

LA ELECCIÓN DEL DOMINIO DE CÁLCULO, EL MODELO MATEMÁTICO Y LA ESCALA DE RESOLUCIÓN EN LA MODELACIÓN NUMÉRICA

ENIEF 2004

Mariano Ré, Martín Kind y Ángel N. Menéndez

Instituto Nacional del Agua (INA)
Casilla de Correo 21, 1802 Aeropuerto Ezeiza, Argentina
Facultad de Ingeniería, UBA
web page: <http://www.fi.uba.ar/laboratorios/lmm>
e-mail: m.re@ina.gov.ar, mkind@fi.uba.ar, menendez@ina.gov.ar

Palabras claves: Dominio de cálculo, Modelo matemático, Escala de resolución, Modelación numérica, Río de la Plata.

Resumen: *Se presentan criterios para establecer el dominio de cálculo, el modelo matemático y la escala de resolución en problemas de simulación numérica del transporte de agua y sustancias en fase disuelta o particulada. Estos se basan en objetivos de eficiencia que apuntan a satisfacer la máxima precisión requerida, manteniendo al mismo tiempo el mínimo esfuerzo de cálculo. Se adopta como caso ilustrativo el Río de la Plata, para el cual se presentan y discuten tres modelos diferentes (RP2000, RPP-2D y RPP-3D), cada uno de los cuales apunta a satisfacer requerimientos prácticos distintos.*

Abstract: *Criteria to establish the calculation domain, the mathematical model, and the resolution scale for the numerical simulation of problems related to transport of water and substances in dissolved or particulated phase, are presented. They are based on efficiency objectives which point to satisfy the maximum required precision, keeping at the same time the minimum calculation effort. As an illustration case, the Río de la Plata is adopted, for which three different models (RP2000, RPP-2D y RPP-3D) are presented and discussed, each one pointing to satisfy different practical requirements.*

1 INTRODUCCIÓN

La modelación numérica de problemas de transporte de agua y sustancias en fase disuelta o particulada es, actualmente, una de las herramientas fundamentales para los estudios de gestión de los recursos hídricos.

El ingeniero se encuentra, entonces, ante la posibilidad de implementar o utilizar una variedad de modelos numéricos disponibles. Sin embargo, su aplicación correcta es una tarea que dista de ser trivial. De hecho, una explotación inadecuada de estas herramientas puede conducir a resultados fuertemente imprecisos, cuando no completamente erróneos.

En el presente trabajo se describe una serie de criterios a tener en cuenta cuando se encara una actividad de modelación numérica. Ellos apuntan a efectuar elecciones acertadas en aquellos aspectos críticos que debe definir el usuario, a saber: el dominio de cálculo, el tipo de modelo y la escala mínima de resolución. Los criterios expuestos tratan de producir elecciones eficientes, en el sentido de satisfacer la máxima precisión requerida, manteniendo al mismo tiempo el mínimo esfuerzo de cálculo.

La razonabilidad de los criterios se ejemplifica a través de su aplicación a la resolución de problemas ligados al Río de la Plata.

2 CRITERIOS

Para modelar hay que tener en claro, a priori, cuál es el problema que se pretende resolver. Identificado éste, surge con claridad la zona donde el problema se desarrolla.

La elección del dominio de cálculo de un modelo numérico depende de tres factores: *a)* La inclusión de toda la zona donde se desarrolla el problema a resolver (zona-problema). *b)* La eventual inclusión de la zona externa a la zona-problema donde se desarrollan procesos relevantes al problema. *c)* La inclusión de una zona externa a la zona-problema, para amortiguar los efectos no deseados de las condiciones de borde aproximadas impuestas en los contornos matemáticos.

Un criterio de eficiencia en la elección del modelo matemático-numérico es que éste sea aquél que incluya todos los procesos significativos al desarrollo del problema y que no considere ninguno de los que producen efectos secundarios en relación al problema.

Una vez definido el dominio, para la elección de la escala mínima de resolución (pasos del modelo numérico) se procede en dos etapas: *(i)* Establecimiento del paso espacial, de modo de tener una representación lo suficientemente densa de la zona-problema como para garantizar la precisión requerida. *(ii)* Determinación del paso temporal, relacionado al paso espacial a través de una relación de escalas impuesta por los mecanismos dominantes, salvo que por razones de estabilidad numérica, éste quede limitado por mecanismos secundarios incluidos en el modelo.

Para ilustrar estos conceptos, se presenta como ejemplo la implementación de tres modelos numéricos hidrodinámicos del Río de la Plata, con distintos objetivos: RP2000, RPP-2D y RPP-3D (sus dominios se muestran en la figura 1). Previamente, se describen las características físicas del Río de la Plata relevantes a la modelación.

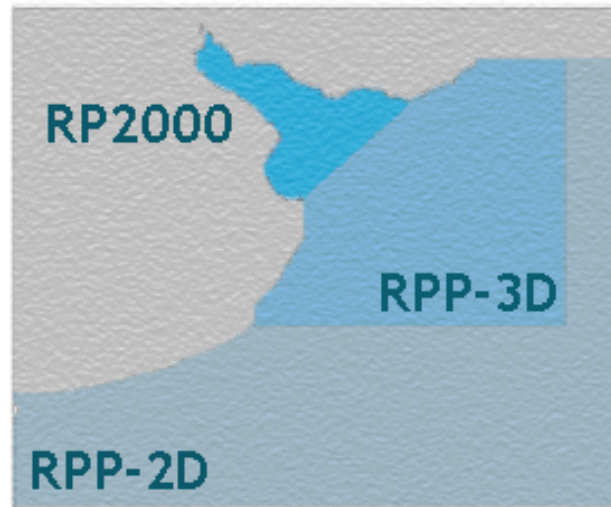


Figura 1: Dominio de los modelos RP2000, RPP-2D Y RPP-3D.

3 EL RÍO DE LA PLATA

El Río de la Plata está ubicado en la costa este de Sudamérica, aproximadamente entre los 34° y 36° de latitud Sur y los 54° 50' y 58° 30' de longitud Oeste, y se constituye como límite entre la Argentina y Uruguay. Desarrollándose en la dirección NO-SE, alcanza unos 290 km de longitud. En cuanto a su ancho, rápidamente llega a tener cerca de 50 kilómetros en la zona superior del río, aumentando a unos 70 km en la zona media (ambas constituyen el Río de la Plata Interior) y se expande abruptamente hasta llegar a los 200 km de ancho río abajo (Río de la Plata Exterior)¹.

Los forzantes principales de la dinámica del Río de la Plata (figura 2) son la onda de marea que ingresa desde el océano, la descarga de los tributarios que penetra en la cabecera del río y el campo de vientos que actúa sobre toda la superficie del mismo. La onda oceánica que llega al Río de la Plata tiene un régimen de desigualdades diurnas, presentando grandes diferencias entre pleamares o bajamares consecutivas, presentando un régimen astronómico micromareal, con pocas decenas de centímetros de amplitud y una alta relevancia de las componentes meteorológicas. Más del 97% del ingreso de agua al Río de la Plata es aportado por los ríos Paraná y Uruguay, siendo el caudal medio del Río de la Plata del orden de los 23.000 m³/s. La forma, la extensión y el régimen de mareas determinan que los procesos atmosféricos tengan una importancia fundamental en la dinámica del río, actuando el viento sobre la superficie del agua variando los niveles, la velocidad de propagación de la onda de marea y la mezcla en la vertical².

El Río de la Plata desempeña un papel vital desde un punto de vista económico, social y ecológico para la región. Buenos Aires y Montevideo, las ciudades capitales de la Argentina y de Uruguay, están situadas a lo largo de sus costas; siendo para la primera la fuente principal de abastecimiento de agua. También es el sitio de la descarga de efluentes domésticos e industriales. Las actividades de dragado, el deporte y la navegación de pasajeros son

frecuentes en sus aguas¹.



Figura 2: Río de la Plata (Forzantes y Localización)

4 MODELOS HIDRODINÁMICOS DEL RÍO DE LA PLATA

4.1 Modelo RP2000

El modelo hidrodinámico denominado RP2000³ está destinado a proveer resultados para problemas de usos en el Río de la Plata Interior, donde se desarrolla el mayor nivel de actividad antrópica (dragado, tomas de agua, descargas de aguas domiciliarias e industriales, navegación deportiva). La zona-problema es, entonces, todo el Río de la Plata Interior.

La ausencia de estratificación salina en el Río de la Plata Interior (el agua es dulce) y la relativamente baja profundidad (mucho menor que la longitud de onda de marea) permite utilizar como modelo matemático las ecuaciones para aguas poco profundas, es decir, un modelo 2D-Horizontal. Se utilizó el software HIDROBID II⁴.

Dada la gran extensión del contorno matemático lindante con la masa oceánica, el dominio de cálculo del modelo se extiende sobre todo el Río de la Plata, hasta la línea San Clemente-Punta del Este (figura 1), garantizándose así la independencia de los resultados dentro de la zona-problema respecto del detalle de la condición de marea impuesta en ese borde.

El paso espacial es de 1 km. Este fue elegido de modo de contar con una densidad suficiente de puntos aún en la sección más estrecha del río interior (del orden de 40 km), manteniendo tiempos de cálculo manejables con computadoras personales al momento de su implementación. Con este paso se tiene una grilla de 256 por 303 nodos.

El paso temporal de cálculo no está limitado por cuestiones de estabilidad (ya que el software utiliza un método numérico implícito) sino de precisión. Para resolver la propagación de la onda de marea es necesario que el paso temporal sea del orden del paso espacial dividido por la celeridad de la onda de marea en el río. Resulta así un paso temporal de 2 minutos.

Las condiciones de borde del modelo se materializaron a través de tres contornos abiertos en la cabecera (desembocaduras de los ríos Uruguay, Paraná de las Palmas y Paraná Guazú) y un contorno abierto sobre el límite oceánico donde se proveyó el nivel de agua (se especificó como condición de borde la onda de marea en la línea San Clemente – Punta del Este suponiendo una variación lineal). Se impusieron valores de caudal correspondientes al río Uruguay y, dada la escala del modelo, a las dos salidas principales del río Paraná (Paraná Guazú y Paraná de las Palmas)³. En cuanto a los vientos, se comenzó trabajando con valores observados en estaciones meteorológicas zonificados en la región; hoy se cuenta con la posibilidad de utilizar las bases de vientos de reanálisis NCEP/NCAR⁵ a partir de interpolaciones bilineales en el recinto del modelo.

Este modelo y sus antecesores se han utilizado en una variedad de estudios ingenieriles y de gestión del recurso. Entre los primeros, se destacan los efectuados para la profundización y mantenimiento de la vía navegable de Santa Fe al Océano⁶. Entre los segundos sobresale el destinado a efectuar un balance de nutrientes en el Río de la Plata Interior⁷. Se ha construido una versión amigable del modelo RP2000 que ha sido transferida a la empresa Aguas Argentinas S.A., concesionaria del sistema de agua y cloacas de gran parte de la Región Metropolitana de Buenos Aires, para sus estudios de calidad de aguas. A título ilustrativo, en la figura 3 se muestra la distribución de niveles de agua provista por el modelo para un cierto instante.

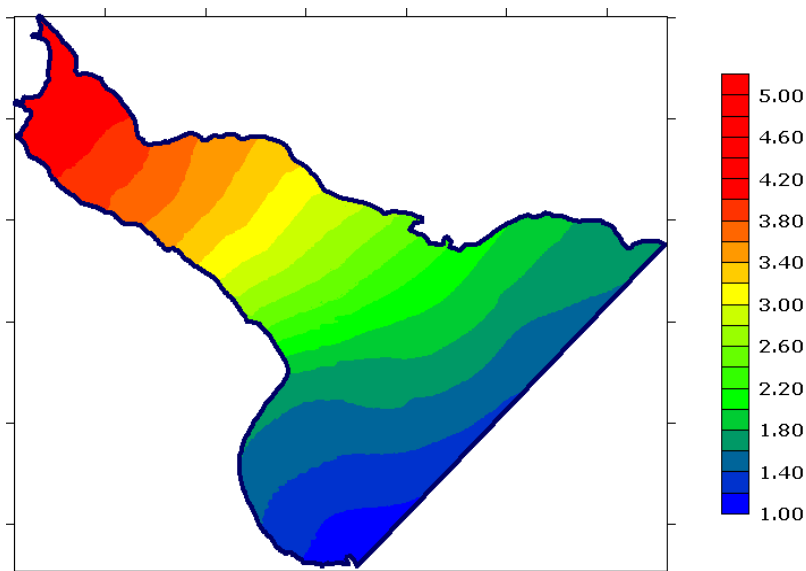


Figura 3: Niveles del Río de la Plata calculados con el modelo RP2000. Crecida de recurrencia 50 años respecto del nivel en Buenos Aires.

4.2 Modelo RPP-2D

El modelo hidrodinámico RPP-2D tiene como objetivo reproducir la estadística de niveles en todo el Río de la Plata, de modo de poder ser utilizado como generador de mapas de riesgo de inundación para la situación actual y para escenarios futuros.

Dado que se trata de simular la propagación de las ondas superficiales, también está basado en las ecuaciones para aguas poco profundas (modelo 2D-Horizontal), utilizándose el software HIDROBID II⁴.

El dominio del modelo incluye una parte considerable del Frente Marítimo del Río de la Plata (figura 1), dado que es necesario abarcar la zona de generación de las ondas de tormenta que luego penetran a través de la boca del río. Por el Sur el dominio arranca desde la zona de la Bahía San Blas (40.5° S) y se extiende hacia el Este hasta el meridiano 51.5° W.

El paso espacial es de 2,5 km, lo que permite una resolución adecuada aún del río interior, manteniendo tiempos de cálculo manejables. La malla resultante es de 1018 km por 953 km (328 por 408 nodos).

Por razones de precisión, el paso temporal es de 1 minuto. La disminución del paso en relación al modelo RP200 se explica por el aumento de la celeridad de la onda de marea en la zona del Frente Marítimo debido a las mayores profundidades.

Al igual que en el modelo RP2000 el forzante de caudales corresponde a tres contornos abiertos que corresponden al río Uruguay y al río Paraná en sus dos ingresos: Paraná Guazú y Paraná de las Palmas y el campo de vientos es interpolado en forma bilineal a partir de la base de datos de NCEP/NCAR. El modelo RPP-2D tiene tres bordes oceánicos que constituyen contornos matemáticos: Sur, Este y Norte. En el borde Sur se impone la onda de marea astronómica a partir de los datos obtenidos del modelo global de mareas RSC94⁸ con un decaimiento exponencial de la amplitud hacia el Este⁹. El borde Norte, por su parte, fue tratado como un contorno no reflejante, que permite la salida de las ondas que inciden sobre él sin reflejar información. El borde Este se trabaja como contorno cerrado ya que la energía ingresante es despreciable respecto de la del borde Sur.

La calibración y validación de este modelo muestra buenos acuerdos entre los niveles y velocidades de corrientes observados y simulados durante las distintas etapas de evaluación (marea astronómica predicha, marea astronómica observada, velocidades en marea normal y ondas de tormenta)².

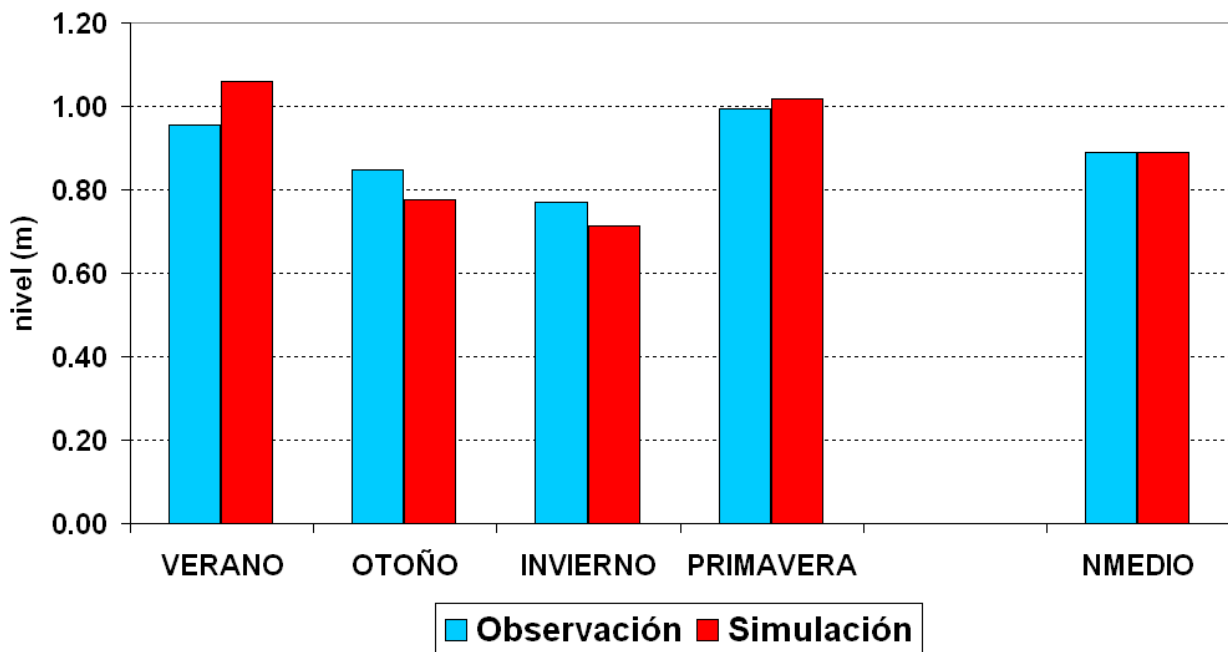


Figura 4: Niveles Medios del Río de la Plata en Buenos Aires simulados con el modelo RPP-2D. Año 1997

Este modelo se ha desarrollado y utilizado en el marco de un proyecto sobre efectos del cambio climático en el Río de la Plata, financiado por la UBA como proyecto estratégico y por la agencia internacional AIACC (Assessment of Impacts and Adaptation to Climate Change), con fondos GEF (Global Environment Facility). La figura 4 muestra el acuerdo obtenido entre los niveles medios estacionales a partir de los registros y del modelo para toda la década del 90, observándose un acuerdo satisfactorio.

Además de generar resultados sobre mapas de riesgo, el modelo RPP-2D provee condiciones de borde para ensayos con el RP2000 y el RPP-3D.

4.3 Modelo RPP-3D

El modelo RPP-3D tiene como objetivo estudiar la interfase entre las masas de agua dulce y salada, que actualmente se ubica en el entorno de la línea imaginaria Punta Piedras-Montevideo, de modo de determinar el posible desplazamiento de esa interfase hacia el Río de la Plata Interior frente a las futuras condiciones de cambio climático, principalmente el aumento del nivel medio del mar.

Como la penetración del agua salina se da en forma de cuña, se debe resolver la estructura vertical del flujo, por lo que se utiliza un modelo matemático tridimensional, basado en el software de dominio público POM (Princeton Ocean Model)¹⁰.

La elección del dominio del RPP-3D se focaliza en la zona de transición entre el agua dulce del Río de la Plata y el agua salada del mar. Ya que los vientos que ejercen influencia en la distribución de salinidad son aquellos que actúan directamente sobre la cuña¹¹, el

dominio del RPP-3D es menor que el correspondiente al RPP-2D (figura 1). Esto permite aumentar las escalas de resolución temporal, al disminuir la profundidad máxima de agua. Sin embargo, para obtener una adecuada representación de las condiciones hidrodinámicas básicas, los forzantes de marea oceánica son transferidos desde el RPP-2D a los bordes Sur y Este del modelo. El área finalmente seleccionada está comprendida entre los paralelos 34.0° S al Norte y 38.02° S al Sur, y los meridianos 58.6° W al Oeste y 52.2° W al Este.

El paso espacial en el plano horizontal es el mismo que el del RPP-2D (2,5 km), dando lugar a una grilla horizontal de 575 km por 487.5 km (230 por 195 nodos). La coordenada vertical se discretiza en 8 niveles equidistribuidos entre el fondo y la superficie libre de agua (coordenada sigma), lo cual conduce a una cantidad total de 358.800 nodos. El criterio para la elección de la cantidad de niveles en la vertical se centró en brindar una adecuada resolución de los fenómenos físicos, al mismo tiempo de acotar lo máximo posible los tiempos de procesamiento según la tecnología computacional disponible.

Como las ecuaciones incluyen tanto procesos dinámicos dentro de la estructura vertical como aquellos que ocurren superficialmente, debe darse solución tanto a las ondas internas como a las ondas de gravedad superficiales (o externas). Ya que las ondas superficiales requieren mayor resolución que las ondas internas, por propagarse a mayor celeridad, es usual desacoplar estos procesos con el fin de incrementar la productividad computacional. Mediante el empleo de la técnica “desdoblamiento de modos”, se resuelven en forma independiente las ecuaciones promediadas en la vertical del modo barotrópico (externo ó 2D), de las ecuaciones de transporte para el modo baroclínico (interno ó 3D), y cada una relación establecida entre los pasos de tiempo de ambos modos se transfiere la solución entre ellos. Debido a efectos secundarios propios del esquema numérico, las condiciones de estabilidad imponen los límites para la elección de los pasos temporales. El paso temporal del modo externo del RPP-3D es de 5 segundos, mientras que el paso de tiempo del modo interno es de 250 segundos. Es decir, cada 50 pasos del modo externo se resuelven las ecuaciones para las ondas internas.

Al igual que los modelos RP2000 y RPP-2D, las descargas continentales fueron esquematizadas por los caudales provenientes de los ríos Paraná (brazos Paraná Guazú y Paraná de las Palmas) y Uruguay. El campo de vientos fue considerado al igual que el RPP-2D, mediante una interpolación de la base provista por el NCEP/NCAR.

La validación del modelo RPP-3D muestra un acuerdo muy satisfactorio con los datos disponibles de mediciones, tanto para la estación de invierno como para la estación de verano¹¹. En la figura 5 se muestran en forma superpuesta las isohalinas generadas mediante resultados del modelo y las disponibles en la bibliografía existente¹².

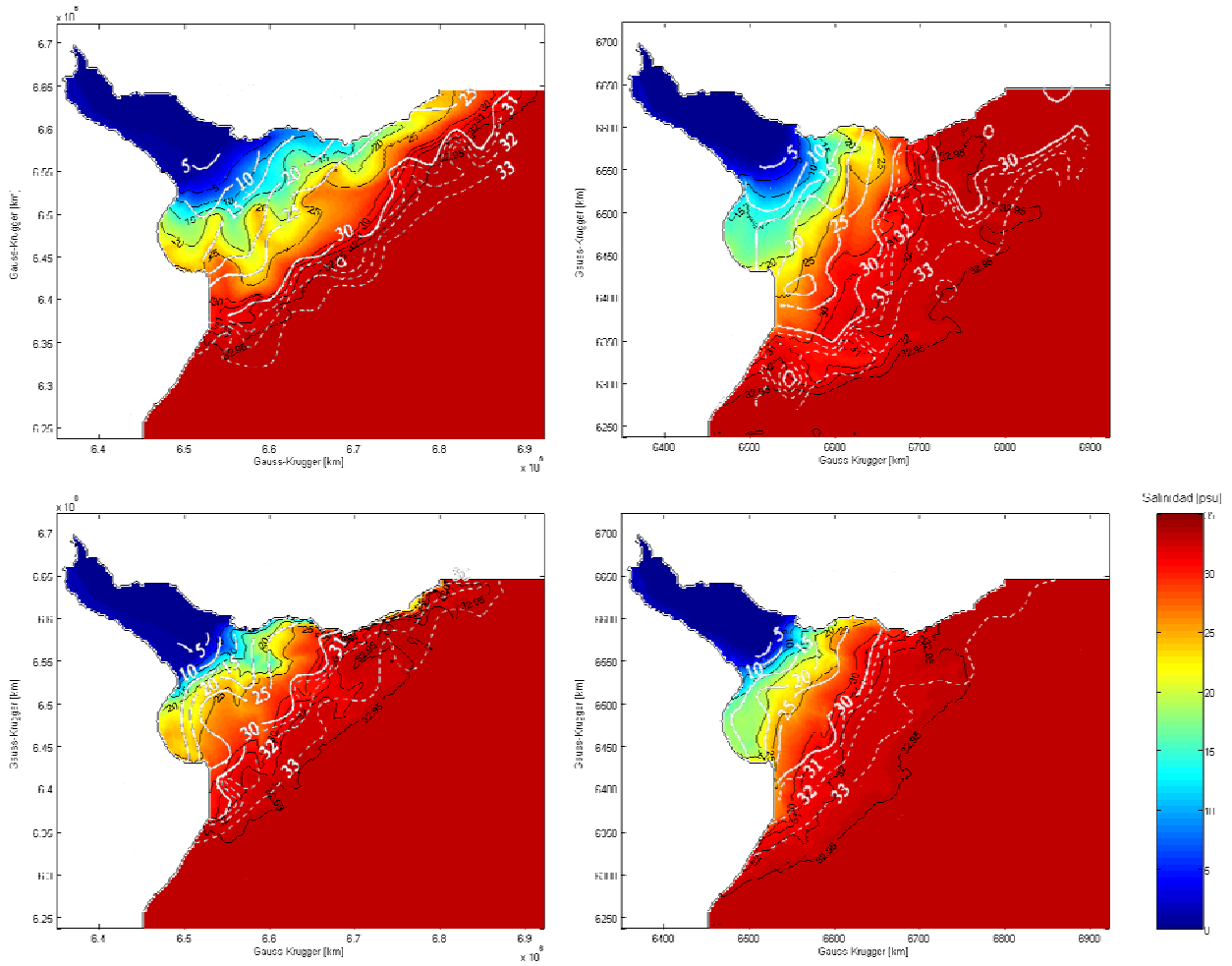


Figura 5: Validación del modelo RPP-3D mediante comparaciones de mapas de salinidad ¹¹. A izquierda se muestran los resultados para condiciones medias de invierno (en superficie arriba y en fondo abajo), y a derecha los resultados para condiciones medias de verano (en superficie arriba y en fondo abajo). Las isohalinas indicadas en color blanco corresponden a observaciones de salinidad procesadas por Guerrero et al. (1997) ¹²

Este modelo, al igual que el RPP-2D, se desarrolló en el marco del proyecto de cambio climático financiado por UBA y AIACC.

5 SÍNTESIS

En la tabla que sigue se sintetizan las elecciones efectuadas para la implementación de los tres modelos discutidos, en el marco de los criterios establecidos al comienzo de este trabajo.

Tabla 1 : Elecciones efectuadas para la implementación de los modelos.

MODELO	RP2000	RPP-2D	RPP-3D
Objetivo	Usos del Río de la Plata Interior	Mapas de riesgo de inundación	Desplazamiento del frente salino
Zona-problema	Río de la Plata Interior	Río de la Plata	Área de desarrollo de la cuña salina
Zona externa con procesos relevantes	-	Frente Marítimo	-
Zona externa de amortiguamiento	Río de la Plata Exterior	-	-
Tipo de modelo	2D-Horizontal	2D-Horizontal	3D
Condicionamiento del paso espacial	Tiempos de procesamiento	Tiempos de procesamiento	Tiempos de procesamiento
Condicionamiento del paso temporal	Precisión del resultado	Precisión del resultado	Estabilidad numérica

6 CONCLUSIONES

De las consideraciones efectuadas se extraen las siguientes conclusiones:

- La identificación del problema y de la correspondiente zona-problema es el paso previo fundamental para plantear un modelo numérico.
- La elección del dominio debe tener en cuenta cómo incorporar la acción de los forzantes, ya sea incluyendo una zona externa de desarrollo o una zona de amortiguamiento entre la zona-problema y el contorno forzante.
- Por razones de eficiencia, lo ideal es contar con un modelo numérico capaz de representar todos, y solamente, los procesos significativos al problema.
- La elección del paso espacial del modelo debe tener en cuenta primariamente la precisión requerida. No obstante, éste suele estar limitado por la necesidad de mantener tiempos de cálculo manejables.
- La elección del paso temporal debe responder a cuestiones de precisión, estando determinado entonces por el paso espacial. Pero la inclusión de procesos no significativos en el modelo puede conducir a restricciones en el paso de tiempo que aumenten considerablemente los tiempos de cálculo.

7 REFERENCIAS

- [1] Menéndez, A.N., *Description and modeling of the hydrosedimentologic mechanisms in the Río de la Plata River*, VII International Seminar on Recent Advances in Fluid Mechanics, Physics of Fluids and Associated Complex Systems, Buenos Aires, Argentina, (2001).
- [2] Re, M., Menéndez, A.N., *Modelo numérico del Río de la Plata y su frente marítimo para la predicción de los efectos del cambio climático*, XIII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, ENIEF'2003, Bahía Blanca, noviembre, (2003).
- [3] Jaime, P., Menéndez, A.N., *Modelo hidrodinámico Río de la Plata 2000*, Informe LHA-INA 183-01-99, INA, Argentina, Septiembre, (1999).
- [4] Menéndez A.N., *Sistema HIDROBID II para simular corrientes en cuencos*, Revista internacional de métodos numéricos para cálculo y diseño en ingeniería, Vol. 6, 1, (1990).
- [5] Kalnay E. et al., *The NCEP/NCAR 40-Year reanalysis project*, Bulletin of the American Meteorological Society, 77, 437-471, (1996).
- [6] Marazzi, M.L., Menéndez, A.N., *Estudio de las corrientes en los canales de navegación del Río de la Plata*, Informe LHA-INCYTH 114-03-91, Comitente: Cámara de Propietarios de Puertos Privados Comerciales, (1991).
- [7] Jaime P.R., A.N. Menéndez, Natale, O.E., *Balance y Dinámica de Nutrientes Principales en el Río de la Plata Interior*, Informe INA 10.4-01, (2001).
- [8] Cartwright, D.E., Ray R.D., *Oceanic tides from Geosat altimetry*, Journal of Geophysical Research, 95, 3069-3090, (1990).
- [9] Simionato, C., Dragani, W., Nuñez, M.N., Engel, M., *A set of 3-d nested models for tidal propagation from the Argentinean Continental Shelf to the Río de la Plata Estuary, Part I M2*, submitted to Continental Shelf Research, (2002).
- [10] Blumberg, A. F. and Mellor, G. L. *A description of a three-dimensional coastal ocean circulation model*. In Three-Dimensional Coastal ocean Models, edit. N. Heaps, 208 pp., American Geophysical Union, (1987).
- [11] Kind, M.V. *Desplazamiento del frente de salinidad del Río de la Plata debido al aumento del nivel medio del mar*, Tesis de Ingeniería - FIUBA, (2004).
- [12] Guerrero, R.A., Acha, E.M., Framiñan, M.B., Lasta, C.A. *Physical Oceanography of the Río de la Plata Estuary, Argentina*. Continental Shelf Research, 17, N° 7, 727-742 (1997).