de dichas fuerzas sobre la respuesta del material.

Está probado experimentalmente que la resistencia última del hormigón es dependiente de la velocidad de carga/deformación. A pesar de que los mecanismos físicos responsables de este efecto no estén claramente definidos hasta el momento, es importante que el efecto de la velocidad de deformación sea incorporado adecuadamente en los modelos constitutivos (Xu y Lu, 2006) a los efectos de reproducir el comportamiento de materiales - friccionales bajo altas velocidades de deformación como las que se generan bajo cargas explosivas o de impacto.

La definición del límite de comportamiento elástico o el umbral de daño en materiales quasi-frágiles y friccionales es compleja debido a la combinación de varios efectos, incluyendo la influencia del primer y tercer invariante del tensor de tensiones, es decir, sensibilidad a la presión y dependencia del ángulo de Lode en la aparición y el desarrollo de deformaciones permanentes. Aunque este tipo de materiales no presenta normalmente lo que se conoce estrictamente como fluencia, se suele utilizar la teoría de la plasticidad como marco matemático para describir el proceso de desarrollo de deformaciones permanentes.

A fin de establecer modelos numéricos que puedan utilizarse en la simulación y predicción del comportamiento de estos materiales, es necesario cuantificar experimentalmente sus respuestas a grandes velocidades de carga y bajo diferentes estados de tensión, además de su comportamiento a través de las distintas etapas de deformación (Grote et al. 2001).

## 2 MODELOS EXISTENTES

El importante desarrollo computacional producido en los últimos tiempos, permite en la actualidad la simulación numérica de situaciones cada vez más complejas, incluyendo la modelación de la explosión en el aire y su interacción con las estructuras en forma acoplada. A estos fines, existe la posibilidad de utilizar hidrocódigos comerciales capaces de describir la respuesta dinámica no-lineal de estructuras en general. Es fundamental en el uso de estos programas, la correcta elección y calibración del modelo constitutivo del material para obtener resultados válidos.

Debido a la presencia de altas velocidades de deformación y alta presión, los requerimientos básicos en el modelo material necesitan extenderse a fin de incluir endurecimiento con la presión y deformación además de su dependencia con la velocidad de deformación (Lu 2009). Se han desarrollado numerosos modelos materiales para el hormigón y materiales frágiles similares. Algunos de estos modelos adoptan hipótesis restrictivas para simplificar la formulación, las cuales, a su vez, limitan la aplicabilidad de los modelos en determinados problemas. Puede encontrarse una descripción detallada de distintos modelos en Tu y Lu (2009).

En general, para describir el comportamiento del hormigón y los materiales cohesivo friccionales bajo cargas impulsivas se utilizan modelos basados en la plasticidad y el daño

(Burlion et al. 2000; JianGuo et al. 2008; Luccioni y Rougier, 2005) los cuales pueden o no ser acoplados. De igual forma se pueden encontrar modelos viscoplásticos con daño acoplado (Lorefice et al. 2008), modelos de daño viscoso (Luegue, 1999), y otros donde se incluye además la viscoelasticidad (González et al. 2007). Todas estas extensiones tienen como objetivo representar el efecto de la velocidad de deformación en la respuesta material. En este sentido, la teoría viscoplástica de Perzyna y la teoría de Duvaut Lions son ampliamente utilizadas en los algoritmos presentes en la bibliografía (Oller, 2001; Crisfield, 1997; Kojic y Bathe, 2005; Lubliner, 1990; Simo y Hughes, 1998; Carosio, 2001).

Entre los modelos constitutivos más usados en la simulación de estructuras sometidas a cargas explosivas o impacto, se pueden destacar: el modelo JH (Johnson y Holmquist, 1994), el modelo RHT (Riedel et al. 1999), y el modelo K&C (Malvar et al. 1997, 2000).

El modelo JH (Johnson y Holmquist, 1994) considera al material como elástico lineal hasta que alcanza un cierto criterio de falla. El daño se acumula hasta el instante de falla total y luego el material presenta un estado residual. El efecto de la velocidad de deformación en la resistencia del material se modela expandiendo la superficie de resistencia con un factor que depende de dicha velocidad (DIF). En este modelo no existe una diferenciación del efecto de la velocidad de deformación a tracción y a compresión.

El modelo RHT (Riedel et al. 1999) incluye la dependencia del tercer invariante e incorpora una superficie de rotura independiente para simular el ablandamiento del material. La resistencia a tracción hidrostática depende de la velocidad de deformación y la superficie de falla está definida en función de la presión, el ángulo de Lode y la velocidad de deformación. En este modelo, la superficie que marca el umbral de comportamiento elástico se obtiene escalando la superficie de falla, y se introduce una superficie de resistencia residual independiente. Las superficies de carga más allá del límite elástico se obtienen por interpolación entre la superficie de fluencia y la de falla, y de igual forma, las superficies post-falla se determinan interpolando la superficie de falla con la superficie residual utilizando un índice de daño. En el trabajo de Tu y Lu (2009) se resaltan varios aspectos de este modelo que requieren ser rectificadas. Por ejemplo, la resistencia residual está considerada independiente del ángulo de Lode, lo que puede devenir en un endurecimiento luego de que se ha alcanzado la resistencia última.

El modelo K&C (Malvar et al. 1997, 2000) define tres superficies independientes de resistencia: la superficie de fluencia inicial, una superficie de falla máxima y una superficie residual. En su formulación considera los tres invariantes de tensión. La superficie de carga luego de producida la fluencia y la superficie post-falla se definen por interpolación entre las respectivas superficies. El comportamiento no lineal está controlado por un factor de escala definido por una función de daño. Esta función de daño tiene distintas formas para tracción y para compresión.

### 3 MODELO VISCOPLASTICO PROPUESTO

#### 3.1 Consideraciones generales

Con el objeto de describir adecuadamente la respuesta de estructuras sometidas a cargas impulsivas o de impacto se propone la extensión viscoplástica de un modelo de plasticidad existente (Luccioni-Rougier, 2005).

Para la extensión viscoplástica se considera la teoría de Perzyna, en la cual, al igual que la teoría de flujo de la plasticidad, se define una región del espacio de tensiones dentro del cual

el material permanece elástico.

Para el modelo en pequeñas deformaciones pueden considerarse las siguientes características:

- La deformación total está definida en forma aditiva:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^{vp} \quad (1)$$

donde  $\varepsilon$  es la deformación total, y finalmente,  $\varepsilon^e$  y  $\varepsilon^{vp}$  son las componentes de deformación elástica y viscoplástica respectivamente.

- La evolución de la variable interna viscoplástica se define a través de una regla de normalidad o flujo viscoplástico similar a la utilizada en el caso de plasticidad.

La velocidad de deformación viscoplástica puede determinarse de la siguiente forma:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \frac{\phi[F(\sigma_{ij}, q)]}{\eta} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2)$$

donde  $\eta$  es el parámetro de viscosidad, y  $\phi[F(\sigma_{ij}, q)]$  es la función de sobretensión que toma la siguiente forma:

$$\phi[F(\sigma_{ij}, q)] = \langle F(\sigma_{ij}, q) \rangle^N = \left\langle \frac{f(\sigma_{ij})}{K(\sigma_{ij}, q)} - 1 \right\rangle^N \quad (3)$$

los paréntesis de Mc Aully se definen como  $\langle x \rangle = 0.5(x + |x|)$ ;

$f(\sigma_{ij})$  es la función de fluencia;  $q$  representa la variable interna de endurecimiento viscoplástico y  $K(\sigma_{ij}, q)$  es la función de endurecimiento que se usa para normalizar la función de sobretensión. Esta última representa la evolución del umbral de comportamiento inelástico bajo cargas cuasiestáticas. Más adelante, se define su evolución para el caso de materiales cohesivo friccionales.

Como en la teoría de plasticidad, la dirección del flujo viscoplástico se define a través del gradiente del potencial viscoplástico  $G(\sigma_{ij}, q)$ ; y en caso de optar por flujo asociado se considera  $F(\sigma_{ij}, q) = G(\sigma_{ij}, q)$ .

Teniendo en cuenta la función de fluencia, se presentan las siguientes condiciones de carga y descarga:

- Carga–Descarga elástica  $F \leq 0$
- Carga viscoplástica  $F > 0$

No existe restricción en la magnitud de  $F$ , y el proceso viscoplástico tiene lugar en el exterior del dominio elástico. En consecuencia esta teoría no tiene condición de consistencia y no existe operador matricial tangente. Sólo al considerar incrementos finitos de tiempo en el contexto de una integración implícita del proceso viscoplástico es posible obtener un operador tangente algorítmico.

### 3.2 Función de fluencia

Además de la sensibilidad a la velocidad de deformación, los altos niveles de confinamiento también afectan la respuesta del material en relación a su comportamiento bajo

solicitaciones cuasiestáticas (Grote et al. 2001). Por este motivo, es recomendable que la superficie de fluencia adoptada para la descripción de la respuesta en materiales cohesivo-friccionales tenga meridianos curvos y permita el cierre sobre el eje hidrostático de presiones. Pueden encontrarse los detalles de la propuesta realizada en Aráoz y Luccioni (2008), como primera etapa del presente trabajo.

La ecuación (4) corresponde a la superficie de fluencia modificada a partir de la extensión del modelo de Luccioni-Rougier (2005)

$$F^p = \frac{\frac{\sqrt{3J_2}}{F_{CAP}(I_1, \xi)} + \alpha I_1 + \beta \langle \sigma_{\max} \rangle - \gamma \langle -\sigma_{\max} \rangle + \frac{\delta}{\sigma_c(\kappa^p)} (1 - \alpha) I_1^2}{\sigma_c(\kappa^p) (1 - \alpha) (1 + \delta)} - 1 = 0 \quad (4)$$

donde  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $\delta$  son constantes que determinan la forma de la función de fluencia.  $I_1$  es el primer invariante del tensor de tensiones,  $J_2$  es el segundo invariante del tensor desviador de tensiones,  $\sigma_c(\kappa^p)$  representa la evolución del umbral de fluencia y  $\sigma_{\max}$  es la tensión principal mayor:  $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1 = \sigma_{\max}$ , cuya expresión es la siguiente:

$$\sigma_{\max} = 2 \frac{\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \operatorname{sen} \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) + \frac{I_1}{3} \quad (5)$$

donde  $\theta$  es el ángulo de similaridad o ángulo de Lode.

La función  $F_{CAP}$  permite el cierre sobre el eje hidrostático, y depende de la densidad relativa  $\xi$ . La expresión para  $F_{CAP}$  corresponde a la de una elipse y tiene la siguiente forma:

$$F_{CAP} = \sqrt{\left[ \frac{1 + \operatorname{sign}[I_1 - (I_0 / a(\xi))]}{2} \right] \cdot \left\{ 1 - \left( \frac{\langle I_u - I_1 \rangle}{(I_0 / a(\xi)) - I_u} \right)^2 \right\}} \quad (6)$$

$I_0$  e  $I_u$  definen el semieje y el centro de la elipse respectivamente, y pueden ser obtenidos de ensayos de compresión hidrostática y edométrica. La función  $a(\xi)$  tiene en cuenta el grado de compactación del material y se determina como:

$$a(\xi) = \left[ \frac{1 + \operatorname{sign}(1 - \xi)}{2} \right] \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\langle \xi - \xi_0 \rangle}{1 - \xi_0} \right) \right] \quad (7)$$

donde  $\xi$  y  $\xi_0$  son los valores de densidad relativa actual e inicial respectivamente.

En la figura 3 se puede observar el efecto de la función  $F_{CAP}$  sobre la superficie de fluencia original. A través de la utilización de dicha función es posible lograr un mejor ajuste en relación a los resultados experimentales, cuando el material está sometido a un confinamiento elevado.

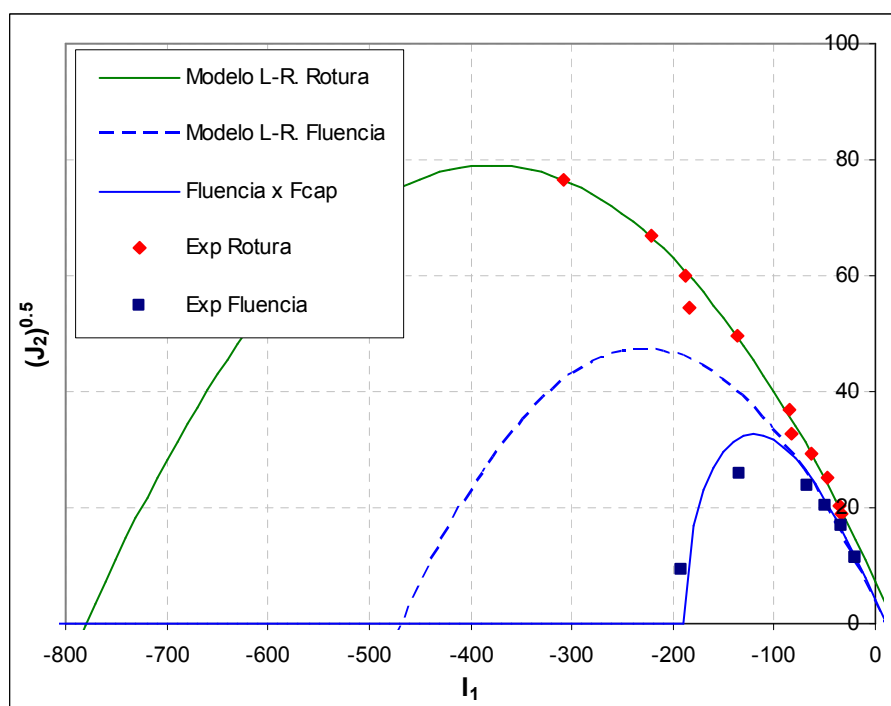


Figura 3: Superficie de fluencia modificada para confinamiento elevado

### 3.3 Variable de endurecimiento

En el caso general, la superficie de fluencia es capaz de aumentar o disminuir su volumen isotrópicamente; es decir que puede tener endurecimiento o ablandamiento isótropo respectivamente. Es suficiente para describir este comportamiento utilizar un escalar  $q$  dependiente de las deformaciones inelásticas a través de una medida escalar de las mismas. En consecuencia se adopta una ley de evolución de las variables de estado de la siguiente forma:

$$\dot{q} = H(\sigma_{mn}, q)_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = H(\sigma_{mn}, q)_{ij} \frac{\phi[F(\sigma_{mn}, q)]}{\eta} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} = h(\sigma_{mn}, q) \frac{\phi[F(\sigma_{mn}, q)]}{\eta} \quad (8)$$

$$\text{con} \quad h(\sigma_{mn}, q) = H(\sigma_{mn}, q)_{ij} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}}$$

Se considera a  $q$  como una variable de endurecimiento plástico  $\kappa^{vp}$ , que se obtiene normalizando la energía disipada en el proceso plástico a la unidad. Varía entre 0 para el material virgen y 1 cuando se ha disipado plásticamente la totalidad de la energía que el material es capaz de disipar de esta forma. Se propone para la misma la siguiente regla de evolución que tiene en cuenta el comportamiento diferenciado en tracción y compresión y permite simular adecuadamente la disipación de energía en compresión triaxial del hormigón (Luccioni et al. 1996; Luccioni y Rougier 2005). Igualando los comportamientos a tracción y compresión, esta definición permite representar la respuesta de materiales como el acero.

$$\dot{\kappa}^{vp} = \left[ \frac{r}{g_f^{*p}} + \frac{(1-r)}{g_c^{*p}} \right] \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} \quad (9)$$



donde:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \sigma_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|} \quad \langle \sigma_i \rangle = \frac{1}{2} [\sigma_i + |\sigma_i|] \quad (10)$$

$\sigma_i$  son las tensiones principales

$$\mathbf{g}_f^{*p} = \left( \frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i| R^{op}}{f^p(\sigma_{ij})} \right)^{1+J(-r)} \quad \mathbf{g}_f^p \quad \mathbf{g}_c^{*p} = \left( \frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|}{f^p(\sigma_{ij})} \right) \mathbf{g}_c^p \quad (11)$$

$$J(-r) = \begin{cases} 0 & r > 0 \\ 1 & r \leq 0 \end{cases}$$

$R^{op}$  es la relación entre los umbrales de fluencia en compresión uniaxial y en tracción uniaxial,  $\mathbf{g}_f^p$  y  $\mathbf{g}_c^p$  son las máximas densidades de energía disipadas por el proceso plástico en tracción uniaxial y compresión uniaxial respectivamente.

En el caso de un proceso termodinámico sin daño, estas energías pueden ser evaluadas como:

$$\mathbf{g}_f^p = \frac{G_f}{l_c} \quad \text{y} \quad \mathbf{g}_c^p = \frac{G_c}{l_c} \quad (12)$$

Donde  $G_f$  y  $G_c$  son las energías de fractura y aplastamiento respectivamente y  $l_c$  es un parámetro externo (longitud característica) que depende del tamaño característico de la malla de elementos finitos y se introduce para obtener objetividad de la respuesta del sólido respecto del tamaño de la malla. La determinación de las energías de fractura y aplastamiento se encuentra detallada en el capítulo 3.3.

$$\text{Resulta entonces } H(\sigma_{mn}, q)_{ij} = \left[ \frac{r}{\mathbf{g}_f^{*p}} + \frac{(1-r)}{\mathbf{g}_c^{*p}} \right] \sigma_{ij}$$

### 3.4 Función de endurecimiento

Se propone la siguiente regla de evolución para el umbral de fluencia equivalente:

$$\mathbf{K}(\sigma_{ij}, \kappa^{vp}) = r \sigma_t(\kappa^{vp}) + (1-r) \sigma_c(\kappa^{vp}) \quad (13)$$

Donde  $\sigma_t(\kappa^p)$  and  $\sigma_c(\kappa^p)$  representan la evolución de los umbrales de fluencia en ensayos de tracción y compresión uniaxial respectivamente.

### 3.5 Energías de deformación

Existen en la bibliografía diversos trabajos experimentales donde se verifica la influencia de la velocidad de deformación en el valor de la energía de deformación (Shuler et al. 2006, Zhang et al. 2009). A partir de estos ensayos también se observan distintas propuestas analíticas para la predicción de esta energía.

En este trabajo se realiza una propuesta para tener en cuenta la variación de las energías de fractura y aplastamiento en función de la velocidad de deformación. Para ello se toman en cuenta las expresiones dadas por Lueguez (1999) y se efectúan modificaciones en las ecuaciones para la energía de fractura. Dichas modificaciones surgen de considerar las expresiones de Ngo et al. (2009), debido a que presentan un mejor ajuste con los resultados experimentales (ver figura 2). Cabe destacar que, en todos los casos, se parte de las expresiones recomendadas por el CEB-FIP (1990).

A continuación se presentan las ecuaciones propuestas para la determinación de la energía de fractura  $G_f$  y la energía de aplastamiento  $G_c$ , en función de la velocidad de deformación equivalente a tracción o a compresión según sea el caso.

### Energía de Fractura:

$$G_f = G_{f0} \left( \frac{f_{td}}{f_{t0}} \right)^{\varphi-0.7} \left( \frac{\dot{\varepsilon}_t}{\dot{\varepsilon}_{t0}} \right)^{1.016\varphi\delta_s} \quad \dot{\varepsilon} > \dot{\varepsilon}_{t0} \quad \dot{\varepsilon}_t \leq 1s^{-1} \quad (14)$$

$$G_f = \beta_s^\varphi G_{f0} \left( \frac{f_{td}}{f_{t0}} \right)^{\varphi-0.7} \left( \frac{\dot{\varepsilon}_t}{\dot{\varepsilon}_{t0}} \right)^{\varphi/3} \quad \dot{\varepsilon}_t > 1s^{-1} \quad (15)$$

con  $\log \beta_s = 6\delta_s - 2$  y  $\delta_s = \frac{1}{8 + 8 \frac{f_{c0}}{f_{R0}}}$  (16)

$$\dot{\varepsilon}_t = r_e \bar{\dot{\varepsilon}} \quad \bar{\dot{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\dot{\varepsilon}_{ij} C_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}}{E}} \quad (17)$$

$$r_e = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \dot{\varepsilon}_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\dot{\varepsilon}_i|} \quad \langle \dot{\varepsilon}_i \rangle = \frac{1}{2} [\dot{\varepsilon}_i + |\dot{\varepsilon}_i|] \quad (18)$$

donde  $G_{f0}$  es la Energía de fractura obtenida en un ensayo cuasi-estático;  $f_{td}$  y  $f_{t0}$  son los valores de resistencia a tracción uniaxial dinámica y cuasi-estática respectivamente;  $f_{c0}$  es la resistencia a compresión uniaxial cuasi-estática;  $f_{R0}$  es un valor base de resistencia (10 N/mm<sup>2</sup>),  $\dot{\varepsilon}_t$  es la velocidad de deformación equivalente a tracción,  $\dot{\varepsilon}_{t0}$  es una velocidad de deformación de referencia (1 .10<sup>-6</sup> s<sup>-1</sup>), y  $\varphi$  es un parámetro a ajustar.

En la figura 4 se puede observar la variación de la energía de fractura según las expresiones (14) y (15) para distintos valores del parámetro  $\varphi$ , y su comparación con los resultados experimentales obtenidos por Shuler et al. (2006) para un hormigón tipo H-30.

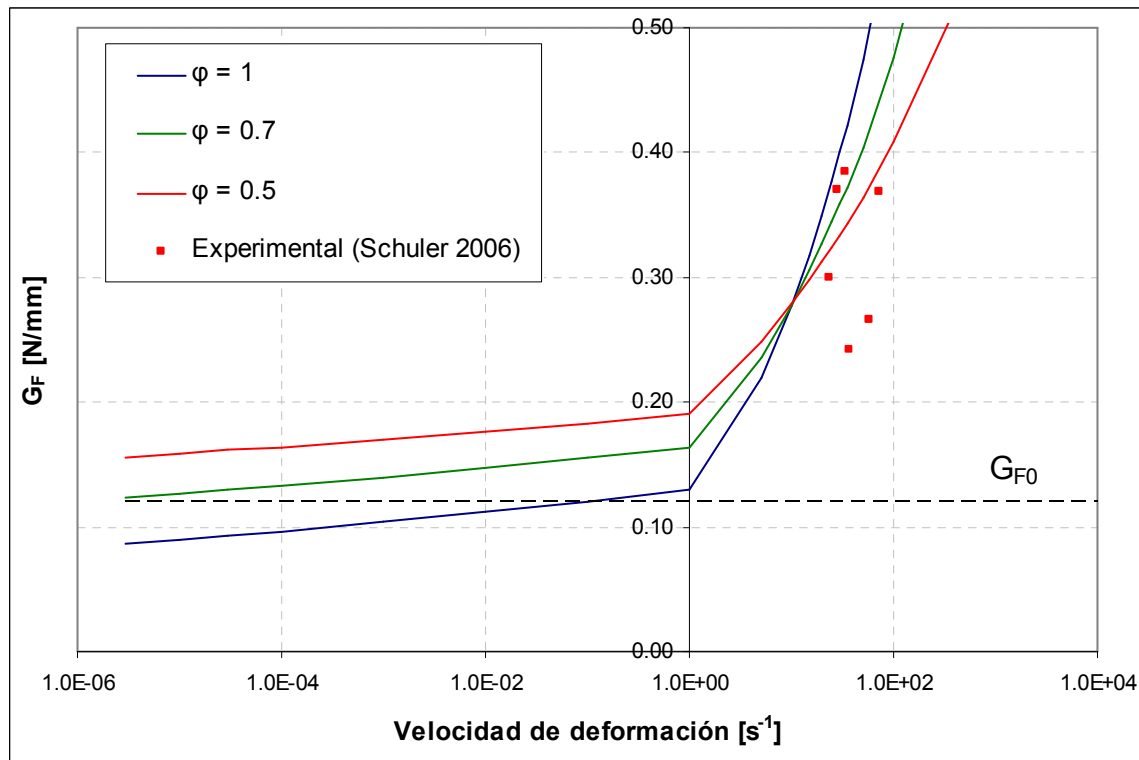


Figura 4: Energía de fractura vs. Velocidad de deformación

Energía de aplastamiento:

$$G_c = G_{c0} \left( \frac{f_{cd}}{f_{c0}} \right)^{\varphi-0.7} \left( \frac{\dot{\epsilon}_c}{\dot{\epsilon}_{c0}} \right)^{1.026 \varphi \alpha_s} \quad \dot{\epsilon} > \dot{\epsilon}_{c0} \quad |\dot{\epsilon}_c| \leq 30s^{-1} \quad (19)$$

$$G_c = \gamma_s^\varphi G_{c0} \left( \frac{f_{cd}}{f_{c0}} \right)^{\varphi-0.7} \left( \frac{\dot{\epsilon}_c}{\dot{\epsilon}_{c0}} \right)^{\varphi/3} \quad |\dot{\epsilon}_c| > 30s^{-1} \quad (20)$$

con  $\log \gamma_s = 6.156 \alpha_s - 2$  y  $\alpha_s = \frac{1}{5 + 9 \frac{f_{c0}}{f_{R0}}}$  (21)

$$\dot{\epsilon}_c = (1 - r_e) \dot{\epsilon} \quad (22)$$

donde  $G_{c0}$  es la Energía de aplastamiento obtenida en un ensayo cuasi-estático,  $f_{cm}$  es la resistencia a compresión uniaxial cuasi-estática,  $f_{cm0}$  es un valor base de resistencia (10 N/mm<sup>2</sup>),  $\dot{\epsilon}_c$  es la velocidad de deformación equivalente a compresión,  $\dot{\epsilon}_{c0}$  es una velocidad de deformación de referencia (3 .10<sup>-5</sup> s<sup>-1</sup>), y  $\varphi$  es un parámetro a ajustar.

En la figura 5 puede observar la variación de la energía de aplastamiento según las expresiones (19) y (20), para distintos valores del parámetro  $\varphi$  y considerando un hormigón tipo H-30.

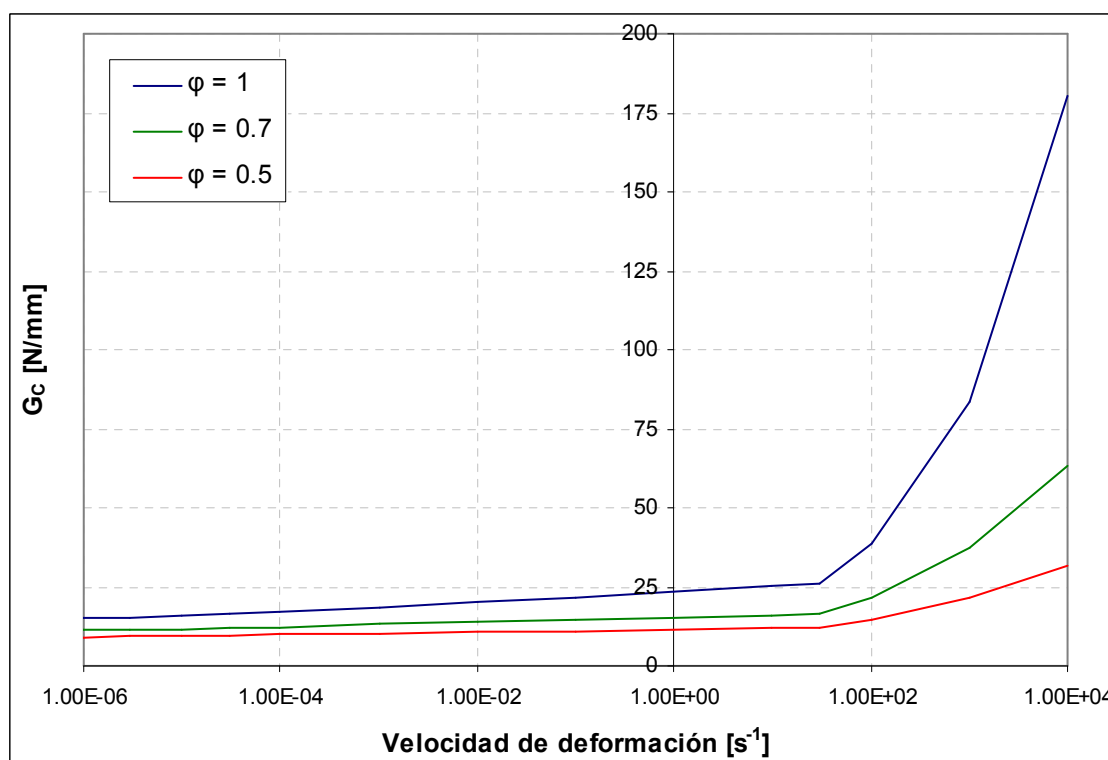


Figura 5: Energía de aplastamiento vs. Velocidad de deformación

### 3.6 Parámetros viscoplásticos

Es posible estimar el orden de magnitud del coeficiente de viscosidad a través de la siguiente expresión (Le Nard y Baillo, 2000):

$$\eta_c = \frac{l\sqrt{E\rho}}{2\sigma_y} \quad (23)$$

Donde  $l$  es la longitud característica utilizada en el modelo, en general dependiente del tamaño máximo del agregado;  $E$  es el módulo de Young,  $\rho$  es la densidad y  $\sigma_y$  la tensión correspondiente al límite elástico del hormigón.

Tanto el coeficiente de viscosidad  $\eta$  como el exponente  $N$  son parámetros que se deben ajustar en base comparaciones con resultados experimentales, para una determinación más precisa. El proceso de calibración del modelo se describe más adelante, en el capítulo 5. En este trabajo, se proponen expresiones generales para la obtención de los parámetros viscoplásticos para distintos estados de carga. A tal efecto, se toman como referencia los valores calibrados a tracción uniaxial ( $\eta_t$  y  $N_t$ ) y compresión uniaxial ( $\eta_c$  y  $N_c$ ), y luego se interpolan utilizando la función  $r(\sigma_i)$  que tiene en cuenta el signo de las tensiones principales (ver ecuación (10)).

Los parámetros quedan determinados con las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \eta &= r \eta_t + (1-r) \eta_c \\ N &= r N_t + (1-r) N_c \end{aligned} \quad (24)$$

## 4 TRATAMIENTO NUMÉRICO DEL MODELO PROPUESTO

### 4.1 Integración numérica

En el presente trabajo se utiliza el método de Euler implícito para la integración numérica del modelo viscoplástico desarrollado.

Linealizando la regla de flujo viscoplástica presentada en el apartado 3.1, el tensor de deformaciones viscoplásticas en el tiempo  $t+\Delta t$  resulta:

$$(\varepsilon_{ij}^{vp})^{t+\Delta t} = (\varepsilon_{ij}^{vp})^t + (\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp})^{t+\Delta t} \Delta t \quad \rightarrow \quad \Delta \varepsilon_{ij}^{vp} = (\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp})^{t+\Delta t} \Delta t$$

por lo tanto

$$\Delta \varepsilon_{ij}^{vp} = \frac{\phi(F)^{t+\Delta t}}{\eta} \left. \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \right|^{t+\Delta t} \Delta t \quad (25)$$

Las formas incrementales de la relación Tensión-Deformación y la tasa de variable interna son:

$$\Delta \sigma_{ij} = C_{ijkl} (\Delta \varepsilon_{mn} - \Delta \varepsilon_{mn}^{vp}) = C_{ijmn} \left( \Delta \varepsilon_{mn} - \frac{\phi(F)^{t+\Delta t}}{\eta} \left( \frac{\partial G}{\partial \sigma_{mn}} \right)^{t+\Delta t} \Delta t \right) \quad (26)$$

$$\Delta q = h^{t+\Delta t} \frac{\phi(F)^{t+\Delta t}}{\eta} \Delta t \quad (27)$$

La ausencia de condiciones naturales de convergencia en el caso de la viscoplasticidad clásica obliga a la búsqueda de criterios alternativos. Tradicionalmente, estos planteos se basan en residuos de tensiones y variables de estado para formulaciones materiales que incluyen endurecimiento-ablandamiento (Carosio, 2001).

A partir de las ecuaciones (26) y (27) pueden obtenerse los residuos en tensión y variable de estado:

$$\Phi \sigma_{ij} = \Delta \sigma_{ij} - \Delta \tilde{\sigma}_{ij} + \frac{\phi(F)\Delta t}{\eta} C_{ijmn} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{mn}} \quad (28)$$

$$\Phi q = \Delta q - h \frac{\phi(F)\Delta t}{\eta} \quad (29)$$

donde  $\Delta \tilde{\sigma}_{ij} = C_{ijmn} \Delta \varepsilon_{mn}$  es el predictor elástico del incremento de tensión

Aproximando el valor de  $\Phi \sigma_{ij}$  y  $\Phi q$  por medio de una expansión en serie de Taylor limitada al primer término, e imponiendo la condición de residuo nulo en la k-ésima iteración, resulta:

$${}^k \Phi \sigma_{ij} = {}^{k-1} \Phi \sigma_{ij} + \left( \frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial \sigma_{ij}} \right)^{k-1} d \Delta \sigma_{ij} + \left( \frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial q} \right)^{k-1} d \Delta q = 0 \quad (30)$$

$${}^k \Phi q = {}^{k-1} \Phi q + \left( \frac{\partial \Phi q}{\partial \sigma_{ij}} \right)^{k-1} d\Delta \sigma_{ij} + \left( \frac{\partial \Phi q}{\partial q} \right)^{k-1} d\Delta q = 0 \quad (31)$$

Las derivadas de los residuos respecto a los incrementos de tensión y variable de estado resultan de aplicar la regla de derivación en cadena a las ecuaciones (28) y (29).

Despejando  ${}^k d\Delta q$  de la ecuación (31), se obtiene:

$${}^k d\Delta q = \frac{-{}^{k-1} \Phi q - \left( \frac{\partial \Phi q}{\partial \sigma_{ij}} \right)^{k-1} d\Delta \sigma_{ij}}{\left( \frac{\partial \Phi q}{\partial q} \right)^{k-1}} \quad (32)$$

y luego reemplazando la ecuación (32) en la ecuación (30), puede obtenerse una expresión explícita para  ${}^k d\Delta \sigma_{kl}$ :

$${}^k d\Delta \sigma_{kl} = \left[ \frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial \Phi q}{\partial q} - \frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial q} \frac{\partial \Phi q}{\partial \sigma_{kl}} \right]^{-1} : \left( -\Phi \sigma_{ij} \frac{\partial \Phi q}{\partial q} + \Phi q \frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial q} \right) \quad (33)$$

Una vez determinados  ${}^k d\Delta \sigma_{ij}$  y  ${}^k d\Delta q$ , se calculan los incrementos  ${}^k \Delta \sigma_{ij}$  y  ${}^k \Delta q$  de la siguiente forma:

$${}^k \Delta \sigma_{ij} = {}^{k-1} \Delta \sigma_{ij} + {}^k d\Delta \sigma_{ij}, \quad {}^k \Delta q = {}^{k-1} \Delta q + {}^k d\Delta q \quad (34)$$

y se corrigen los valores de tensión y variable de estado respectivamente:

$${}^k \sigma_{ij} = {}^{k-1} \sigma_{ij} + {}^k d\Delta \sigma_{ij}, \quad {}^k q = {}^{k-1} q + {}^k d\Delta q \quad (35)$$

Luego se debe verificar la convergencia y, si es necesario, se realiza una nueva iteración, o bien se termina el proceso iterativo actualizando los valores de tensión y variable de estado con los últimos valores corregidos. En el algoritmo propuesto, la verificación del estado tensional se da en la misma condición de convergencia, ya que si el estado tensional corresponde al comportamiento elástico se tiene:  $F \leq 0 \rightarrow \langle \phi(F) \rangle = 0 \rightarrow \Phi \sigma_{ij} = \mathbf{0}$  y  $\Phi q = 0$ ; y por lo tanto, se actualizarán las tensiones y variables internas con los valores correspondientes al predictor elástico.

## 4.2 Algoritmo propuesto

A continuación se presenta esquemáticamente el algoritmo correspondiente al modelo viscoplástico propuesto. El mismo fue implementado en un programa de elementos finitos dinámico que permite resolver problemas no lineales de la mecánica de sólidos en pequeñas o grandes deformaciones, entre otras características.

I – DATOS

Incremento de carga-deformación en el intervalo  $\Delta t$ :  $\Delta \varepsilon_{ij}^{t+\Delta t}$

Tensión y variables de estado en el instante anterior  $t$ :  $\sigma_{ij}^t, q^t$

## II – PREDICTOR ELÁSTICO

Predictor de tensión:  $\Delta \tilde{\sigma}_{ij}^{t+\Delta t} = C_{ijkl} \Delta \varepsilon_{ij}^{t+\Delta t} \quad \rightarrow \quad \tilde{\sigma}_{ij}^{t+\Delta t} = \sigma_{ij}^t + \Delta \tilde{\sigma}_{ij}^{t+\Delta t}$

Predictor de variable de estado:  $\tilde{q}^{t+\Delta t} = q^t$

## III – INTEGRACIÓN NUMÉRICA (siempre en el instante $t+\Delta t$ )

### 1. Inicialización de variables (Iteración, Tensión, Variable de estado)

$k = 0$  ;  ${}^k \sigma_{ij} = \tilde{\sigma}_{ij}^{t+\Delta t}$  ;  ${}^k \Delta \sigma_{ij} = \Delta \tilde{\sigma}_{ij}^{t+\Delta t}$  ;  ${}^k q = \tilde{q}^{t+\Delta t}$  ;  ${}^k \Delta q = 0$

### 2. Cálculo de Residuos y Norma (Inicial)

- Función de Fluencia y sobretensión (correspondientes a la iteración “i”):

$${}^k [F(\sigma_{ij}, q)] = \left[ \frac{f(\sigma_{ij})}{K(q)} - 1 \right] \quad {}^k \phi [F(\sigma_{ij}, q)] = \langle F(\sigma_{ij}, q) \rangle^N$$

- Residuos:

$${}^k \Phi \sigma_{ij} = {}^k \Delta \sigma_{ij} - \Delta \tilde{\sigma}_{ij} + \left[ \frac{\phi(F)\Delta t}{\eta} C_{ijkl} g_{kl} \right] \quad {}^k \Phi q = \left[ \Delta q - h \frac{\phi(F)\Delta t}{\eta} \right]$$

- Norma para verificar convergencia:

$$Norma = \sqrt{\left( \frac{\| {}^k \Phi \sigma_{ij} \|}{\| {}^k \sigma_{ij} \|} \right)^2 + ({}^k \Phi q)^2}$$

### 3. Proceso Iterativo:

(Sólo ingresa al lazo si hay COMPORTAMIENTO VISCOPLÁSTICO)

- Condición de convergencia y estado tensional

Repetir Mientras  $Norma > Tolerancia$  y  $k < k_{max}$

- Actualizar contador:  $k = k + 1$

- Variaciones incrementales en tensión y variable de estado:

$${}^k d\Delta \sigma_{kl} = \left[ \frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial \Phi q}{\partial q} - \frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial q} \frac{\partial \Phi q}{\partial \sigma_{kl}} \right]^{-1} : \left( -\Phi \sigma_{ij} \frac{\partial \Phi q}{\partial q} + \Phi q \frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial q} \right)$$

$${}^k d\Delta q = \frac{{}^{k-1} \Phi q - \left( \frac{\partial \Phi q}{\partial \sigma_{ij}} \right)^k d\Delta \sigma_{ij}}{\left( \frac{\partial \Phi q}{\partial q} \right)^{k-1}}$$

- Corrección de Incrementos de tensión y variable de estado:

$${}^k \Delta \sigma_{ij} = {}^{k-1} \Delta \sigma_{ij} + {}^k d\Delta \sigma_{ij} \quad ; \quad {}^k \Delta q = {}^{k-1} \Delta q + {}^k d\Delta q$$

- Actualización de tensiones y variable de estado:

$${}^k \sigma_{ij} = {}^{k-1} \sigma_{ij} + {}^k d\Delta \sigma_{ij} \quad ; \quad {}^k q = {}^{k-1} q + {}^k d\Delta q$$

Si  $k \geq k_{\max} \rightarrow$  Pare: "No hay convergencia"

#### 4 – Convergencia Viscoplastica o Comportamiento Elástico

i) Actualización de tensión:  $\sigma_{ij}^{t+\Delta t} = {}^k \sigma_{ij}$

ii) Actualización de variable interna:  $q^{t+\Delta t} = {}^k q$

iii) FIN

### 4.3 Tensor tangente consistente

El operador tangente consistente está definido como:

$$C_{ijkl}^T = \frac{d\sigma_{ij}}{d\varepsilon_{kl}} \quad (36)$$

Por lo tanto, dados los residuos en tensión y en variable de estado (ver ecuaciones (28) y (29)), se determinan las derivadas de dichas expresiones en función de las deformaciones  $\varepsilon_{ij}$ :

$$\frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{mn}} + \frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial \sigma_{kl}} \frac{d\sigma_{kl}}{d\varepsilon_{mn}} + \frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial q} \frac{dq}{d\varepsilon_{mn}} = 0 \quad (37)$$

$$\frac{\partial \Phi q}{\partial \sigma_{kl}} \frac{d\sigma_{kl}}{d\varepsilon_{mn}} + \frac{\partial \Phi q}{\partial q} \frac{dq}{d\varepsilon_{mn}} = 0 \quad (38)$$

Despejando  $\frac{dq}{d\varepsilon_{mn}}$  de la ecuación (38) y reemplazando en la ecuación (37), se puede obtener el operador tangente consistente, el cual queda definido por la siguiente expresión:

$$C_{klmn}^T = \frac{d\sigma_{kl}}{d\varepsilon_{mn}} = \left[ \frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial \sigma_{kl}} - \frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial q} \left( \frac{\partial \Phi q}{\partial q} \right)^{-1} \frac{\partial \Phi q}{\partial \sigma_{kl}} \right]^{-1} \left[ -\frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{mn}} \right] \quad (39)$$

con 
$$\frac{\partial \Phi \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{mn}} = -C_{ijmn} \quad (40)$$



## 5 RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos con el modelo viscoplástico propuesto. Teniendo en cuenta distintos estados de carga y, a fin de calibrar el modelo, se realizan comparaciones con resultados de ensayos a tracción y compresión uniaxial. Se considera para la integración en el tiempo el método de Newmark (Oller, 2001), y al sistema como no amortiguado. Las propiedades materiales para el hormigón tipo H-30, y los parámetros generales utilizados en la modelación, tanto a tracción como a compresión uniaxial, se resumen en la [Tabla 1](#).

<b>Propiedad / Parámetro</b>	
Módulo de Elasticidad: $E$	28800 MPa
Coefficiente de Poisson: $\nu$	0.20
Resistencia cuasi-estática a compresión: $f_{c0}$	30 MPa
Tensión límite de fluencia a compresión: $\sigma_y$	25 MPa
Variable viscoplástica en pico de tensión a compresión $\kappa^{vp}$	0.15
Resistencia cuasi-estática a tracción: $f_{t0}$	3 MPa
Energía de aplastamiento cuasi-estática: $G_{c0}$	1.2 E-02 MPa.m
Energía de fractura cuasi-estática: $G_{f0}$	1.2 E-04 MPa.m
Parámetros de Newmark:	$\beta = 0.25$ ; $\gamma = 0.50$

Tabla 1: Propiedades materiales para hormigón H-30 y parámetros utilizados en la simulación numérica

### 5.1 Compresión uniaxial

Se analizan las respuestas dinámicas de un elemento plano de 50 x 50 mm, sometido a compresión uniaxial con velocidades de deformación entre  $10^{-5}$  y  $10^3 \text{ s}^{-1}$ . A fin de calibrar el modelo, se consideran distintos valores para los parámetros viscoplásticos y se comparan con resultados experimentales. En la [figura 6](#) se puede apreciar el factor de incremento de resistencia (CDIF) obtenido según los distintos casos. Se observa que la variación del coeficiente de viscosidad  $\eta$  implica un desplazamiento vertical de la curva, mientras que la variación del exponente  $N$  interviene en la pendiente de curva para velocidades de deformación elevadas.

A partir del proceso de calibración, se determinan los valores para los parámetros viscoplásticos a compresión uniaxial:  $\eta_c = 0.0001$  y  $N_c = 5$ .

En la [figura 7](#) se pueden observar las curvas tensión-deformación obtenidas para un hormigón tipo H-30, según distintas velocidades de deformación. Se observa en las mismas el incremento de la resistencia pico y también de la energía de deformación, relacionada con el área bajo la curva, a medida que crecen las velocidades de deformación. Esta tendencia se observa además en otros trabajos (Shkolnik, 2008).

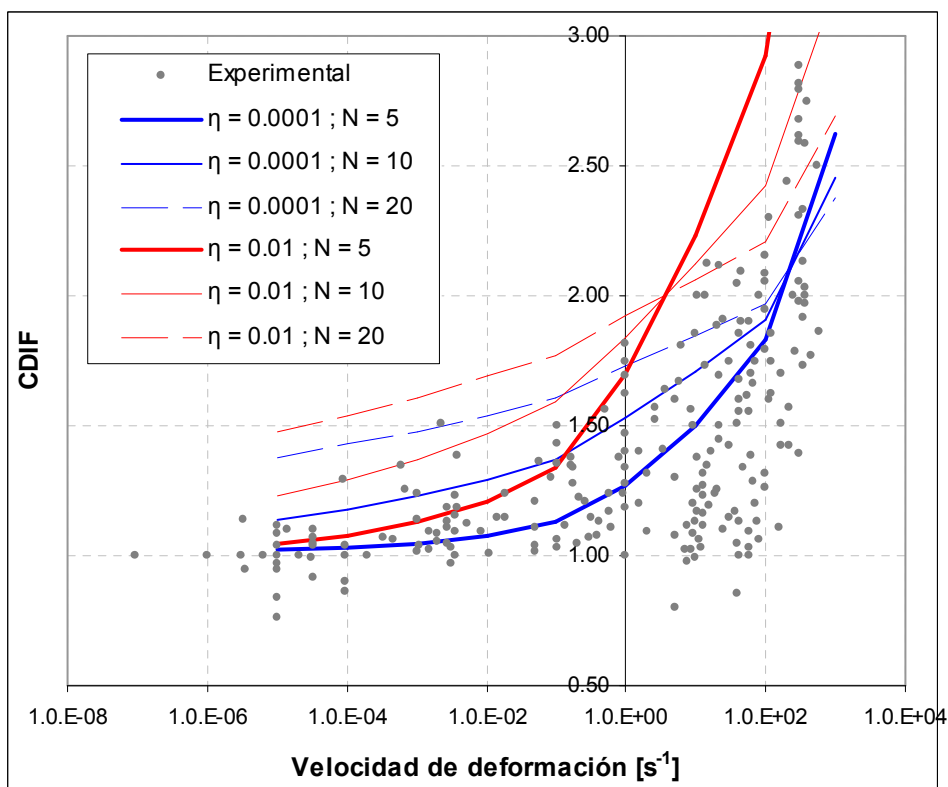


Figura 6: CDIF. Calibración de parámetros viscoplásticos para compresión uniaxial

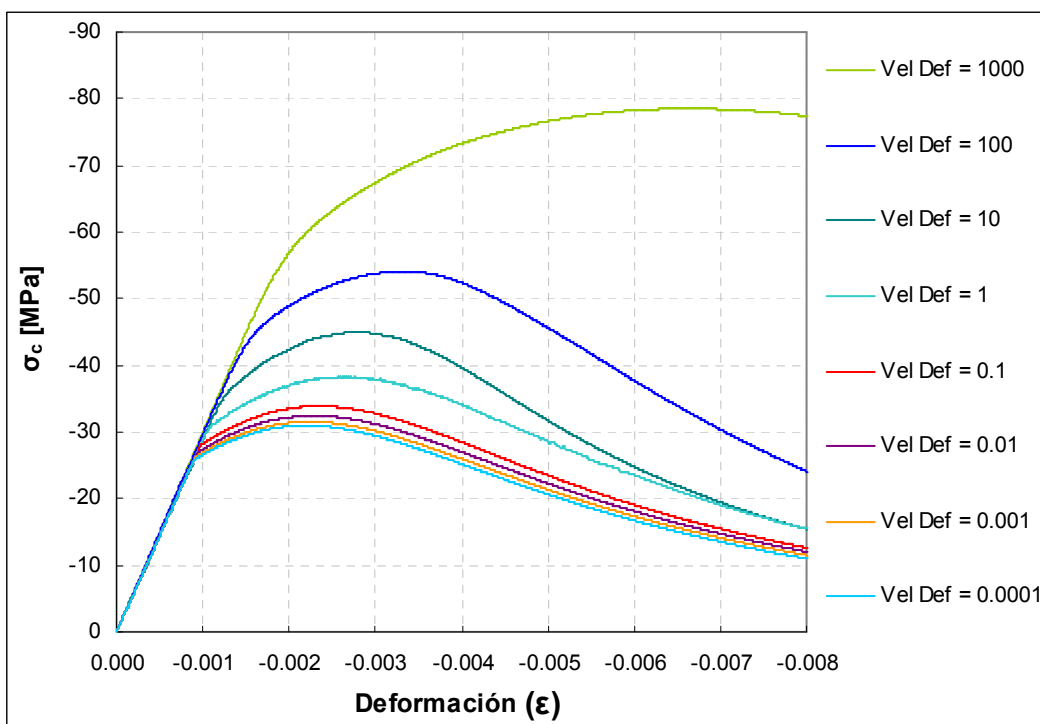


Figura 7: Curva Tensión – Deformación para H-30 a compresión uniaxial

## 5.2 Tracción uniaxial

Se analizan en este caso las respuestas dinámicas de un elemento plano de 50 x 50 mm, sometido a tracción uniaxial, con velocidades de deformación entre  $10^{-5}$  y  $10^3 \text{ s}^{-1}$ . A fin de calibrar el modelo, se consideran distintos valores para los parámetros viscoplásticos y se comparan con resultados experimentales. En la [figura 8](#) se puede apreciar el factor de incremento de resistencia (TDIF) obtenido según los distintos casos. La influencia de los parámetros, en cuanto a la forma y ubicación de la curva, es idéntica al caso de compresión uniaxial. Efectuado el proceso de calibración, se determinan los valores para los parámetros viscoplásticos a tracción uniaxial:  $\eta_t = 0.5$  y  $N_t = 2.50$ .

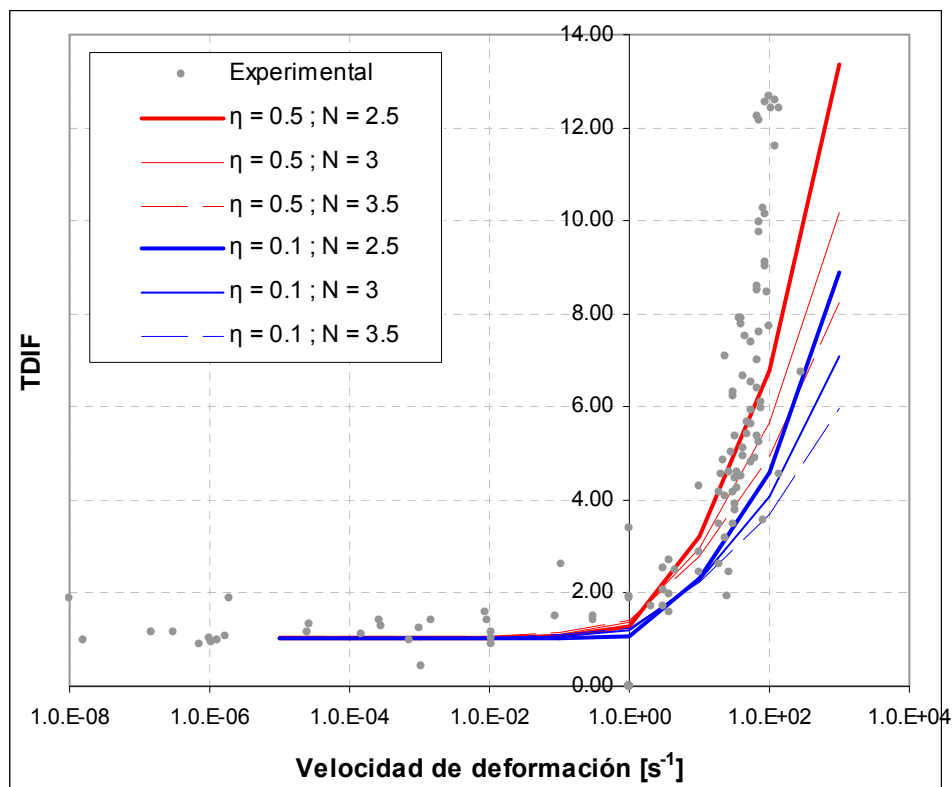


Figura 8: TDIF. Calibración de parámetros viscoplásticos para tracción uniaxial

En la [figura 9](#) se pueden observar las curvas tensión-deformación obtenidas para un hormigón tipo H-30, según distintas velocidades de deformación. Al igual que en el caso de compresión, se observa en las mismas un incremento de la resistencia pico y también de la energía de deformación, a medida que crecen las velocidades de deformación. Esto se verifica también en otros trabajos ([Lorefice et al. 2008](#)).

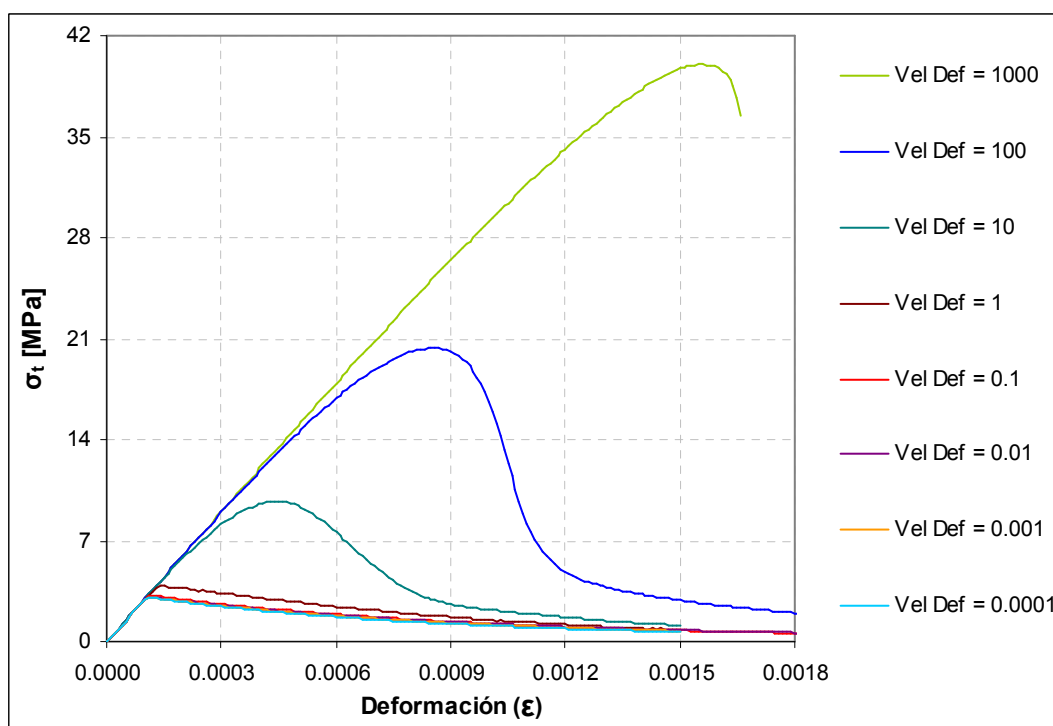


Figura 9: TDIF. Curva Tensión – Deformación para H-30 a tracción uniaxial

### 5.3 Efecto de fuerzas inerciales

Existen distintas posturas respecto a las causas del incremento de resistencia en el hormigón cuando está sometido a altas velocidades de deformación. Algunas consideran este efecto como una contribución viscosa de la humedad presente en los poros del material (Sercombe et al. 1998), mientras que otras lo atribuyen exclusivamente al efecto de confinamiento ocasionado por las fuerzas inerciales que se desarrollan durante el proceso de carga dinámica (Cotsovos et al. 2008). En este capítulo se comparan las respuestas dinámicas y cuasiestáticas, tanto plástica como viscoplástica, de un elemento sometido a compresión uniaxial, a fin de analizar que proporción del aumento de resistencia se debe a las fuerzas de inercia, y que parte a la introducción de fenómenos viscosos en los modelos constitutivos.

En la figura 10 se puede observar la amplificación dinámica (DIF) obtenida numéricamente para compresión uniaxial, utilizando un modelo plástico y el modelo viscoplástico propuesto. A su vez, se comparan ambas respuestas con resultados experimentales. Puede apreciarse claramente que, si bien existe un incremento en la resistencia originado por efecto de las fuerzas inerciales, es necesario incorporar la extensión viscoplástica para describir adecuadamente el comportamiento del material para altas velocidades de deformación. Comparando las respuestas dinámicas y cuasiestática es posible cuantificar la influencia de considerar o no las fuerzas inerciales.

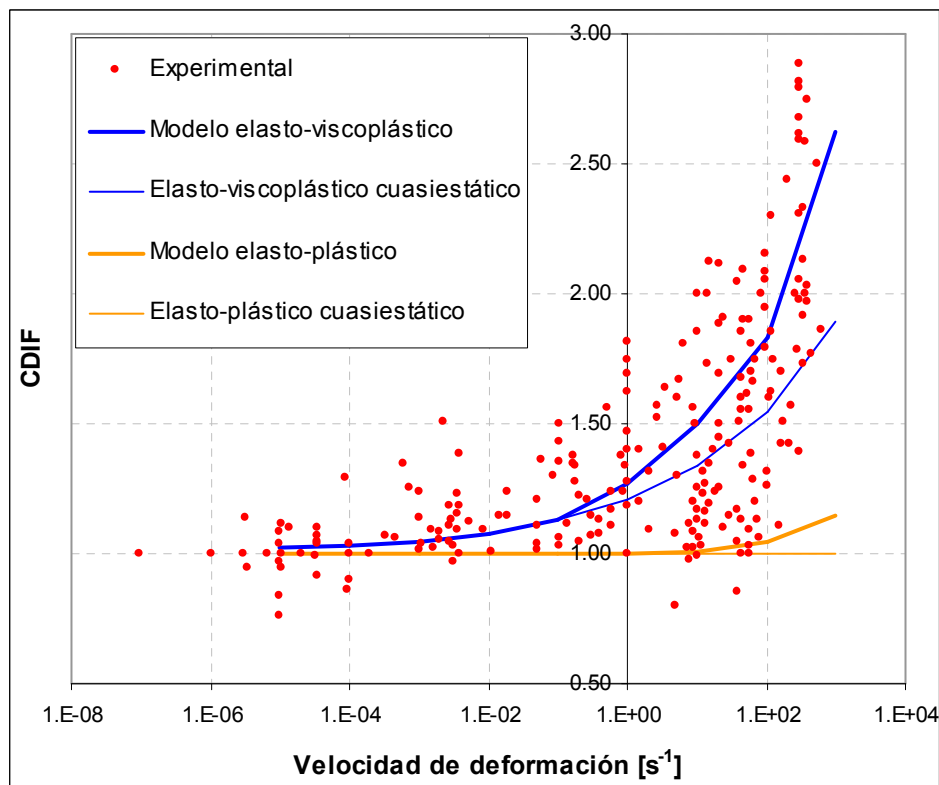


Figura 10: CDIF. Respuesta dinámica y cuasiestática a compresión uniaxial, según modelo plástico y viscoplástico. Comparación con resultados experimentales.

## 6 CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta un modelo viscoplástico para describir la respuesta de materiales cohesivo-friccionales sometidos a cargas de tipo impulsivas o de impacto.

La comparación con resultados experimentales, utilizando como parámetro el factor de incremento de resistencia dinámica (DIF), muestra que el modelo es capaz de reproducir adecuadamente la respuesta del material tanto a compresión como a tracción. En este sentido, es necesario calibrar los parámetros del modelo en cada caso, utilizando resultados de ensayos experimentales. Se analiza la influencia de los parámetros viscoplásticos en las respuestas obtenidas, y se recomiendan valores para cada uno de ellos luego de un proceso de calibración.

Por otro lado, se estudia el efecto de las fuerzas de inercia originadas durante el proceso de carga dinámica sobre la respuesta del material, en relación a los efectos viscosos relacionados al modelo propuesto. De este análisis se concluye que, si bien existe un incremento debido a dichas fuerzas, es necesario incluir la extensión viscoplástica para una adecuada predicción del comportamiento material.

Finalmente se observa, al igual que en trabajos desarrollados por otros autores, un notable incremento tanto en la energía de deformación como en la resistencia del hormigón, a medida que crece la velocidad de deformación. Esta tendencia es mayor en el caso de la respuesta a tracción, donde la resistencia a altas velocidades de deformación, puede ser hasta 12 veces la resistencia cuasi-estática. En el caso de compresión uniaxial, esta relación de resistencias puede llegar a 3.

A futuro, se considera necesario estudiar la capacidad del modelo para materiales

sometidos a altas presiones de confinamiento de tipo impulsivo, como las generadas en explosiones, así como también la incorporación de un índice de daño. Para el primer caso, se presenta una superficie de fluencia modificada, cuya formulación permite el cierre sobre el eje hidrostático de presiones, a fin de considerar el grado de compactación del material.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al CONICET y al CIUNT por el apoyo económico brindado para la realización de este trabajo.

## REFERENCIAS

- Aráoz G.F. y Luccioni B.M. Materiales cohesivo-friccionales bajo confinamiento elevado. *XVII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus aplicaciones (ENIEF)*, 2008.
- Braraa, A. y Klepaczko J.R. Experimental characterization of concrete in dynamic tension. *Mechanics of Materials*, 38: 253–267, 2006.
- Braraa, A. y Klepaczko J.R. Fracture energy of concrete at high loading rates in tension. *International Journal of Impact Engineering*, 34: 424–435, 2007.
- Burlion N., Gatuingt F., Pijaudier-Cabot G. and Daudeville L., Compaction and tensile damage in concrete: constitutive modelling and application to dynamics, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, 183: 291-308, 2000.
- Carosio A.N.A. Viscoplasticidad Continua y Consistente. Tesis Doctoral. *Universidad Nacional de Tucumán*, Argentina, 2001.
- CEB-FIP Model Code 1990. *Comité Euro-International du Béton*, Redwood Books, Trowbridge, Wiltshire, UK, 1990.
- Cotsovos, D.M. y Pavlovic, M.N. Numerical investigation of concrete subjected to high rates of uniaxial tensile loading. *International Journal of Impact Engineering*, 35:319–335, 2008.
- Crisfield M.A. *Non-Linear Finite Element Analysis of Solid and Structures*. Vol 2., Cap 15. Pag. 182-185. Wiley. 1997.
- González, J.M., Miquel Canet J., Oller, S., y Miró R. A viscoplastic constitutive model with strain rate variables for asphalt mixtures-numerical simulation. *Computational Materials Science* 38: 543–560, 2007.
- Grote, D.L., Park, S.W. y Zhou, M. Dynamic behavior of concrete at high strain rates and pressures: I. experimental characterization. *International Journal of Impact Engineering*, 25: 869–886, 2001.
- JianGuo N., HaiFeng L. y Lin S. Dynamic mechanical behavior and the constitutive model of concrete subjected to impact loadings. *Science in China Series G: Physics, Mechanics & Astronomy*, Vol 51 n°11: 1745-1760, 2008.
- Johnson, G.R. y Holmquist, T.J. An improved constitutive model for brittle materials. *High-pressure Science and Technology*. AIP Press: New York. 1994.
- Kojic M. y Bathe K-J. *Inelastic Analysis of Solids and Structures*. Cap 5.3. Pag 217-223. Springer. 2005.
- Le Nard, H. y Bailly P. Dynamic behaviour of concrete: the structural effects on compressive strength increase. *Mech. Cohes.-Frict. Mater.*, 5: 491-510, 2000.
- Loreface R., Etse, G. y Carol, I. Viscoplastic approach for rate-dependent failure analysis of concrete joints and interfaces. *International Journal of Solids and Structures*, 45: 2686–2705, 2008.
- Lu Y. Modelling of concrete structures subjected to shock and blast loading: An overview and some recent studies. *Structural Engineering and Mechanics*, Vol 32, No 2: 235-249, 2009.

- Lubliner J. *Plasticity Theory*. Cap 3, 4.5. Pag 102, 237, Macmillan. 1990.
- Luccioni B. and Rougier V., A plastic damage approach for confined concrete. *Computers and Structures*, 83: 2238-2256, 2005.
- Luccioni B., Oller S. and Danesi R., Coupled plastic damage model. *Comput.. Methods Appl. Mech. Eng.*, 129: 81-9. 1996.
- Luegue M. Simulación del comportamiento de materiales bajo cargas explosivas. Tesis de Maestría. *Universidad Nacional de Tucumán*, Argentina, 1999.
- Malvar, L.J., Crawford, J.E. y Morril, K.B. K&C concrete material model Release III – Automated generation of material model input. *K&C Technical Report TR-99-24-BI*, 2000.
- Malvar, L.J., Crawford, J.E. y Wesevich, J.W. A plasticity concrete material model for Dyna3D. *International Journal of Impact Engineering*, 19(9-10): 847-873, 1997.
- Ngo T. y Mendis P. Modelling the dynamic responso and failure modes of reinforced concrete structures subjected to blast and impact loading. *Structural Engineering and Mechanics*, Vol 32, No 2: 269-282, 2009.
- Oller, S. *Dinámica no lineal*. Cap B6.5. Pag. 6-24 a 6-30. CIMNE. 2001.
- Riedel, W., Thoma, K. y Hiermaier, S. Numerical analysis using a new macroscopic concrete model for hydrocodes. *Proc. 9<sup>th</sup> Int. Symposium on Interaction of effects of Munitions with Structures*, 315-322, 1999.
- Schuler, H., Mayrhofer, C. y Thoma K. Spall experiments for the measurement of the tensile strength and fracture energy of concrete at high strain rates. *International Journal of Impact Engineering*, 32: 1635–1650, 2006.
- Sercombe, J., Ulm F-J y Toutlemonde F. Viscous hardening plasticity for concrete in high rate dynamics. *Journal of the Engineering Mechanics*, ASCE, Vol 124, No. 9: 1050-1057, 1998.
- Shi Y., Li Z. y Hao H. Bond slip modelling and its effect on numerical analysis of blast-induced responses of RC columns. *Structural Engineering and Mechanics*, Vol 32, No 2: 251-267, 2009.
- Shkolnik I.E., Influence of high strain rates on stress–strain relationship, strength and elastic modulus of concrete. *Cement & Concrete Composites*, 30: 1000–1012, 2008.
- Simo J.C. y Hughes T.J.R. *Computational Inelasticity*. Pag. 62,105,231. Springer. 1998.
- Tu, Z. y Lu Y. Evaluation of typical concrete material models used in hydrocodes for high dynamic response simulations. *International Journal of Impact Engineering*, 36: 132–146, 2009.
- Wu H., Zhang Q., Huang F. y Jin Q. Experimental and numerical investigation on the dynamic tensile strength of concrete. *International Journal of Impact Engineering*, 32: 605–617, 2005.
- Xu K and Lu Y., Numerical simulation study of spallation in reinforced concrete plates subjected to blast loading. *Computers and Structures*, 84: 431-438, 2006.
- Zhang X.X., Ruiz, G., Yu, R.C. y Tarifa M. Fracture behaviour of high-strength concrete at a wide range of loading rates. *International Journal of Impact Engineering*, 36: 1204–1209, 2009.