

ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE PLACAS DELGADAS SOMETIDAS A CARGAS DE IMPACTO UTILIZANDO EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DISCRETOS (MED).

Ricardo B. D'Ambra^a, Luis Kostaski^a, Juan M. Podestá^a, Bruno Uberti^a, Ignacio Iturrioz^b

^a *Departamento de Mecánica Aplicada, Universidad Nacional del Nordeste, Av. Las Heras 727, Resistencia (3500) – Chaco – Argentina. TE 54(03722)-425064 e-mail: rbarrios@ing.unne.edu.ar, web page: <http://www.ing.unne.edu.ar/>*

^b *PROMEC, Departamento Ingeniería Mecánica, Escuela de Ingeniería Universidad Federal de Rio Grande do Sul, Porto Alegre – Brasil, e-mail: ignacio@mecanica.ufrgs.edu.br*

Palabras clave: Mecánica de fractura, Método de los elementos discretos, Impacto.

Resumen: En las últimas dos décadas ha habido una explosión en el uso de materiales poliméricos y sus compuestos para aplicaciones estructurales de alta prestación exigiendo cada vez mejores propiedades de los mismos. Esto ha resultado en criterios de aceptación más exigentes con respecto a todas sus propiedades, entre ellas las mecánicas.

Además de las propiedades mecánicas usuales obtenidas en ensayos estáticos, es esencial conocer como es el comportamiento de los sistemas poliméricos bajo condiciones de cargas dinámicas, tales como cargas de impacto. Se pueden mencionar ejemplos de tales aplicaciones en paragolpes y paneles de automóviles, tanques de gasolina, contenedores, aspas de helicópteros entre otras. En todos los casos el suceso de los materiales en una aplicación requiere el conocimiento del perfil de sus propiedades y en particular, la caracterización de su desempeño frente a impacto.

La simulación numérica del comportamiento mecánico de materiales poliméricos es hoy en día una herramienta que puede ser utilizada para comprender mejor los mecanismos por los cuales este tipo de materiales llega al colapso, y de esta forma aprovechar en forma más adecuada la información obtenida a través de ensayos experimentales. El comportamiento mecánico de polímeros es muy sensible a factores como temperatura, velocidad de deformación y composición química entre otras, siendo alterados fácilmente con la metodología de fabricación. Esta característica introduce considerables complicaciones en la caracterización mecánica de los mismos. Grandes esfuerzos se están realizando actualmente para mejorar las propiedades de plásticos combinando varios materiales, siendo este un campo vastísimo para nuevas investigaciones, donde la simulación numérica puede cumplir un importante papel. Dentro de este contexto en este trabajo se presenta un análisis de las configuraciones de ruptura, tensiones, balances de energía y curvas fuerza desplazamiento obtenidas mediante la simulación numérica por medio del MED, los mismos permiten obtener conclusiones acerca del comportamiento observado en los ensayos de impacto experimentales realizados sobre probetas de PMMA.

1 INTRODUCCIÓN

Los ensayos de impacto se realizan por varias razones. En principio, resultan útiles para comparar la respuesta dinámica de distintos materiales. También se utilizan con propósitos de investigación y desarrollo en diferentes aplicaciones y, se consideran un parámetro de control de calidad de un proceso de manufactura dado. Por otro lado, los ensayos de impacto se llevan a cabo para simular las condiciones de uso finales de un material o producto, de manera que éste sea fabricado para sobrevivir al impacto asociado con su uso final, [Kessler et al \(1985\)](#).

Es bien conocido el hecho de que para el caso de ensayos de impacto aparecen más variables involucradas que las que comúnmente dispone el ingeniero. Durante un ensayo cierta cantidad de trabajo es aplicado sobre el espécimen, parte del mismo se transforma en energía de deformación elástica y energía cinética y parte se disipa a través de varios mecanismos de disipación, esta interacción resulta en una curva fuerza desplazamiento cuya forma explica la interacción energética antes mencionada.

La elección de la configuración del ensayo puede ser muy diversa, el impactador puede lanzarse en caída libre o ser impulsado y los ensayos pueden ser instrumentados o no.

En el desarrollo de materiales para nuevas aplicaciones, la instrumentación del evento de impacto es esencial de forma tal que los cambios en los mecanismos de falla puedan ser cuantificados.

La instrumentación proporciona datos sobre el módulo dinámico efectivo del material bajo las condiciones del ensayo, sus capacidades de deformación y elongación y su capacidad de almacenar energía. Asimismo, la correlación entre la curva carga desplazamiento obtenida y la configuración de ruptura de la probeta brinda riquísima información.

Un tipo muy común de ensayo de impacto es realizado utilizando una probeta en forma de disco circular plano sobre la cual impacta una barra de acero con extremo hemisférico a una velocidad controlada. Este tipo de ensayo provee respuestas carga-deformación bajo condiciones de deformación multiaxial, permitiendo conocer las propiedades de punzonado y de sensibilidad al impacto del material. A partir de estos registros carga-deformación se determina el valor pico de la carga, la deflexión correspondiente a este pico, y la energía total absorbida por la probeta. Este tipo de ensayo tiene la ventaja de ser rápido y permite medir en forma comparativa la tenacidad del material ensayado, siendo fundamental la observación de la configuración final del disco la cual da información sobre los mecanismos que son activados en la ruptura del disco. Información sobre las dimensiones de los cuerpos de prueba y sobre las condiciones y características de este ensayo pueden ser encontradas en la norma [ASTM D3763-001](#).

La importancia del comportamiento mecánico de materiales poliméricos es incuestionable y hoy en día, además de la necesidad de realizar ensayos para caracterizar su comportamiento es posible realizar simulaciones numéricas que ayudan a comprender mejor los mecanismos que permiten al material resistir hasta el colapso.

Resulta de interés el realizar la simulación numérica del ensayo mencionado pues el mismo permite explorar la sensibilidad de diversas variables geométricas y propiedades del material sobre el comportamiento del disco, constituyéndose hoy en día en una herramienta que puede ser utilizada para comprender mejor los mecanismos por los cuales este tipo de materiales llega al colapso, y de esta forma aprovechar en forma más adecuada la información obtenida a través de ensayos experimentales.

La sensibilidad de los polímeros a factores como temperatura, velocidad de deformación y composición química y metodología de fabricación introduce considerables complicaciones en la caracterización mecánica de los mismos. En este sentido la simulación numérica puede cumplir un importante papel.

Este tipo de simulaciones puede ser realizado con el método de los elementos finitos,

siendo esta metodología incuestionable cuando se tratan estructuras con un comportamiento dúctil predominante, ejemplos con estudios realizados pueden encontrarse en [Zhong \(1993\)](#). Actualmente existen sistemas comerciales dedicados al análisis de problemas de impacto tales como LSDYNA y ABAQUS/Explicit (1995).

Hay grandes esfuerzos de investigadores para representar la fractura y fragmentación del continuo utilizando el método de los elementos finitos, uno de los métodos más utilizado actualmente para el análisis de propagación de fisuras es el método de los elementos finitos (MEF) con interfaces cohesivas ([Xu y Needleman, 1995 y 1996](#); [Falk et. al., 2001](#); [Zhou et. al, 2005](#); [Remmers et. al., 2008](#)).

También se pueden encontrar otras variantes dentro del MEF, como con técnicas de remallado ([Shahani y Amini Fasakhodi 2008](#)), utilizando el criterio de la pérdida de hiperbolicidad ([Belytschko et al. 2003](#)) o el método de los elementos finitos extendido (XFEM) ([Nistor et. al., 2008](#); [Combescure et. al., 2008](#)). En los últimos años, también se comenzaron a utilizar métodos alternativos para el análisis de este tipo de problemas, como los meshfree methods ([Rabczuk y Belytschko, 2004](#); [Rabczuk et. al., 2007](#)), ([Perazzo et. al., 2006](#)), lattice models ([Kozicki y Tejchman, 2008](#)) o modelos de elementos discretos ([Wang y Mora, 2008](#)).

Cuando el material estudiado tiene un comportamiento frágil o cuasi frágil, como es el caso que interesa, la utilización del método de los elementos discretos (MED) se presenta como una herramienta alternativa adecuada

2 EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DISCRETOS COMPUESTO POR BARRAS

2.1 Formulación básica del método

La formulación del MED utilizada en este trabajo fue desarrollada por [Hayashi \(1982\)](#) y luego modificada por [Rocha \(1989\)](#) e [Iturrioz \(1995\)](#). Consiste esencialmente en el reemplazo del continuo que se desea representar por un reticulado espacial regular formado por barras que tienen la misma rigidez del cuerpo caracterizado. Este reticulado se forma por la repetición de un módulo elemental (representado en la [Figura 1](#)). La masa del cuerpo es discretizada y colocada en los nudos del reticulado en función de volumen que lo rodea. Se considera a los nudos rotulados por lo que cada uno de ellos posee solo tres grados de libertad.

La equivalencia entre el arreglo cúbico y un sólido elástico isotrópico con los ejes principales del material orientados en la dirección de los elementos longitudinales fue verificada por [Hayashi \(1982\)](#), dentro del campo de la elasticidad lineal. Sólo debe ser impuesta la restricción $\nu = 0.25$ al valor del módulo de Poisson para que la equivalencia sea perfecta. Para otros valores de ν aparecen pequeñas diferencias en los términos de corte. Esta limitación resulta secundaria si se utiliza el modelo para representar el comportamiento no lineal del sistema estudiado.

La ecuación de movimiento del sistema de N grados de libertad resultante de la discretización espacial puede ser expresada en la forma:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{f}(t) = \mathbf{Q}(t) \quad (1)$$

En la cual \mathbf{M} denota la matriz de masa (diagonal), \mathbf{C} la matriz amortiguamiento, considerada proporcional a la masa, \mathbf{u} es el vector de coordenadas generalizadas (desplazamientos nodales), $\mathbf{f}(t)$ es el vector de fuerzas nodales internas, el cual depende de los desplazamientos presentes y de pasos anteriores, y $\mathbf{Q}(t)$ el vector de fuerzas externas aplicadas. Así, en sistemas lineales elásticos, $\mathbf{f}(t) = \mathbf{K}\mathbf{u}$, siendo \mathbf{K} la matriz de rigidez, el punto sobre el vector de desplazamientos simboliza derivada temporal.

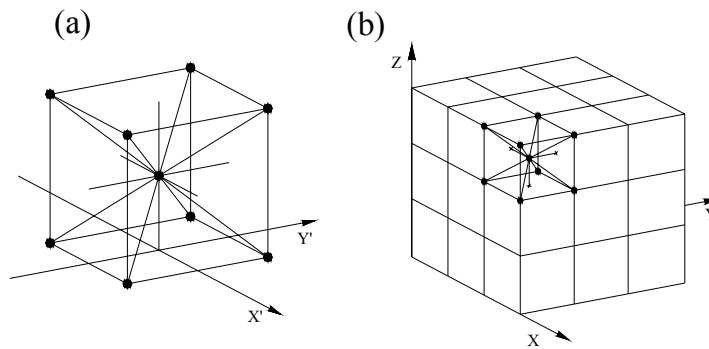


Figura 1- a) Detalle del módulo cúbico básico, b) Prisma compuesto por varios módulos cúbicos.

El sistema presentado en la Eq. (1) puede ser integrado numéricamente en el dominio del tiempo utilizando un esquema clásico de integración explícita (método de las diferencias finitas centrales). Mediante la actualización de las coordenadas nodales en cada paso del tiempo este método permite la consideración de grandes desplazamientos en forma natural (no linealidad geométrica).

a. 2.2 Ley constitutiva elemental para el modelado de la falla

Rocha (1989) propuso una ley constitutiva uniaxial bilineal utilizando la idea original de Hilleborg (1978) para modelar la rama descendente de dicha ley. De esta forma fue posible modelar la falla frágil del material. La misma se presenta en la forma general como sigue:

$$\text{Fuerza} = \text{función} (\epsilon, d\epsilon/dt, \dots) \tag{2}$$

Donde ϵ representa la deformación axial de la barra, y $d\epsilon/dt$ la primera derivada temporal de la deformación.

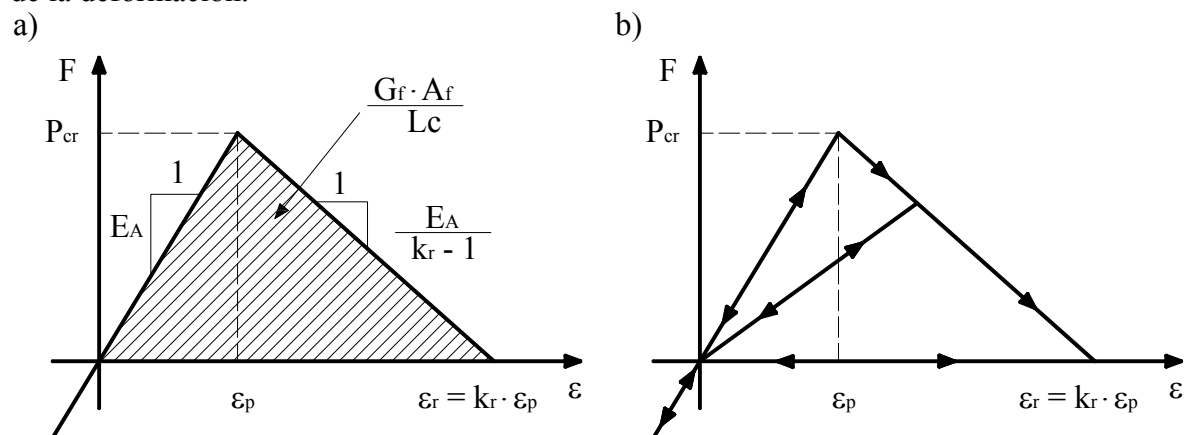


Figura 2- Relación Constitutiva Elemental de las barras del reticulado – a) Diagrama constitutivo adoptado con sus parámetros de control; b) Esquema para la carga y descarga. (Rocha 21)

La versión más simple de esta relación constitutiva se grafica en la Figura 2, donde P_{cr} representa la fuerza máxima de tracción transmitida por la barra, ϵ_p es la deformación asociada a P_{cr} , E_A es una constante proporcional a la rigidez de las barras del modelo de reticulado que relaciona los dos parámetros anteriores ($P_{cr} = E_A \epsilon_p$), y k_r es la ductilidad, parámetro que permite calcular la deformación para la cual la barra no transmite más

esfuerzos de tracción, ϵ_r .

La deformación límite ϵ_r es elegida para satisfacer la condición que cuando un elemento falla y la fisura se abre, se disipa una cierta cantidad de energía. Esta energía se considera igual al producto del área de la superficie fracturada, A_f por el valor de la tasa de energía superficial G_f , que es una propiedad del material, a través de la ecuación (3).

$$\frac{G_f \cdot A_f}{Lc} = \frac{k_r \cdot \epsilon_p^2 \cdot E_A}{2} \quad (3)$$

Para romper un módulo cúbico de lado Lc al medio tendría que consumir una energía igual a $G_f \cdot Lc^2$. Si asignamos a cada barra del modelo discreto una porción de este área de fractura un simple cálculo algebraico nos lleva a que, a una barra entera normal le corresponderá un área de fractura de $0.1385 \cdot Lc^2$. A este valor se lo denomina de A_f . Si el tamaño del lc es suficiente para describir el padrón de ruptura esperado en función de la geometría y condiciones de contorno del problema estudiado de forma tal que en la ruptura se tenga una superficie de ruptura por elemento el coeficiente 0.1385 es adecuado.

Si consideramos aplicable la teoría de la mecánica de fractura para estado plano de deformaciones:

$$G_f = \frac{K_I^2}{E} (1 - \nu^2) \quad (4)$$

Por su parte el factor de intensidad de tensiones se puede expresar como:

$$K_I = \chi \cdot \sigma_t \cdot \sqrt{a} \quad (5)$$

Siendo χ un parámetro que depende de la geometría del problema; σ_t la tensión aplicada y a longitud de la fisura. Considerando el comportamiento lineal elástico del material hasta la falla ($\sigma_t = E \epsilon_p$) y llamando R_{fc} al "factor de falla" definido como:

$$R_{fc} = \frac{1}{\chi \cdot \sqrt{a}} \quad (6)$$

Con las Ecuaciones (4), (5) y (6) se puede obtener la deformación crítica:

$$\epsilon_p = R_{fc} \cdot \sqrt{\frac{G_f}{E \cdot (1 - \nu^2)}} \quad (7)$$

Resulta evidente en este punto que los parámetros de la relación constitutiva no dependen únicamente del material sino también de la discretización del modelo. Tenemos entonces que P_{cr} , ϵ_p , G_f , y R_{fc} son propiedades exclusivas del material, A_f y Lc son propiedades exclusivas del modelo, mientras que los parámetros E y ν dependen tanto del modelo como del material. Finalmente cabe señalar que el método ofrece la posibilidad de considerar la aleatoriedad de las propiedades del material variando estas de elemento a elemento de acuerdo a una ley estadística establecida.

Otras leyes diferentes de la bilineal pueden ser implementadas para describir la relación entre la rigidez del elemento, energía de fractura, carga crítica y deformación de ruptura.

La versión del Método de los Elementos Discretos (MED) aquí presentada fue utilizada en el estudio de materiales frágiles como hormigón y hormigón armado con suceso como se presenta en Iturrioz (1995). La simulación del comportamiento de suelos frente a cargas explosivas pueden encontrarse en Riera e Iturrioz (1998), el estudio de propagación dinámica de fisuras en Spellmeyer et al. (2001), así como problemas de impacto en materiales compuestos poliméricos en Barrios D'Ambra et al. (2002) y comportamiento en mecánica de Rocas en (Dalguer et al., 2003; Miguel et al., 2008). Aplicaciones del Método de Elementos Discretos en Mecánica de Fractura Estática y Dinámica en Kostaski (2008), Kostaski et al. (2008) y Barrios D'Ambra et al. (2007).

3 CARACTERÍSTICA DEL MATERIAL ESTUDIADO

Para la simulación numérica se tomaron los datos de los ensayos experimentales realizados por Fasce (2002), sobre un polímero amorfo, el poli metacrilato de metilo (PMMA).

Las características del material fueron medidas según las normas específicas de la ASTM y son presentadas en la Tablas 1 y 2.

$E_{\text{estático}}$ [GPa]	$J_{\text{estático}}$ [N/m]
3.3 GPa	1034

Tabla 1: Propiedades del material ensayado mecánicamente, según Fasce (2002)

4 MODELO DEL MED

Se modeló una placa cuadrada de 154 módulos de lado y 6 de espesor, siendo que cada módulo mide $l_c=5.333e-4m$, para lograr la geometría circular del disco se disminuyeron las rigideces de las barras ubicadas fuera del radio de la placa.

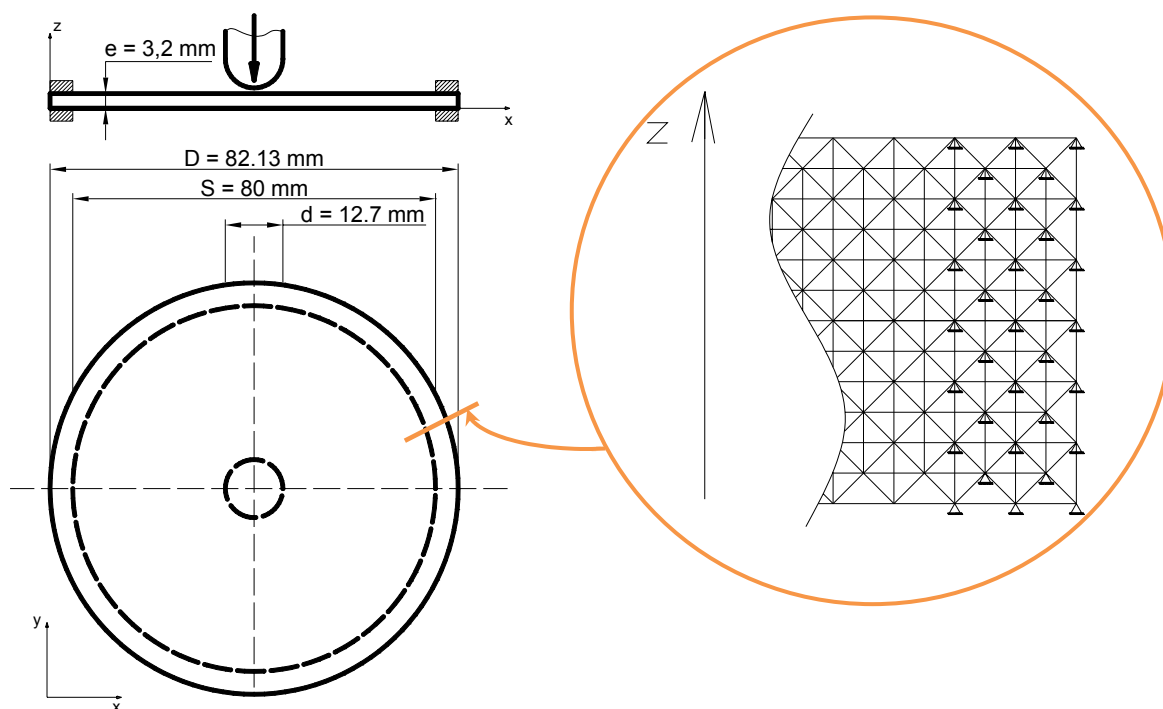


Figura 3: Esquema del modelo numérico y detalle de condiciones de contorno

Se colocaron apoyos horizontales y verticales en los dos módulos exteriores a la placa circular para simular el embotramiento generado por el aro de sujeción. También la forma hemisférica del impactador es tenida en cuenta en la simulación (3).

Nota: $D=154 \times 5.333e-4=82.13\text{mm}$ $S=150 \times 5.333e-4=80\text{mm}$ $e=6 \times 5.333e-4=3.2\text{mm}$

Propiedades del material		Parámetros del MED Caso Mod1	
E	3.3 GPa	Lc	$5.33 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
ν	0.350	ν	0.25
ρ	1190 kg/m^3	Δt	$0.9 \cdot 10^{-7} \text{ seg}$
G_f	1034 J/m^2	ϵ_p	1.07 %

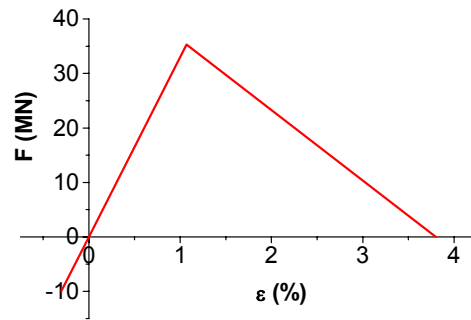


Tabla 2: Propiedades del material para el ejemplo estudiado, parámetros utilizados en la simulación y Relación Constitutiva Elemental utilizada para el caso Mod 1.

5 RESULTADOS NUMERICOS Y DISCUSION

Se presentan en la figura 4 los resultados numéricos obtenidos en términos de curva fuerza – tiempo y configuraciones de ruptura para algunos tiempos característicos correspondientes al modelo Mod 1 comprándoselos con los valores del Ensayo.

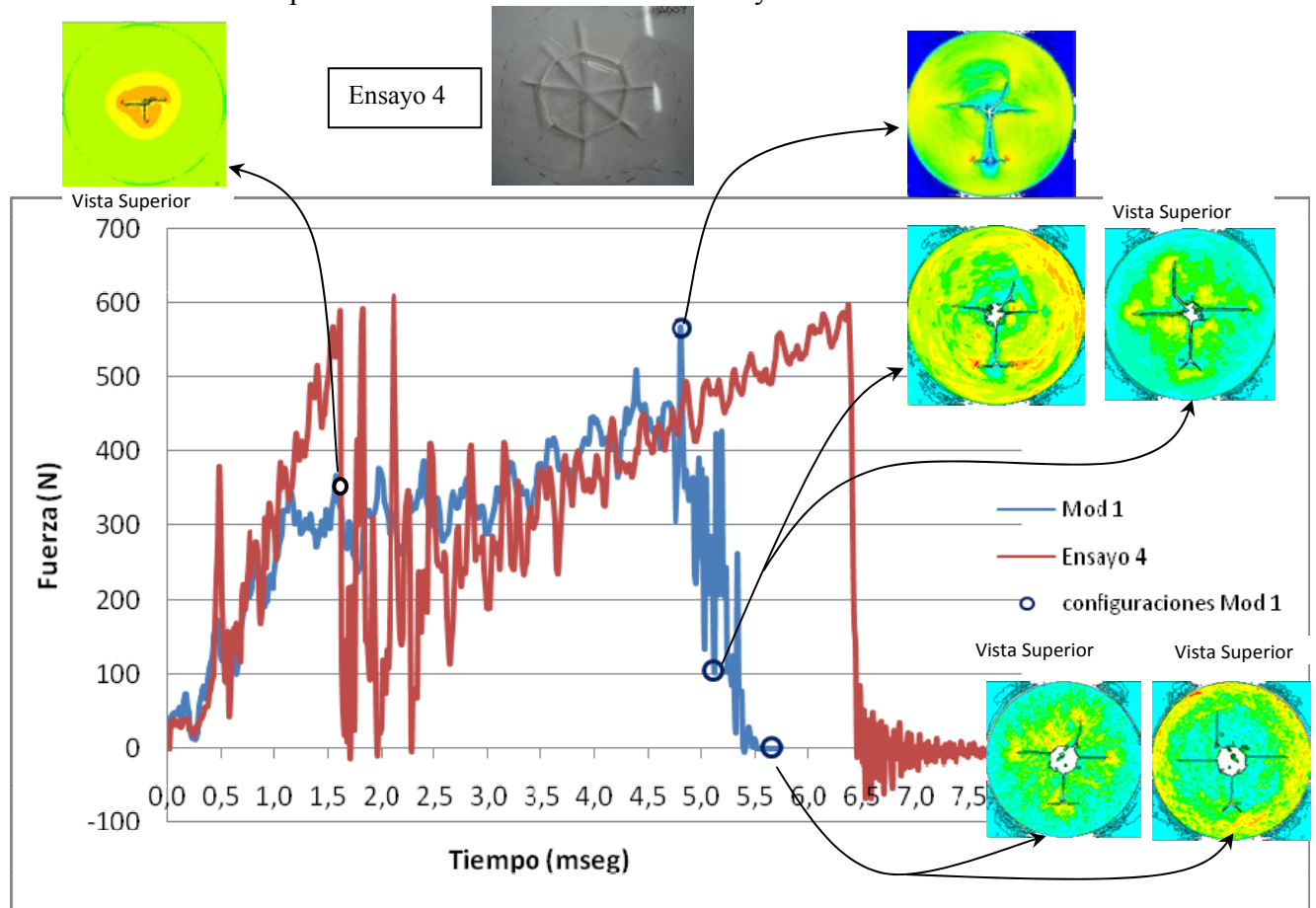


Figura 4: Curva Fuerza vs. Tiempo experimental y numérica y configuraciones de ruptura superior e inferior.

En la figura 5 se presenta el balance de energías realizado durante el proceso de impacto, en la misma se puede observar la energía disipada por daño, la energía cinética, la energía interna, y el trabajo externo. En el sector inferior de la gráfica se presenta el balance de energías en una escala mayor. Se puede apreciar en la misma que a partir de los 1,3 mseg, comienza a crecer la energía disipada por daño debido a la formación de fisuras radiales,

separándose la curva correspondiente a la energía elástica de la de energía interna, a partir de 1,5 mseg, la energía disipada por daño crece en forma sostenida, pero a velocidad más o menos constante, esta fase corresponde al crecimiento de las fisuras radiales, hasta que para valores cercanos a los 4,80 mseg, se disparan los valores de energía cinética y de daño, ver configuración de ruptura correspondiente en figura 4, donde se observa la aparición de una incipiente fisura circunferencial fuera de la zona de impacto que luego se detiene, para dar lugar al inicio de fisuras circunferenciales en correspondencia con la zona de impacto que producen la rotura final de la placa.

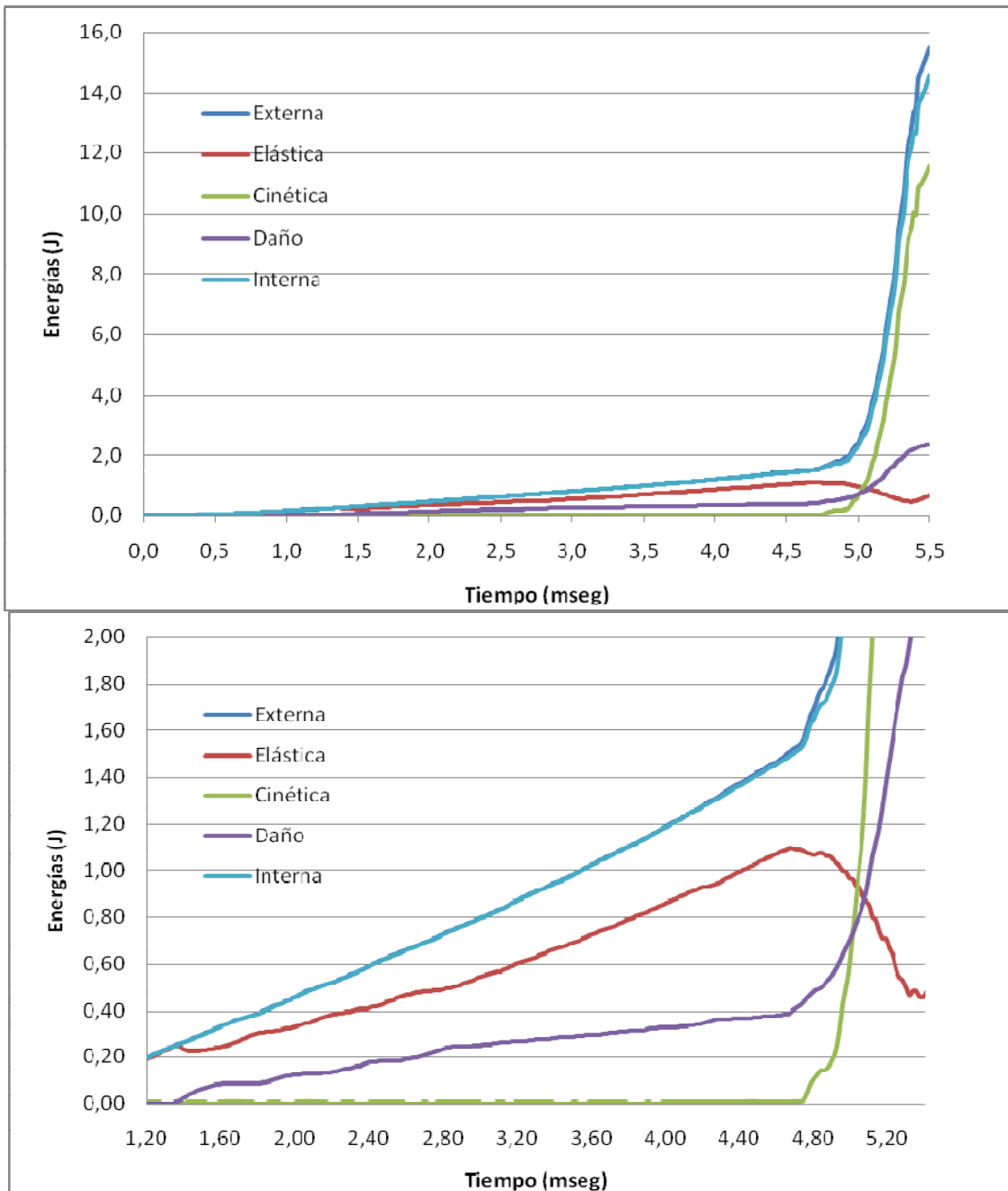


Figura 5: Balance de energías

En la figura 6 se grafican superpuestas las energía de daño y elástica junto con la curva fuerza tiempo para el Mod 1, en la misma se puede observar que para un tiempo de aproximadamente 1.4 mseg, se produce un incremento en la energía de daño, una disminución

de la energía elástica y un cambio de pendiente en la curva fuerza tiempo, en coincidencia con la aparición de las primeras fisuras radiales.

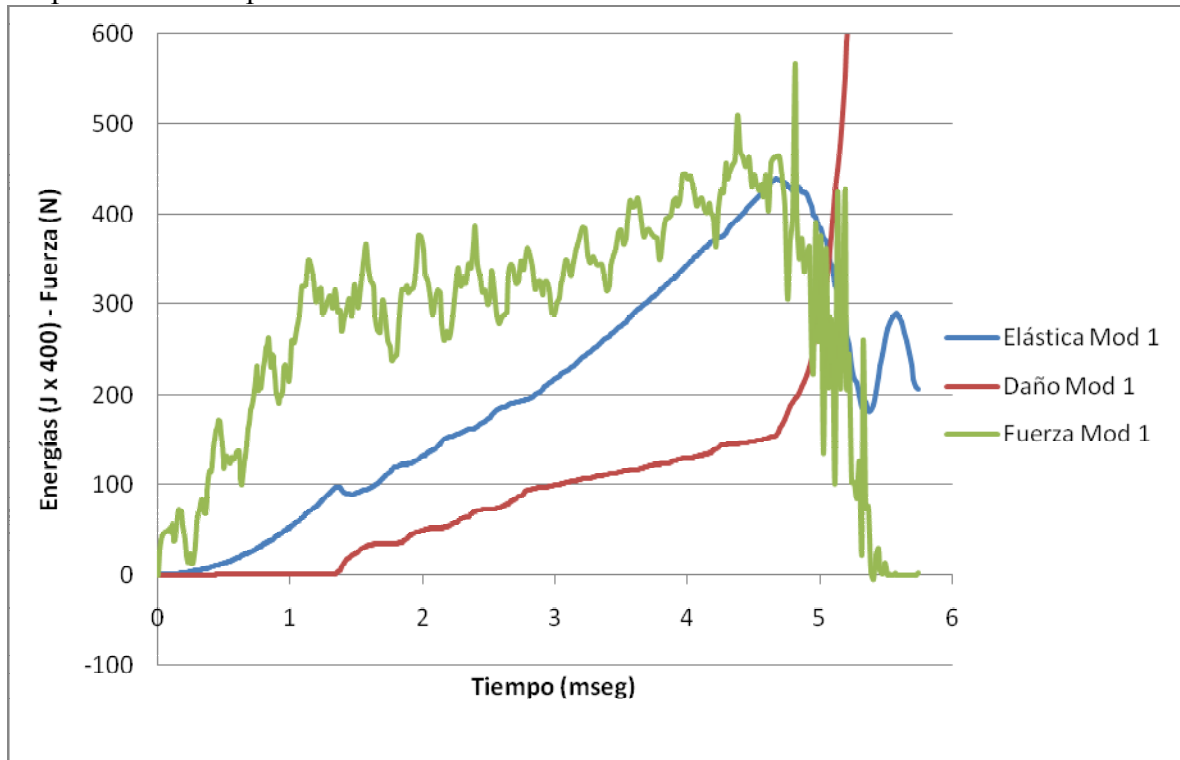


Figura 6: Curva Fuerza desplazamiento y energías elástica y de daño para el Mod 1.

Si bien no se dispone de información acerca del tiempo en que se produjo el inicio de las fisuras radiales durante los ensayos experimentales, el primer cambio de pendiente de la curva experimental se debe a la disminución de rigidez de la placa por la aparición de estas fisuras. Esto fue corroborado en la simulación numérica, donde el inicio de las fisuras radiales se corresponde con el aumento de la energía disipada por daño entre los 1,3 y 1,5 mseg y con el cambio de pendiente de la curva carga – tiempo obtenida numéricamente.

Se desprende de las figuras anteriores que si comparamos las curvas carga tiempo, existe una pequeña diferencia entre los tiempos de inicio de las fisuras radiales entre el ensayo y el modelado numérico.

Los tiempos para los cuales se produce la rotura de la probeta en la simulación numérica son algo menores que para la probeta del Ensayo. Es evidente que son necesarios ajustes para tornar la simulación más precisa.

Respecto a la configuración final, es posible ver que si bien se captura el juego que hay entre las fisuras radiales y concéntricas, siendo que la cantidad de fisuras así como radio en el cual aparece la fisura concéntrica principal son diferentes, todavía resta ajustar el modelo para conseguir que las fisuras circunferenciales se produzcan en un radio mayor que el del elemento de impacto.

6 CONCLUSIONES

En la simulación numérica se han logrado capturar los tiempos de inicio de las fisuras radiales y circunferenciales. La aparición de las mismas se pudo detectar tanto por medio de las configuraciones de ruptura, del balance energético como a través de la curva carga tiempo.

Existen diferencias en los valores de fuerzas experimentales y numéricos en la zona de inicio de las fisuras radiales, así como en el valor del tiempo para el cual se produce la rotura

final de la placa, observándose que la simulación proporciona una configuración final de ruptura donde prevalece la rotura por punzonado de la placa, manifestándose el inicio de una fisura circunferencial en un radio mayor que luego se detiene.

La diferencia en la fuerza máxima antes del inicio de las fisuras radiales puede deberse al algoritmo de contacto empleado, además de que en el ensayo la fuerza se mide en el percutor y en la simulación numérica la fuerza se mide en la placa.

Otro aspecto importante a tener en cuenta es que el valor de G_f que se introduce en el MED debería incluir otros tipos de mecanismos de disipación de energía, lo que nos habilitaría a utilizar valores de tenacidad más elevados.

Todas estas cuestiones serán objeto de futuros trabajos.

7 AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a la secretaría de Ciencia y técnica de la Universidad Nacional del Nordeste y al apoyo de la CAPES y CNPQ, órganos de fomento del gobierno brasilero.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- ABAQUS/Explicit, Theory Manual, (internal HKS distribution) HIBITT, Karlson & Sorensen, INC, 1995.
- ASTM D3763-001, Standard Test Method for High Speed Puncture Properties of Plastics Using Load and Displacement Sensors.
- Barrios D'Ambra, R., Iturrioz, I., Coceres, H., Kostascki, L. E., Tech, T. W. y Cisilino, A., Cálculo del factor de intensidad de tensiones utilizando el metodo de los elementos discretos. Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural, Passo Fundo, v. 4, n. 2, p. 7-20, 2007
- Barrios D'Ambra, R., Iturrioz, I., Fasce, L.A., Frontini P.M., y Cisilino, A.P., Utilización del método de los elementos discretos en la simulación numérica de ensayos de impacto para caracterización de materiales compuestos poliméricos. MECOM 2002- Santa Fé - Paraná, Argentina, Octubre 2002. Mecánica Computacional. Vol XXI. ISSN 1666-6070. Pp.1121-1134., 2002.
- Belytschko, T., Chen, H., Xu, J., and Zi, G., Dynamic crack propagation based on loss of hyperbolicity and a new discontinuous enrichment. Int. J. Num. Meth. Eng., vol.58, pp.1873-1905, 2003.
- Combesure A., Gravouil A., Grégoire D., and Réthoré J., X-FEM a good candidate for energy conservation in simulation of brittle dynamic crack propagation. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 197: 309-318, 2008.
- Dalguer, A., Irikura, K., and Riera J. D., Generations of New Cracks Accompanied by Dynamic Shear Rupture Propagation of the 2000 Tottori (Japan), Earthquake. Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 93, pp. 2236-2252, 2003.
- Falk, M.L., Needleman, A., and Rice, J.R., A critical evaluation of dynamic fracture simulation using cohesive surfaces. Journal de Physique IV. Presented al the 5 th European Mechanics of Materials Conference in Delft, The Netherlands, March 5-9, 2001.
- Fasce, L., Estudio de los mecanismos de deformación y fractura inducidos en el polipropileno por la presencia de una fase elastomérica. Tesis Doctorado en Ciencias de Materiales en INTEMA, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Mar del Plata, 2002.
- Hayashi, Y., Sobre um modelo de discretização de estruturas tridimensionais aplicado em dinâmica não linear. Porto Alegre. Dissertação (Mestrado), Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1982.
- Hillerborg, A. A model for Fracture Analysis. Cod LUTVDG/TV BM-3005/1-8, 1978.

- Iturrioz, I. Aplicação de Método dos Elementos Discretos ao estudo de Estruturas laminares de Concreto armado. Porto Alegre. Dissertação (Doutorado), Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1995.
- Kessler, S., Adams, G., Driscoll, S., and Ireland, D., Instrumented impact testing of plastics and composite materials. ASTM STP 936. Houston, TX, 1985.
- Kosteski, L., Aplicaciones del Método de Elementos Discretos en Mecánica de Fractura Estática y Dinámica. Tesis de Maestría, Facultad de Ingeniería Universidad Nacional del Nordeste, Resistencia – Chaco, 2008.
- Kosteski, L., Barrios D'ambra, R., e Iturrioz, I., Determinación de Parámetros Fractomecánicos Estáticos y Dinámicos Utilizando el Método de los Elementos Discretos compuestos por Barras. Revista Int. de Métodos Numéricos para el Cálculo y Diseño en Ingeniería (RIMNI). Vol 24, N° 4, pp 323-343, 2008.
- Kozicki J., and Tejchman J., Modelling of fracture process in concrete using a novel lattice model. Granular Matter. 10:377–388. DOI 10.1007/s10035-008-0104-4, 2008.
- LSDYNA Keyword User's Manual, Volume 1. Livermore Software Technology Corporation (LSTC).
- Miguel L.F., Riera J.D. e Iturrioz I., Influence of size on the constitutive equations of concrete or rock dowels. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, to appear, 2008.
- Nistor I., Pantale, O., and Caperaa S., Numerical implementation of the eXtended Finite Element Method for dynamic crack analysis. Advances in Engineering Software, 39: 573–587, 2008.
- Perazzo, F., Oller, S., Miquel, J., y Oñate, E., AVANCES EN EL MÉTODO DE PUNTOS FINITOS PARA LA MECÁNICA DE SÓLIDOS. Revista Int. de Métodos Numéricos para el Cálculo y Diseño en Ingeniería (RIMNI). Vol 22, N° 2, pp 14, 2006.
- Rabczuk T., Areias P., and Belytschko T., A meshfree thin shell method for non-linear dynamic fracture. Int. J. Numer. Meth. Engng. 72:524–548, 2007.
- Rabczuk, T. and Belytschko, T., Cracking particles: a simplified meshfree method for arbitrary evolving cracks. Int. J. Numer. Meth. Engng, 61:2316-2343, 2004.
- Remmers, J.J.C., de Borst, R., and Needleman, A., The simulation of dynamic crack propagation using the cohesive segments method. Journal of the Mechanics and Physics of Solid, 56: 70–92, 2008.
- Riera, J.D. e Iturrioz, I., Discrete element model for evaluating impact and impulsive response of reinforced concrete plates and shells subjected to impulsive loading. Nuclear Engineering and Design, Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 179, 135-144, 1998.
- Rocha, M.M., Ruptura e efeito de escala em materiais não homogêneos de comportamento frágil. Porto Alegre. Dissertação (Mestrado), Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1989.
- Shahani, A.R. and Amini Fasakhodi, M.R., Finite Element Analysis of Dynamic Crack Propagation using Remeshing Technique. Materials and Design, doi: 10.1016/j.matdes.2008.06.049, 2008.
- Spellmeyer, T., Barrios D'Ambra, R., e Iturrioz, I., Simulación numérica de la propagación de fisuras en sólidos utilizando el método de los elementos discretos. ENIEF XII, Córdoba, Argentina (2001). Mecánica Computacional. Vol 20 pp.506-513, 2001.
- Wang, Y., and Mora, P., Modeling Wing Crack Extension: Implications for the Ingredients of Discrete Element Model. Pure appl. geophys. 165:609–620, 2008.
- Xu, X., and Needleman, A., Numerical simulations of dynamic crack growth along an interface. International Journal of Fracture, 74, pp. 289-324 , 1995.
- Xu, X., and Needleman, A., Numerical simulations of dynamic crack growth along an interface. Int. J. Fract., 74, 289-324, 1996.

Zhong, Z, H., *Finite Element Procedures for Contact-Impact Problems*, Oxford University Press (pp333), 1993.

Zhou F., Molinari J., and Shioya T., A rate-dependent cohesive model for simulating dynamic crack propagation in brittle materials. *Engng. Fract. Mechanics*. 72: 1383–1410, 2005.