

SIMULACIÓN DE LA EXTRACCIÓN DE AGUAS SUBTERRÁNEAS POR POZOS DE BOMBEO A TRAVÉS DE ANÁLISIS HIDROMECÁNICOS ACOPLADOS Y DESACOPLADOS

Roberto J. Quevedo Quispe^a; Celso Romanel^b

^a*Departamento de Engenharia Civil e Grupo de Geomecânica Computacional - Tecgraf, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea, Rio de Janeiro, Brasil, roquequi@aluno.puc-rio.br, <http://www.puc-rio.br>*

^b*Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea, Rio de Janeiro, Brasil, romanel@puc-rio.br.*

Palabras Clave: *Análisis hidromecánicos, Acuíferos, Pozos de bombeo, Simulaciones numéricas.*

Resumen. La extracción de fluidos de medios porosos deformables genera campos de deformación que pueden afectar el proceso de flujo, constituyendo un problema de acoplamiento hidromecánico gobernado por las ecuaciones de Biot generalizadas para medios con saturación variable. La extracción de agua por pozos de bombeo en sistemas acuíferos fluviales es una aplicación de este tipo de problema. Generalmente, en los códigos computacionales disponibles para su solución, las ecuaciones involucradas son desacopladas, despreciando el fenómeno mecánico y considerando únicamente el fenómeno de flujo. Este trabajo investiga dos modelos numéricos tridimensionales para extracción de aguas subterráneas por pozos de bombeo en acuíferos libres y semiconfinados. Son realizados análisis de carácter transitorio para la obtención de las distribuciones de cargas hidráulicas y velocidad de flujo, a través de una discretización espacial por el método de los elementos finitos y de una discretización temporal por el método de diferencias finitas. Fueron empleados dos enfoques: la resolución de la ecuación de Richards que gobierna el proceso de flujo en medios porosos y la resolución de la ecuación de Biot generalizada para medios con saturación variable. Los resultados son comparados para cada grupo de simulación, identificando algunos casos en los cuales el análisis de flujo desacoplado del problema mecánico puede no ser satisfactorio para la obtención de variables hidráulicas.

1 INTRODUCCIÓN

Desde los primeros estudios de flujo a través de medios porosos con saturación variable al final de la década de los 60, métodos numéricos sofisticados y computadores de alta velocidad hicieron posible la simulación de flujo en sistemas hidrogeológicos por medio de diversos códigos computacionales (Huyakorn and Spinger, 1986; Simunek et al. 1995; Dogan and Motz, 2005a, b; Miquelto, 2007; Quevedo and Romanel, 2010). La principal hipótesis para el análisis de flujo de estas herramientas numéricas es que las tensiones totales permanecen constantes durante todo el proceso de flujo, de esta forma no es necesario conferir su equilibrio. Otra importante hipótesis es la eliminación de cualquier desplazamiento horizontal en el medio poroso por considerar que en las formaciones geológicas las dimensiones laterales son mucho mayores que sus espesores. Así, el proceso de flujo puede ser desacoplado del proceso mecánico dando origen a la ecuación de Richards que considera la carga de presión como única variable. La validez de las hipótesis antes mencionadas y de la ecuación de Richards, son indiscutibles en la mayoría de problemas de flujo en la hidrogeología, sin embargo, existen problemas en los cuales su uso puede llevar a respuestas incorrectas o mal aproximadas.

En los casos de pozos de extracción de aguas subterráneas, por ejemplo, el campo de deformación que se genera debido a una disminución en el nivel de agua puede interferir en el proceso de flujo modificando las propiedades hidráulicas del medio poroso. Estos cambios pueden ser significativos dependiendo del tipo de formación geológica y de la configuración del sistema acuífero. Los acuíferos son principalmente referidos como aquellas formaciones geológicas capaces de almacenar y transmitir agua constituyendo las principales reservas de aguas subterráneas. La configuración del sistema acuífero dependerá de si el acuífero es libre, semiconfinado o confinado.

En estos casos, la hipótesis de tensiones totales constantes puede verse afectada en principio, por la aparición de regiones no saturadas y con esto, el peso del medio poroso puede cambiar violando las ecuaciones de equilibrio. La segunda hipótesis, que desestima cualquier desplazamiento horizontal, limita la deformación del esqueleto sólido del medio poroso así como sus efectos sobre los parámetros hidráulicos (cargas hidráulicas y velocidades). A este respecto, un ejemplo típico registrado en observaciones de campo es el efecto de Noordbergum (Andreassen and Brookhart, 1963; Verruijt, 1969; Rodrigues, 1983) encontrado principalmente en los acuitardos adyacentes a los acuíferos en los primeros instantes de bombeo. Durante la fase inicial de bombeo, el agua del acuífero fluirá en dirección del pozo y como consecuencia, el acuífero experimentará una reducción de su volumen causando deformaciones en todas las direcciones inclusive en los estratos adyacentes constituidos por los acuitardos. Ya que el agua contenida en los poros de los acuitardos no tiene tiempo para fluir, debido a su baja permeabilidad, terminará oponiéndose a la compresión incrementando la presión de poros y ocasionando fluctuaciones inversas en el nivel del agua.

Para el entendimiento e interpretación de estos fenómenos, Biot (1941) presentó la teoría de la poroelasticidad que considera el acoplamiento de los procesos hidráulicos y mecánicos. Inicialmente, la teoría de Biot fue utilizada para la predicción de fenómenos de consolidación debido a la imposición de cargas superficiales sobre un medio poroso saturado. Posteriormente, la teoría de Biot fue expandida para medios con saturación variable, de esta forma pudieron hacerse predicciones de las respuestas hidromecánicas en campo (Kim and Parizek, 1997; Ng and Small, 2000; Kihm et al. 2007; Callari and Abati, 2009; Ferronato et al. 2010).

Este trabajo tiene como finalidad la detección de las principales diferencias entre las

respuestas de análisis de flujo, desacoplada y acoplada, para extracción de aguas subterráneas por pozos de bombeo. Para esta finalidad, dos tipos de acuíferos, uno libre y otro semiconfinado, son analizados y comparados en función de las cargas hidráulicas y velocidades. El procesamiento de datos se realiza a través de un código computacional que resuelve ambas, las ecuaciones de Richards y de Biot. Este código, denominado GEOFLUX3D (Quevedo, 2008), utiliza el método de los elementos finitos de Galerkin a partir de una discretización espacial y el método de las diferencias finitas para una discretización temporal de las variables primarias del problema referidas como cargas hidráulicas y desplazamientos.

Los resultados son comparados entre sí, corroborando las diferencias entre ellos y la influencia de la deformación del medio poroso sobre el proceso de flujo en problemas de extracción de aguas subterráneas por pozos de bombeo.

2 ECUACIONES GOBERNANTES

A continuación se describen brevemente las ecuaciones que gobiernan el proceso de flujo en medios hidrogeológicos en forma acoplada y desacoplada. La variación de la saturación como función de la carga de presión también es mencionada por medio del modelo de van Genuchten (van Genuchten, 1980) generalizando de esta manera, el proceso de flujo a través de medios porosos saturados y no saturados.

2.1 Ecuaciones del proceso de flujo acoplado al proceso mecánico.

El acoplamiento de los procesos hidráulicos y geomecánicos de los medios porosos, mejor conocido como hidromecánico, ocurre por la presencia de la presión de poros dentro de las ecuaciones de equilibrio y por la presencia de las tensiones dentro de las ecuaciones de flujo. En conjunto, ambas ecuaciones se sustentan en la teoría de poroelasticidad de Biot con la diferencia que ahora ellas contemplan también los cambios de saturación que el medio poroso pueda experimentar.

Los procesos mecánicos son gobernados por las ecuaciones de equilibrio que pueden ser descritas en forma vectorial considerando la simetría de los tensores de tensión de cuarta orden según el siguiente sistema

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma}' - \alpha p) - \mathbf{b} = 0, \quad (1)$$

donde $\nabla = (\partial / \partial x, \partial / \partial y, \partial / \partial z)$ representa el operador gradiente, $\boldsymbol{\sigma}' = \{\sigma'_{xx} \quad \sigma'_{yy} \quad \sigma'_{zz} \quad \sigma'_{xy} \quad \sigma'_{xz} \quad \sigma'_{yz}\}^T$ es el tensor de tensiones efectivas, $\boldsymbol{\alpha} = \{\alpha_{xx} \quad \alpha_{yy} \quad \alpha_{zz} \quad \alpha_{xy} \quad \alpha_{xz} \quad \alpha_{yz}\}^T$ es el tensor de coeficientes de acoplamiento hidromecánico de Biot, \mathbf{b} es el vector de fuerzas de cuerpo en la dirección gravitacional y p es la presión de poros escalar.

Las tensiones efectivas pueden ser reemplazadas considerando la ley de Hook generalizada a través de

$$\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\sigma}'_0, \quad (2)$$

donde $\boldsymbol{\varepsilon} = \{\varepsilon_{xx} \quad \varepsilon_{yy} \quad \varepsilon_{zz} \quad \varepsilon_{xy} \quad \varepsilon_{xz} \quad \varepsilon_{yz}\}^T$ representa el tensor de deformaciones, $\boldsymbol{\sigma}'_0 = \{\sigma'_{0xx} \quad \sigma'_{0yy} \quad \sigma'_{0zz} \quad \sigma'_{0xy} \quad \sigma'_{0xz} \quad \sigma'_{0yz}\}^T$ representa el tensor de tensión efectiva inicial y \mathbf{D} representa el tensor constitutivo elástico del medio poroso (Kim, 2004).

Para problemas linealmente elásticos y con pequeñas deformaciones se tiene

$$\boldsymbol{\varepsilon} = 0.5(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) = \nabla_u \mathbf{u}, \quad (3)$$

donde \mathbf{u} es el vector de desplazamientos y ∇_u es un operador diferencial, ambos dados por las ecuaciones (4) y (5), respectivamente.

$$\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)^T, \quad (4)$$

$$\nabla_u = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}^T. \quad (5)$$

En los medios hidrogeológicos, la presión de poros p dependerá de los fluidos presentes, en este caso, agua y aire siendo la presión del aire generalmente mínima o nula (presión atmosférica), de esta forma, la presión de poros puede ser aproximada a través de la ecuación (6) (Zienkiewicks et al. 1999; Kim, 2004) como

$$p = S_w \gamma_w h_w, \quad (6)$$

siendo S_w el grado de saturación del agua, γ_w el peso específico del agua y h_w la carga de presión del agua.

Reemplazando las ecuaciones (2), (3) y (6) en la ecuación (1) se obtiene la ecuación que gobierna los procesos mecánicos del esqueleto sólido del medio poroso como

$$\nabla \cdot [\mathbf{D} \nabla_u \mathbf{u} + \boldsymbol{\sigma}'_0 - S_w \gamma_w h_w \boldsymbol{\alpha}] - \mathbf{b} = 0. \quad (7)$$

Por otra parte, la ecuación que gobierna el proceso de flujo puede ser derivada a partir de las ecuaciones de balance de masa, tanto para el agua como para los granos sólidos, empleando algunas hipótesis (Verruijt, 1969; Chen et al. 1995; Kim, 2004): (a) el régimen de flujo es laminar a través del medio poroso permitiendo el uso de la ley de Darcy-Buckingham, (b) la compresibilidad del agua β_w puede ser aproximada por la ecuación de estado termodinámico y (c) el grado de saturación del agua S_w es función únicamente dependiente de la carga de presión. Como resultado de la aplicación de estas hipótesis sobre las ecuaciones de balance de masa se obtiene

$$S_w \boldsymbol{\alpha}^T \frac{\partial (\nabla_u \mathbf{u})}{\partial t} + \left(\phi \frac{dS_w}{dh_w} + \phi S_w \gamma_w \beta_w \right) \frac{\partial h_w}{\partial t} + \nabla \cdot [-\mathbf{K} \cdot \nabla (h_w + z)] = 0. \quad (8)$$

donde $\mathbf{K} = K_r \mathbf{K}_{sat}$ representa el tensor de permeabilidad, K_r es la conductividad hidráulica relativa ($0 \leq K_r \leq 1$), \mathbf{K}_{sat} representa el tensor de permeabilidad saturada, t representa el tiempo, ϕ es la porosidad del medio y, z representa la carga de elevación.

Las ecuaciones (7) y (8) constituyen en total un juego de 4 ecuaciones diferenciales parciales no lineales cuyas variables primarias son dadas por los desplazamientos y la carga de presión. La no linealidad aparece por las funciones que definen las propiedades hidráulicas del material, pudiendo estar presente tanto en los medios saturados como en los no saturados. En los medios saturados estas funciones se tornan complejas debido a la deformación que

experimenta el esqueleto sólido a través de la variación de la porosidad y por consiguiente del tensor de permeabilidad saturada. Las siguientes relaciones constitutivas (Kim and Parizek, 1999; Kim, 2006) pueden ser utilizadas para representar estas variaciones

$$\phi = \alpha_c - \left(\frac{\alpha_c - \phi_0}{1 + \varepsilon_{vol}} \right), \quad (9)$$

$$\mathbf{K}_{sat} = \mathbf{K}_{sat}^0 \left[\left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) \left(\frac{1 - \phi}{1 - \phi_0} \right)^{-2/3} \right]^3, \quad (10)$$

donde ϕ_0 es la porosidad inicial del medio poroso, ε_{vol} es la deformación volumétrica que éste experimenta, $\alpha_c = 1 - \beta_s / \beta$ es un escalar que corresponde al coeficiente de Biot para medios isotrópicos con β siendo la compresibilidad del esqueleto y β_s la compresibilidad los granos sólidos, \mathbf{K}_{sat}^0 es el tensor de permeabilidad antes de la deformación del medio poroso.

En los medios no saturados la no linealidad aparece como consecuencia de la variación del grado de saturación S_w y de la permeabilidad relativa K_r cuando la carga de presión asume valores negativos (Kim, 2000). Las siguientes relaciones constitutivas (van Genuchten, 1980) pueden ser utilizadas para representar estas variaciones

$$S_w(h_w) = \begin{cases} S_{wr} + (1 - S_{wr})(1 + |\theta_{vg} h_w|^{n_{vg}})^{-m_{vg}}, & h_w < 0 \\ 1, & h_w \geq 0 \end{cases}, \quad (11)$$

$$K_r(h_w) = \begin{cases} (1 + |\theta_{vg} h_w|^{n_{vg}})^{-m_{vg}/2} \left[1 - \left(\frac{|\theta_{vg} h_w|^{n_{vg}}}{1 + |\theta_{vg} h_w|^{n_{vg}}} \right)^{m_{vg}} \right]^2, & h_w < 0 \\ 1, & h_w \geq 0 \end{cases}, \quad (12)$$

siendo S_{wr} la saturación residual de agua y, θ_{vg} y n_{vg} los parámetros característicos del modelo de van Genuchten con $m_{vg} = 1 - 1/n_{vg}$.

2.2 Ecuaciones del proceso de flujo desacoplado del proceso mecánico.

En análisis de flujo a través de medios hidrogeológicos generalmente se busca simplificar todavía más los problemas, con esta finalidad, la ecuación mecánica (7) es dejada de lado y se simplifica la ecuación de flujo (8) por medio de dos importantes hipótesis (Gutierrez and Lewis, 2002): (a) el medio poroso se deforma uniaxialmente en la dirección vertical y (b) las tensiones totales permanecen constantes. La primera hipótesis se sustenta en que las dimensiones laterales de las formaciones geológicas son mucho mayores que sus espesores, de esta forma las deformaciones laterales pueden ser menospreciadas. La segunda hipótesis elimina cualquier posibilidad de aplicación de cargas sobre el medio poroso. Así, considerando válidas estas hipótesis y aplicándolas en la ecuación (8) se obtiene

$$\left(\phi \frac{dS_w}{dh_w} + S_s S_w \right) \frac{\partial h_w}{\partial t} + \nabla \cdot [-\mathbf{K} \cdot \nabla (h_w + z)] = 0, \quad (13)$$

donde S_s es el coeficiente de almacenamiento del medio poroso dado por

$$S_s = \gamma_w (\beta + \phi \beta_w). \quad (14)$$

La ecuación (13) es conocida en la hidrogeología como ecuación de Richards y es ampliamente utilizada para análisis de flujo a través de medios porosos con saturación variable. Esta ecuación, que se mantiene como diferencial parcial no lineal, considera como única variable a la carga de presión, como consecuencia, su solución se torna menos complicada, más rápida y viable en problemas con no linealidad bastante acentuada presente por las ecuaciones (11) y (12).

3 MODELO NUMERICO

Las soluciones de las ecuaciones (7) y (8) pueden ser aproximadas por medio de una discretización espacial por el método de elementos finitos de Galerkin y a través de una discretización temporal por el método de diferencias finitas descendentes. Como alternativa para la solución de la no linealidad puede ser utilizado el método iterativo de Picard modificado (Celia et al. 1990) en la forma incremental (Quevedo, 2008) como

$$\begin{bmatrix} \gamma_w (\mathbf{S}_{n+1}^m + \Delta t_{n+1} \mathbf{H}_{n+1}^m) & \gamma_w \mathbf{L}_{n+1}^m \\ \gamma_w \mathbf{L}_{n+1}^m & -\mathbf{K}_{n+1}^r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \mathbf{h}_{n+1}^{m+1} \\ \delta \mathbf{u}_{n+1}^{m+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \gamma_w \Delta t_{n+1} (\mathbf{Q}_{n+1}^m + \mathbf{Q}_{n+1}^m) - \gamma_w \Delta t_{n+1} \mathbf{H}_{n+1}^m \mathbf{h}_{n+1}^m - \gamma_w \mathbf{E} (\boldsymbol{\theta}_{n+1}^m - \boldsymbol{\theta}_n) - \mathbf{L}_{n+1}^m (\mathbf{u}_{n+1}^m - \mathbf{u}_n) \\ -\mathbf{F}_{n+1}^t - \mathbf{F}_{n+1}^b + \mathbf{F}_{n+1}^\sigma - \gamma_w \mathbf{L}_{n+1}^m \mathbf{h}_{n+1}^m + \mathbf{K}_{n+1}^r \mathbf{u}_{n+1}^m \end{Bmatrix}, \quad (15)$$

donde \mathbf{h} , \mathbf{u} y $\boldsymbol{\theta}$ representan los vectores nodales de cargas de presión, desplazamientos y las humedades volumétricas, respectivamente. Los subíndices n y $n+1$ representan el paso de tiempo anterior y el paso de tiempo actual. El coeficiente $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ representa los incrementos finitos de tiempo. Los índices m y $m+1$ representan la iteración anterior y la iteración actual. Además, las matrices y vectores son definidos como

$$\mathbf{K}^r = \int_{\Omega} \mathbf{B}_u^T \mathbf{D} \mathbf{B}_u d\Omega_e, \quad (16)$$

$$\mathbf{L} = \int_{\Omega} \mathbf{B}_u^T \boldsymbol{\alpha} S_w \mathbf{N}_w d\Omega, \quad (17)$$

$$\mathbf{F}^t = \int_{\Gamma} \mathbf{N}_u^T \mathbf{t} d\Gamma, \quad (18)$$

$$\mathbf{F}^b = \int_{\Omega} \mathbf{N}_u^T \mathbf{b} d\Omega, \quad (19)$$

$$\mathbf{F}^\sigma = \int_{\Omega} \mathbf{B}_u^T \boldsymbol{\sigma}'_0 d\Omega, \quad (20)$$

$$\mathbf{S} = \int_{\Omega} \mathbf{N}_w^T C \mathbf{N}_w d\Omega, \quad (21)$$

$$\mathbf{H} = \int_{\Omega} \mathbf{B}_w^T \mathbf{K} \mathbf{B}_w d\Omega, \quad (22)$$

$$\mathbf{Q} = \int_{\Gamma} \mathbf{N}_w^T \mathbf{q}_w d\Gamma, \quad (23)$$

$$\mathbf{Q}' = \int_{\Omega} \mathbf{B}_w^T \mathbf{K} a d\Omega, \quad (24)$$

$$\mathbf{E} = \delta_{ij} \int_{\Omega} \mathbf{N}_w d\Omega. \quad (25)$$

En estas matrices Ω representa el dominio de interés y Γ representa el contorno de ese dominio, \mathbf{K}^f es la matriz de rigidez, \mathbf{L} es la matriz de acoplamiento hidromecánico, \mathbf{F}^f es el vector de fuerzas de superficie con \mathbf{t} representando las cargas aplicadas, \mathbf{F}^b es el vector de fuerza de cuerpo, \mathbf{F}^σ es el vector de fuerzas debido a la variación de σ'_0 , \mathbf{S} es la matriz de masa con $C = \phi dS_w / dh_w + \phi S_w \gamma_w \beta_w$, \mathbf{H} es la matriz de flujo, \mathbf{Q} es el vector de flujo prescrito con \mathbf{q}_w representando las velocidades de flujo aplicadas, \mathbf{Q}' es el vector de flujo debido a la acción de la gravedad y \mathbf{E} es una matriz diagonal que disminuye los errores por balance de masa con δ_{ij} delta de Kronecker. Las matrices \mathbf{N}_w y \mathbf{N}_u contienen las funciones de interpolación para las cargas de presión y los desplazamientos nodales, respectivamente. La matriz \mathbf{B}_w relaciona los gradientes hidráulicos y las cargas de presión, en tanto que la matriz \mathbf{B}_u relaciona las deformaciones con los desplazamientos.

La solución de la ecuación (13) también puede ser aproximada empleando la metodología anteriormente mencionada, en este caso, la ecuación matricial a resolver es dada por

$$\left[\mathbf{S}_{n+1}^m + \Delta t_{n+1} \mathbf{H}_{n+1}^m \right] \left\{ \delta \mathbf{h}_{n+1}^{m+1} \right\} = \left\{ \Delta t_{n+1} (\mathbf{Q}_{n+1}^m + \mathbf{Q}'_{n+1}^m) - \Delta t_{n+1} \mathbf{H}_{n+1}^m \mathbf{h}_{n+1}^m - \mathbf{E} (\boldsymbol{\theta}_{n+1}^m - \boldsymbol{\theta}_n) \right\} \quad (26)$$

Los índices, coeficientes, matrices y vectores son definidos en forma similar a la ecuación (15), con la diferencia que el coeficiente de la matriz \mathbf{S} en la ecuación (21) ahora es definido como $C = \phi dS_w / dh_w + S_w S_s$.

Para la solución de las ecuaciones matriciales (15) y (26) se utiliza el código computacional GEOFLUX3D escrito en lenguaje Fortran 90 y validado por [Quevedo \(2008\)](#). Este código inicialmente fue concebido para solución de problemas de flujo transitorio a través de medios porosos tridimensionales con saturación variable. Posteriormente, el código fue optimizado en términos de velocidad de procesamiento adicionándole un módulo para la solución de problemas acoplados. En cada paso de tiempo GEOFLUX3D realiza un proceso iterativo hasta alcanzar un criterio de convergencia, previamente establecido, para las cargas hidráulicas y los desplazamientos según

$$\left\| \frac{\boldsymbol{\Psi}_{n+1}^{m+1} - \boldsymbol{\Psi}_{n+1}^m}{\boldsymbol{\Psi}_{n+1}^{m+1}} \right\| \leq \text{Tolerancia}, \quad (27)$$

donde $\boldsymbol{\Psi}$ representa tanto los incrementos de cargas de presión ($\delta \mathbf{h}$) como los

incrementos de los desplazamientos ($\delta \mathbf{u}$). El símbolo $\| \cdot \|$ denota la norma Euclidiana del vector $\boldsymbol{\psi}$ dada como

$$\|\boldsymbol{\psi}\| = \sqrt{\sum \psi_i^2}. \quad (28)$$

Enseguida se verifican tanto el balance de masa como el equilibrio de fuerzas para las soluciones obtenidas observando el grado de aproximación de las soluciones. Finalmente, los vectores nodales de cargas de presión y desplazamientos son actualizados según

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{h}_{n+1} \\ \mathbf{u}_{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{h}_n \\ \mathbf{u}_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \delta \mathbf{h}_{n+1}^{m+1} \\ \delta \mathbf{u}_{n+1}^{m+1} \end{Bmatrix}. \quad (29)$$

4 SIMULACIONES NUMERICAS

4.1 Descripción de los modelos

Un modelo que consiste en un volumen cilíndrico de 50 metros de profundidad con una extensión radial de 250 metros es utilizado para las simulaciones. La simetría axial del modelo permite el uso de una cuarta parte de todo el volumen como mostrado en la [Figura 1](#). Considerando la geometría del problema, sería suficiente el uso de un simple modelo axisimétrico para la obtención de resultados a un bajo costo computacional, sin embargo, uno de los objetivos de este trabajo también consiste en mostrar la eficiencia del código computacional implementado en función a su desempeño a pesar de la simplicidad del modelo adoptado.

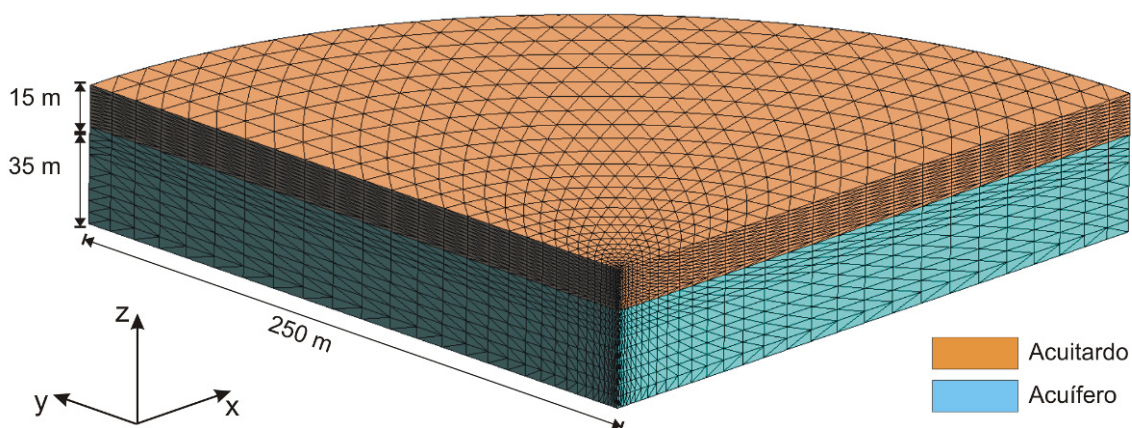


Figura 1: Modelo geométrico y malla de elementos finitos.

El volumen está compuesto por 2 estratos, el estrato superior de 15 m de espesor corresponde a un acuitardo de arcilla mientras que el estrato inferior de 35 m de espesor corresponde a un acuífero de arena semiconfinado. Con fines de simplicidad se asume que ambos estratos son homogéneos e isotrópicos. Inicialmente se considera que el sistema acuífero está en equilibrio hidrostático correspondiente al nivel del agua en $z = 45$ m.

Un pozo de radio $r_w = 0.3$ m y 25 m de profundidad es perforado verticalmente en $x, y = 0$ m atravesando todo el acuitardo y parte del acuífero, sin embargo, se permite filtración a través del pozo localizado en la región acuífera por la imposición de una carga hidráulica total de 35 m para $25 \text{ m} \leq z \leq 35 \text{ m}$. Adicionalmente en esta región se restringen los movimientos horizontales permitiéndose únicamente los movimientos verticales. En las superficies

laterales correspondientes a un radio de 250 m se fija una carga hidráulica total de 45 m restringiéndose cualquier movimiento horizontal. En la superficie vertical impermeable localizada en $x = 0$ m se restringen los movimientos en la dirección x . En la superficie vertical impermeable localizada en $y = 0$ m se restringen los movimientos en la dirección y . La superficie horizontal impermeable de la base del modelo, localizada en $z = 0$ m, es fijada verticalmente permitiéndose solamente movimientos horizontales mientras que la superficie horizontal en la cima del modelo localizada en $z = 50$ m, es libre de moverse en todas las direcciones. Los desplazamientos iniciales son considerados nulos.

En el estrato superior del acuitardo parcialmente saturado se establece una carga de presión mínima de -5 m a fin de evitar problemas de inestabilidad debido al descenso de la superficie freática. Las propiedades del sistema acuífero semiconfinado son dadas en la [Tabla 1](#), estas propiedades corresponden a sedimentos no consolidados y son las mismas utilizadas por [Kim and Parizek \(1997\)](#) y [Kim and Parizek \(2005\)](#). La compresibilidad del agua es $\beta_w = 4.40 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{kN}$ y su peso específico es $\gamma_w = 9.81 \text{ kN/m}^3$.

Un sistema acuífero libre también es modelado en este trabajo considerándose la misma geometría y condiciones de contorno del acuífero semiconfinado, sin embargo, se utilizan las propiedades del acuífero de arena para todo el modelo.

Para la creación de los modelos, imposición de condiciones de contorno, materiales, malla de elementos finitos y creación de los archivos de procesamiento de datos y post-procesamiento, se utilizó el programa computacional [GID v.10.0](#).

Propiedad	Unidades	Arena	Arcilla
Porosidad inicial ϕ_0	[-]	0.44	0.66
Permeabilidad saturada inicial $K_{\text{sat}xx}^0 = K_{\text{sat}yy}^0 = K_{\text{sat}zz}^0$	[m/hr]	3.26	8.24×10^{-3}
Módulo de Poisson del esqueleto sólido $\nu = \nu_{xy} = \nu_{yx} = \nu_{xy}$	[-]	0.25	0.35
Módulo de Young del esqueleto sólido $E = E_x = E_y = E_z$	[kPa]	$8.33 \times 10^{+3}$	$3.12 \times 10^{+2}$
Módulo de Poisson de los granos sólidos ν_s	[-]	0.25	0.35
Módulo de Young de los granos sólidos E_s	[kPa]	$1.90 \times 10^{+6}$	$2.42 \times 10^{+5}$
Peso específico de los granos sólidos γ_s	[kN/m ³]	26.0	27.5
Saturación residual del agua S_{wr}	[-]	0.152	7.58×10^{-5}
Parámetro de van Genuchten θ_{vg}	[m ⁻¹]	9.127	1.352
Parámetro de van Genuchten n_{vg}	[-]	4.27	1.20

Tabla 1: Propiedades de los materiales utilizados en el acuífero semiconfinado y libre. $\beta = 3(1 - 2\nu)/E$;

$\beta_s = 3(1 - 2\nu_s)/E_s$; $\alpha_{xx} = \alpha_{yy} = \alpha_{zz} = \alpha_c = 1 - \beta_s / \beta$; $D_{11} = D_{22} = D_{33} = E(1 - \nu)/(1 + \nu)/(1 - 2\nu)$,
 $D_{12} = D_{21} = D_{13} = D_{31} = D_{23} = D_{32} = E\nu/(1 + \nu)/(1 - 2\nu)$, $D_{44} = D_{55} = D_{66} = E/2/(1 + \nu)$. Los coeficientes de los tensores α y \mathbf{D} no mencionados son nulos.

4.2 Resultados y Análisis

Una malla de elementos finitos tetraédricos (ver [Figura 1](#)) es utilizada para las

simulaciones numéricas. Un mayor refinamiento es asignado alrededor de la zona del pozo especialmente en el estrato correspondiente al acuitardo. La malla está compuesta por 59,400 elementos ligados a través de 11,408 nodos. La misma malla es utilizada para ambas simulaciones, acoplada y desacoplada, en los sistemas acuíferos semiconfinado y libre. En todas las simulaciones el incremento de tiempo inicial fue de 1 minuto adoptándose posteriormente un incremento de tiempo dinámico (Miqueletto, 2007) hasta un valor máximo de 240 horas. Como criterio de convergencia se adoptó una tolerancia máxima de 1% para las cargas hidráulicas y los desplazamientos. El método de los gradientes biconjugados asociado a un sistema especial de almacenamiento de datos (Press et al. 1992) fue usado para solucionar el sistema de ecuaciones en todas las iteraciones. La simulación fue llevada a cabo hasta que se alcanzó la condición de régimen permanente aproximadamente después de 8400 horas. Los tiempos computacionales gastados en las simulaciones fueron de aproximadamente 6 minutos para los análisis desacoplados mientras que para los acoplados fueron de 4 horas.

La Figura 2 muestra los resultados correspondientes a la distribución de las cargas de presión, cargas totales, velocidades y desplazamientos en régimen permanente. Todos los resultados fueron obtenidos a partir de una malla deformada exagerada 10 veces. Se observa que las mayores velocidades son de 20 m/hr y se concentran en una pequeña región alrededor del pozo, como era de esperarse. Con estas velocidades, el número de Reynolds se establece entre 2 y 5, confirmando la hipótesis inicial de flujo laminar y validando el uso de la ley de Darcy-Buckingham (Delleur, 1999). Se observa también que los máximos desplazamientos que resultan entre 0.45 y 0.55 m también se establecen alrededor del pozo principalmente en un radio de 15 m.

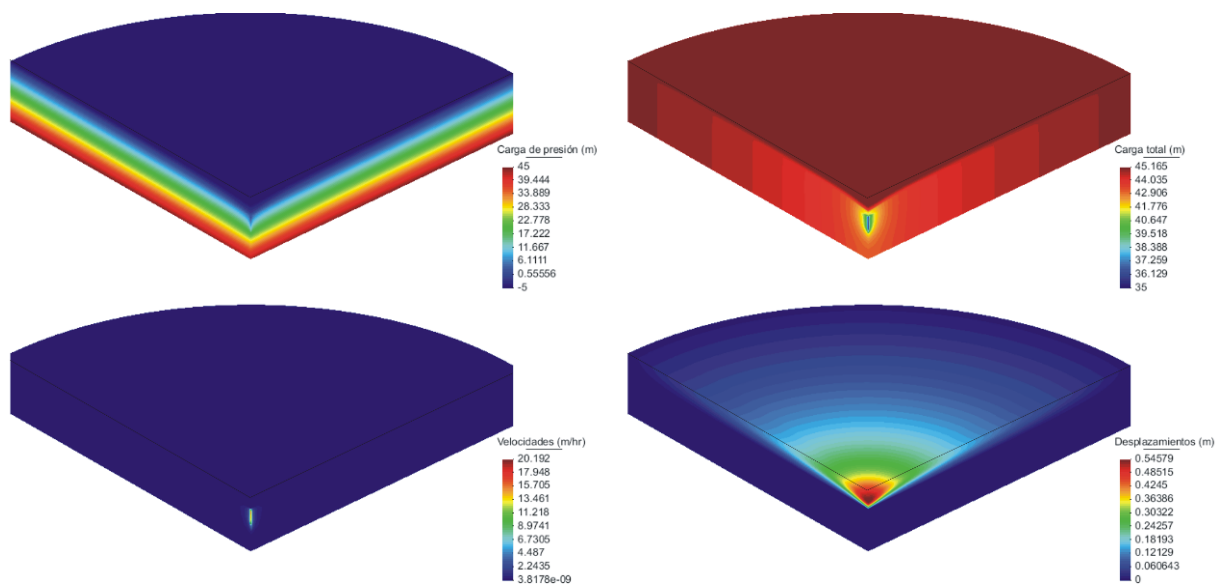


Figura 2: Distribución de cargas de presión, cargas totales, velocidades y desplazamientos en la condición de régimen permanente para el acuífero semiconfinado.

Las distribuciones finales de cargas de presión, cargas totales y velocidades, como resultado del análisis desacoplado, resultaron similares a los del análisis acoplado, sin embargo, algunas diferencias pudieron ser observadas en las cargas hidráulicas totales como muestra la Figura 3. En ella se presentan los resultados de 2 puntos localizados en un radio de 15 m del pozo de bombeo, correspondientes a las elevaciones $z = 32.5$ m (acuífero) y en $z = 37.5$ m (acuitardo) para ambos análisis acoplado y desacoplado.

Se observa que las curvas resultantes del análisis desacoplado presentan una disminución

de carga hidráulica, en tanto que el punto localizado en el acuitardo tiene una disminución que se ve retardada por la menor permeabilidad que existe en esta región.

Por otro lado, en relación a los resultados del análisis acoplado, se observa que la curva seguida por el punto localizado en la región del acuitardo experimenta el denominado efecto de Noordbergum. Esto se traduce en un incremento de la carga total que alcanza un valor máximo de 45.5 m, 4 minutos (240 segundos) luego de haberse iniciado el bombeo. Después de 162 minutos (10,000 segundos) este incremento se disipa y la carga total disminuye siguiendo una trayectoria similar al análisis desacoplado hasta alcanzar el régimen permanente. La curva seguida por el punto localizado en el acuífero experimenta una disminución de la carga total desde el instante inicial del bombeo, comportamiento similar al del análisis desacoplado. Cuando el régimen permanente es alcanzado las cargas hidráulicas de ambos análisis, acoplado y desacoplado, convergen en un valor aproximado de 42.8 m.

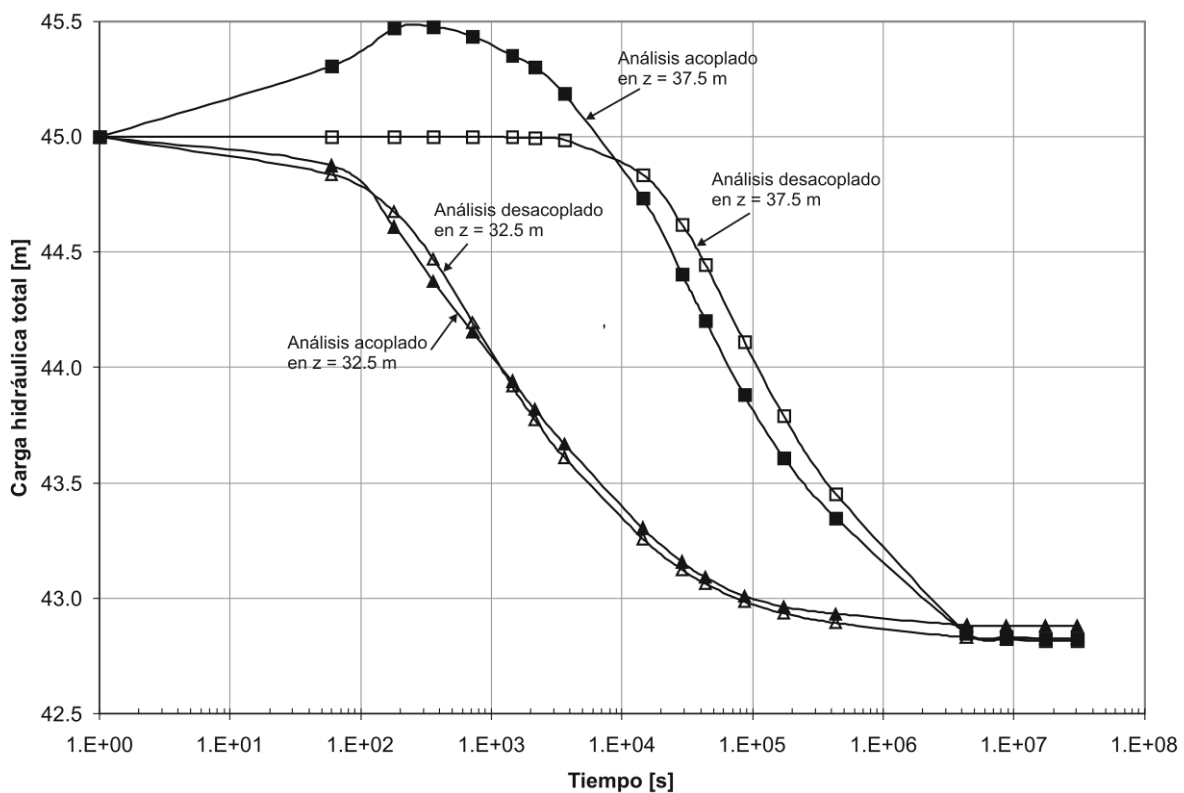


Figura 3: Cargas hidráulicas totales para 2 puntos localizados en un radio de 15 m del pozo de bombeo en las elevaciones $z = 32.5$ m y 37.5 m para el acuífero semiconfinado.

Las desplazamientos originados, para 3 puntos localizados en la superficie superior del acuitardo en $r = 15$ m, $r = 52$ m y $r = 107$ m, son presentados en la Figura 4. Puede observarse que los desplazamientos verticales son mayores en las regiones próximas del pozo, incrementándose principalmente durante las primeras 10 horas de bombeo. Posteriormente, los desplazamientos decrecen hasta alcanzar la condición permanente.

La Figura 5 presenta los resultados de las cargas hidráulicas totales en el acuífero libre. A diferencia del acuífero semiconfinado, el efecto de Noordbergum no es más observado y todas las cargas hidráulicas, inclusive las resultantes del análisis acoplado, disminuyen con el transcurrir del tiempo hasta un valor equivalente a 43.1 m. A pesar de comportamientos similares, ligeras diferencias entre las curvas resultantes del análisis acoplado y desacoplado pueden ser apreciadas. Estas diferencias se establecen porque en el análisis acoplado, las

deformaciones del medio poroso modifican la permeabilidad disminuyéndola, por esta razón, las cargas hidráulicas resultantes del análisis acoplado son un poco mayores que las del análisis desacoplado que mantiene la permeabilidad del medio intacta.

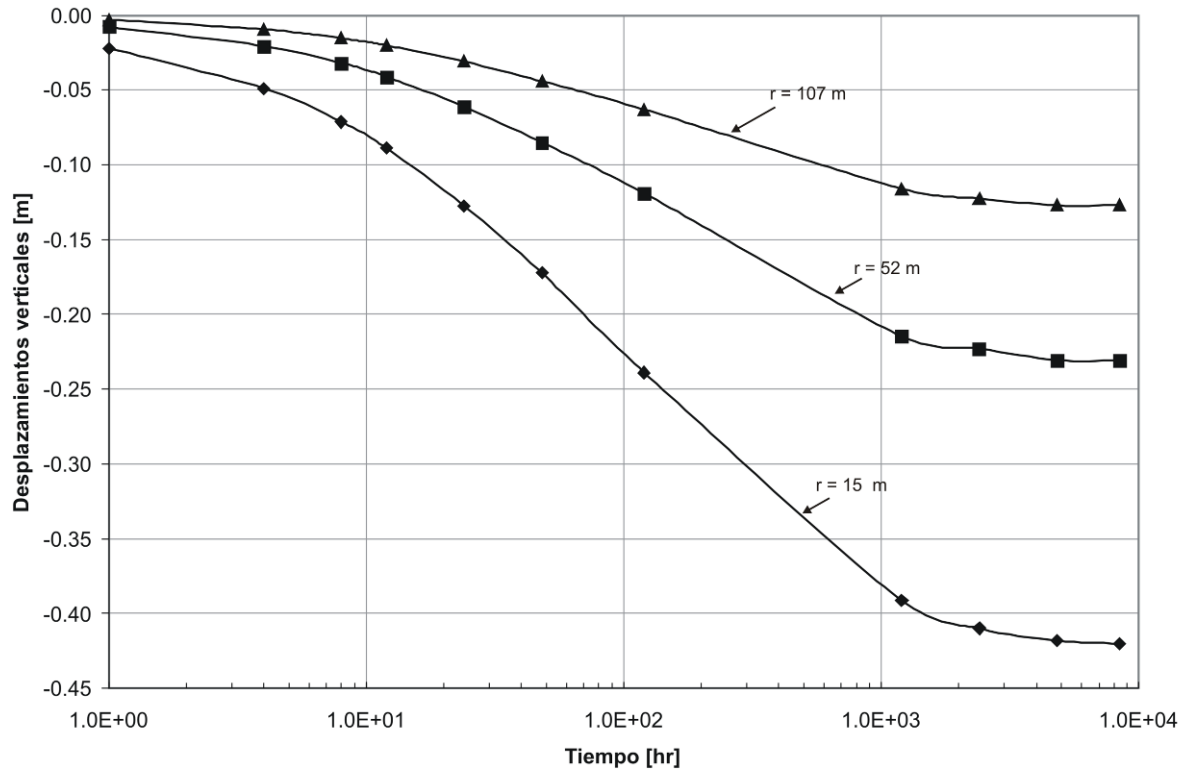


Figura 4: Desplazamientos de tres puntos localizados en la superficie superior del acuitardo en $z = 0$ para $r = 15$ m, $r = 52$ m y $r = 107$ m.

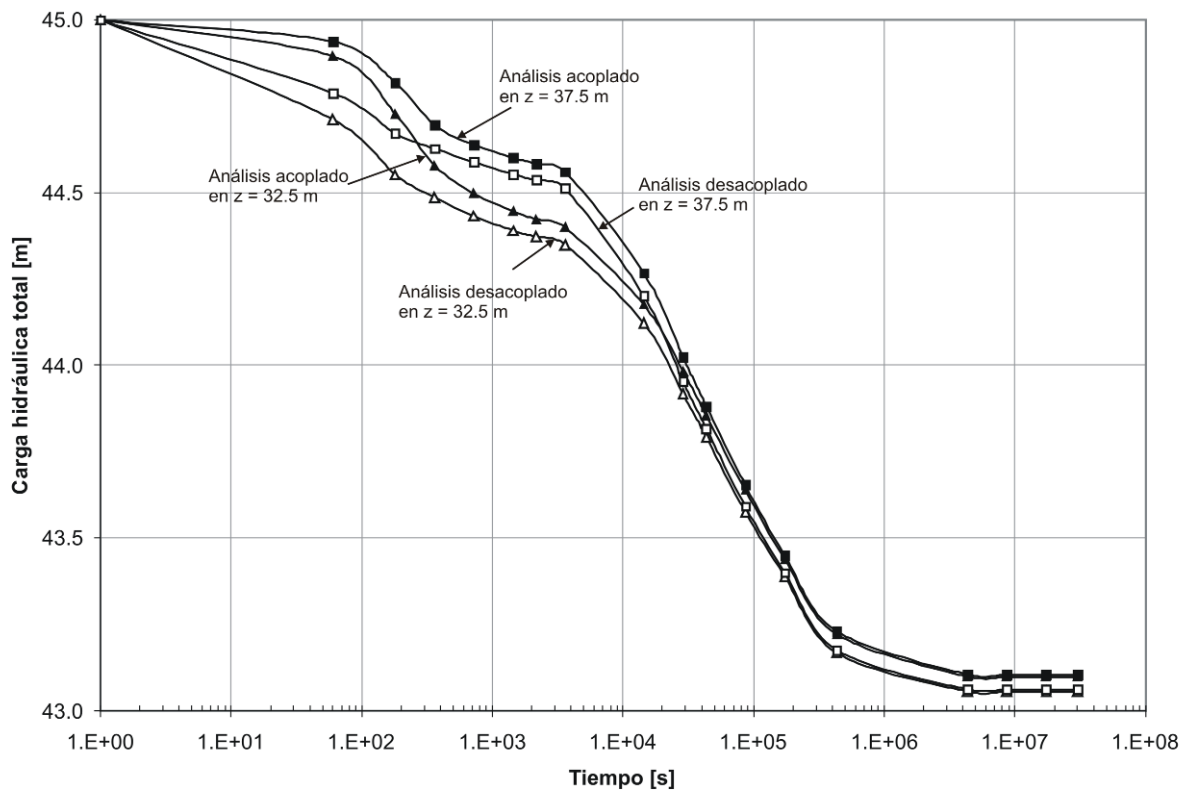


Figura 5: Cargas hidráulicas totales para 2 puntos localizados en un radio de 15 m del pozo de bombeo en las elevaciones $z = 32.5$ m y 37.5 m para el acuífero libre.

La [Figura 6](#) muestra la evolución en el tiempo de tres puntos localizados sobre la superficie superior del acuífero libre en $z = 50$ m para $r = 15$ m, $r = 52$ m y $r = 107$ m. Conforme se puede observar, se obtienen curvas con comportamientos semejantes a los del acuífero semiconfinado, sin embargo, la magnitud de los nuevos desplazamientos resulta bastante inferior, con valores que no superan los 6 cm. Estas diferencias se deben principalmente a los parámetros utilizados en los dos sistemas, el acuífero es más rígido que el acuitardo y por lo tanto resulta lógico que se obtengan menores desplazamientos.

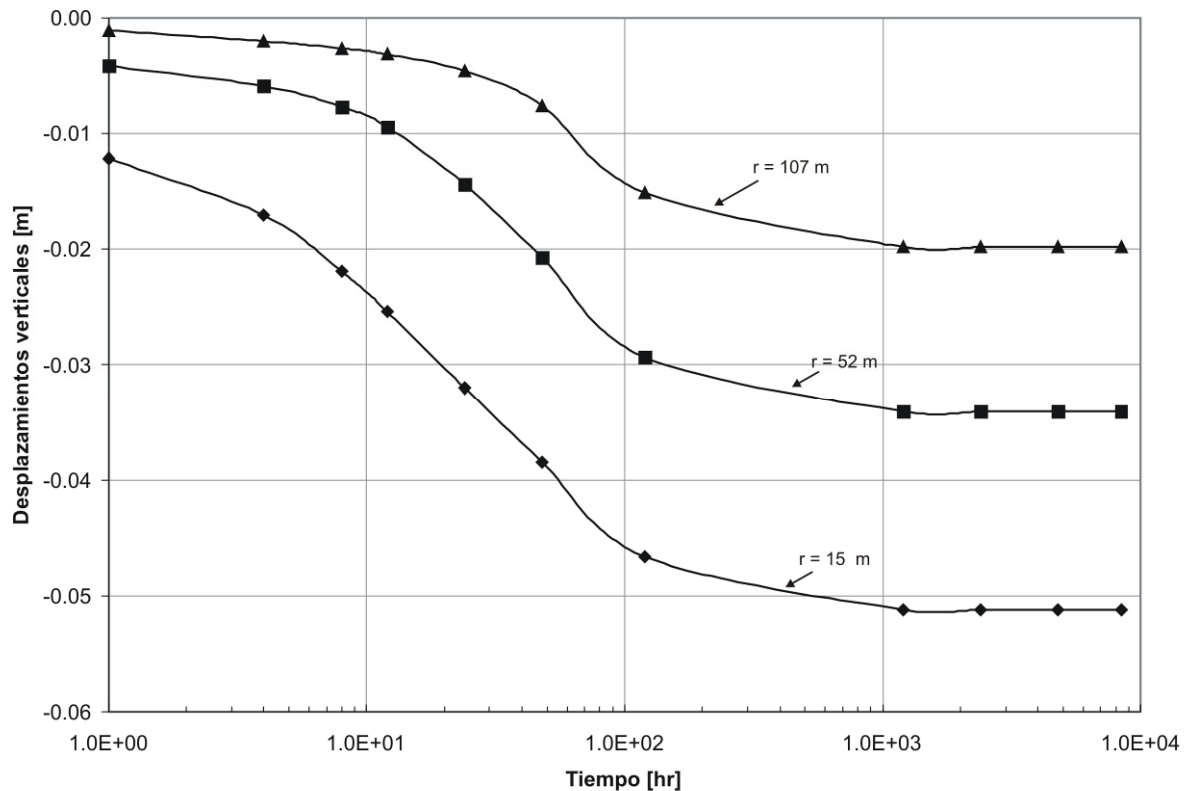


Figura 6: Desplazamientos de tres puntos localizados en la superficie superior del acuífero en $z = 0$ para $r = 15$ m, $r = 52$ m y $r = 107$ m.

Finalmente, la [Figura 7](#) presenta los resultados de las velocidades, en régimen permanente, de cuatro puntos nodales localizados en la captación del pozo de bombeo, estos puntos nodales se encuentran en las elevaciones $z = 25$ m, $z = 27.5$ m, $z = 30.0$ m y $z = 35.0$ m. Conforme se observa, a pesar de similares, las velocidades resultantes del análisis desacoplado resultan ser superiores a las del análisis acoplado en ambos casos, acuífero semiconfinado y libre, mostrando la influencia que ejercen las deformaciones sobre los procesos de flujo.

Se observa también que las velocidades resultantes en el acuífero semiconfinado son menores que las del acuífero libre, principalmente en el nodo localizado en la interfase de ambos estratos ($z = 35$ m), esto resulta coherente considerando la menor contribución de flujo proveniente del acuitardo que posee menor permeabilidad. Con estas velocidades, el caudal medio extraído por el pozo de bombeo en el acuífero semiconfinado fue de $82 \text{ m}^3/\text{hr}$ para el análisis desacoplado y de $79 \text{ m}^3/\text{hr}$ para el análisis acoplado. En el caso del acuífero libre, el caudal total extraído para el análisis desacoplado resultó en $95 \text{ m}^3/\text{hr}$ mientras que el caudal extraído por el análisis acoplado resultó en $92.5 \text{ m}^3/\text{hr}$.

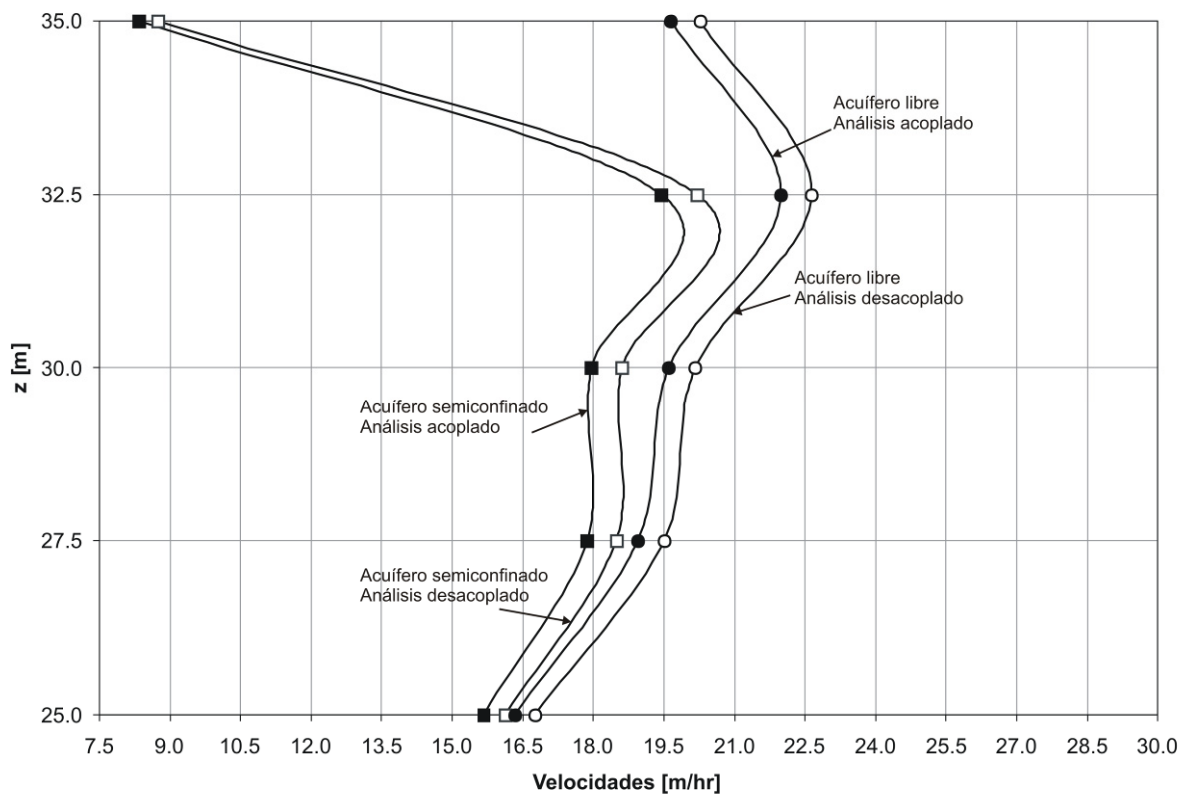


Figura 7: Velocidades resultantes en la condición de régimen permanente en todos los análisis.

5 CONCLUSIONES

Dos situaciones típicas de campo, concernientes a la extracción de aguas subterráneas a través de pozos de bombeo, fueron simuladas con la finalidad de comparar las respuestas obtenidas por la resolución de las ecuaciones de flujo, acoplada y desacoplada. Inicialmente fueron comparadas ambas respuestas para el caso de un acuífero semiconfinado por un acuitardo. De acuerdo con los resultados, para estos casos en particular, la influencia de los procesos mecánicos se torna evidente, principalmente en los instantes iniciales de bombeo por la presencia del efecto de Noordbergum. Este efecto se produce por la rápida deformación que sufre el acuitardo impidiendo el flujo de agua debido a su baja permeabilidad, como consecuencia las presiones en los poros aumentan en las regiones próximas a la interfase entre ambos estratos.

Enseguida, son comparados los resultados obtenidos por la simulación de un acuífero libre, en este caso no se observan diferencias significativas en las cargas hidráulicas, sin embargo, cuando son comparadas las velocidades, se observa que estas resultan ser mayores en el análisis desacoplado. Esta diferencia se debe principalmente a la deformación que experimenta el acuífero disminuyendo su permeabilidad y generando menores caudales extraídos en el análisis acoplado.

Los desplazamientos encontrados en ambos acuíferos, semiconfinado y libre, también fueron comparados. A partir de estos resultados se observó que el acuífero semiconfinado experimenta desplazamientos mayores debidos principalmente a una menor rigidez en el estrato correspondiente al acuitardo.

Finalmente, como resultado de estos análisis se puede concluir que efectivamente los

procesos mecánicos que se generan pueden afectar las propiedades hidráulicas de un acuífero principalmente cuando éste es menos rígido y se encuentra sometido a condiciones de confinamiento. De este modo, análisis hidromecánicos deberán ser realizados a fin de realizar mejores estimaciones de los variables hidráulicas a pesar de las mayores dificultades para obtener parámetros y los elevados costos computacionales en términos de simulación numérica.

REFERENCIAS

- Andreassen, G.E., and Brookhart, J.W., Reverse water-level fluctuations. In: R. Bentall (Editor), *Methods of Collecting and Interpreting Ground-Water Data. U.S. Geological Survey Water-Supply Paper*, 1544-H, pp.30-35, 1963.
- Biot, M.A., General theory of three-dimensional consolidation, *J. Appl. Phys.*, 12:155-164, 1941.
- Callari, C., and Abati, A., Finite element methods for unsaturated porous solids and their application to dam engineering problems. *Computers and Structures*, 87:485-501, 2009.
- Celia, M.A., Boloutas, E.T., Zarba, R.L. A General Mass-Conservative Numerical Solution for the Unsaturated Flow Equation. *Water Resources Research*, 26(7):1483-1496, 1990.
- Chen, H.Y., Teufel, L.W., and Lee, R.L., Coupled Fluid Flow and Geomechanics in Reservoir Study-I. Theory and Governing Equations. *SPE Annual Technical Conference & Exhibition held in Dallas, U.S.A.*, SPE 30752:507-519, 1995.
- Delleur J., *The Handbook of Groundwater Engineering*. CRC Press LLC, 1999.
- Dogan, A., and Motz, L.H., Saturated-Unsaturated 3D Groundwater Model. I: Development. *Journal of Hydrologic Engineering*, 10(6):492-504, 2005.
- Dogan, A., and Motz, L.H., Saturated-Unsaturated 3D Groundwater Model. II: Verification and Application. *Journal of Hydrologic Engineering*, 10(6):505-515, 2005.
- Ferronato, M., Castellato, N., and Gambolati, G., A fully coupled 3-D mixed finite element model of Biot consolidation. *Journal of Computational Physics*, Doi:10.1016/j.jcp.2010.03.018, 2010.
- Gutierrez, M.S., Lewis, R.W., Coupling of fluid flow and deformation in underground formations. *Journal Engineering Mechanics*, 128(7), 2002.
- Huyakorn, P.S., Springer, E.P., Guvanasen, V., and Wadsworth, T.D., A three-dimensional finite-element model for simulating water flow in variably saturated porous media. *Water Resour. Res.* 22:1790-1808, 1986.
- GID, The personal pre and postprocessor version 10.0. *International Center for Numerical Methods in Engineering*, CIMNE, 2010.
- Kihm, J.H., Kim, J.M., Song, S.H., and Lee, G.S., Three-dimensional numerical simulation of fully coupled groundwater flow and land deformation due to groundwater pumping in an unsaturated fluvial aquifer system. *Journal of Hydrology*, 335:1-14, 2007.
- Kim, J.M., A fully coupled finite element analysis of watertable fluctuation and land deformation in partially saturated soils due to surface loading. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 49, 1101–1119, 2000.
- Kim, J.M., Fully coupled poroelastic governing equations for groundwater flow and solid skeleton deformation in variably saturated true anisotropic porous geologic media. *Geosci., J.*, 8:291–300, 2004.
- Kim, J.M., and Parizek, R.R., A mathematical model for the hydraulic properties of deforming porous media. *Ground Water*, 37:546–554, 1999.
- Kim, J.M., and Parizek, R.R., Numerical simulation of the Noordbergum effect resulting from groundwater pumping in a layered aquifer system. *J. Hydrol.* 202,:231–243, 1997.

- Kim, J.M., and Parizek, R.R., Numerical simulation of the Rhade effect in layered aquifer systems due to groundwater pumping shutoff. *Adv. Water Resour.* 28:627–642, 2005.
- Kim, J.M., Constitutive equations for saturated hydraulic properties of deforming porous geologic media with compressible solid constituents. *Geosciences Journal*, 10(2):123-129, 2006.
- Miqueletto, M., *Desenvolvimento de Procedimentos Numéricos para Análise de Infiltração e Estabilidade de Taludes em Bacias de Drenagem*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. 152 p., 2007.
- NG, A.K.L., and Small, J.C., Use of coupled finite element analysis in unsaturated soil problems. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Gemech.*, 24:73-94, 2000.
- Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., and Flannery, B.P., *Numerical Recipes in C*, 2nd Edition. London: Cambridge University Press, 1992.
- Quevedo, R.J., *Implementação Numérica para Análise de Fluxo Transiente 3D em Barragens*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. 112 p., 2008.
- Quevedo, R.J., and Romanel, C., Rebaixamento Temporário do Lençol Freático sob Condições Bi e Tridimensionais. *XV COBRAMSEG*, Gramado, Brasil, 2010.
- Rodrigues, J.D., The Noordbergum effect and characterization of aquitards at the rio Maior Mining Project, *Ground Water*, 21 (2), 200-207, 1983.
- Simunek, J., Huang, K., and van Genuchten, M.T., The SWMS_3D - Code for Simulating Water Flow and Solute Transport in Three-dimensional Variably Saturated Media – Version 1.0.0. *Research Report 139*, US Salinity Laboratory, Riverside, California, 1995.
- van Genuchten, M.Th., A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44, 892–898, 1980.
- Verruijt, A., *Elastic storage of aquifers*, in R. J.M. De Wiest (ed.), *Flow through Porous Media*, Academic Press, New York, pp. 331-376, 1969.
- Zienkiewicz, A. C., Chan, A.H.C.; Pastor, M.; Schrefler, B.A.; and Shiomi, T., *Computational Geomechanics with special reference to Earthquake Engineering*. John Wiley & Sons, 1999.