

ELEMENTO FINITO BIDIMENSIONAL PARA LAMINADOS PIEZOELÉCTRICOS CON ELECTRODOS INTERDIGITALES.

Ahmad E. Guennam*, Bibiana M. Luccioni* ****

*Instituto de Estructuras, Universidad Nacional de Tucumán, **CONICET, Argentina.

Av. Pres. Gral. J. A. Roca 1800, T4000ACR San Miguel de Tucumán, Argentina.

Tel /FAX: 54-(0381)-4364087

e-mail: eguennam@herrera.unt.edu.ar, web page: <http://www.herrera.unt.edu.ar/iest/>

Keywords: Materiales piezoeléctricos, elementos finitos, membrana, electrodos interdigitales.

Abstract. *Los modos torsionales cobran una marcada importancia en la respuesta dinámica de estructuras aeronáuticas (alas y palas de helicópteros) cuando se manifiestan fenómenos aeroelásticos. El control activo de las mismas, usando fibras piezoeléctricas ha despertado un marcado interés en la última década. Además, la disposición de electrodos interdigitales permite maximizar el acoplamiento electromecánico en la dirección longitudinal de las fibras.*

Para que el análisis mediante elementos finitos de este tipo de estructuras sea eficiente, se requieren elementos de tipo membranal, capaces de incluir en su formulación matemática aspectos inherentes a los laminados piezoeléctricos que utilizan electrodos interdigitales. En particular, los elementos deben permitir simular la presencia del campo eléctrico paralelo al plano de los mismos.

En este trabajo se presenta la formulación de un elemento bidimensional, isoparamétrico, en tensión plana, con la posibilidad de incorporar laminados piezoeléctricos cuya dirección de polarización se encuentre contenida en el plano. A modo de ejemplo de aplicación, se utiliza el elemento formulado para modelar la porción activa del recubrimiento de una estructura cajón y se evalúa el desempeño al someterla a voltajes de control.

1 INTRODUCCION

Los usos recientes de piezocerámicos en control activo de estructuras han ilustrado la capacidad de estos materiales para mejorar el desempeño de las mismas^{1,2,3,4}. Como aplicación se puede citar el control activo de estructuras aeronáuticas (alas, palas de helicópteros y superficies de control) destinado a limitar, entre otros fenómenos, las oscilaciones producidas por el acoplamiento aeroelástico. Así se ha demostrado que es posible incrementar la velocidad de flutter y reducir significativamente las amplitudes de vibración.

La primera condición restrictiva de diseño, en ambos casos, es la necesidad de obtener desplazamientos y fuerzas piezoeléctricas suficientes con un peso mínimo de los actuadores.

La anisotropía de los materiales piezoeléctricos hace que existan direcciones en las que el acoplamiento se manifieste con mayor intensidad que en otras. Existen determinadas direcciones del campo eléctrico respecto de la estructura cristalina del material para las cuales determinados esfuerzos son máximos. Este hecho impulsó a la elaboración de dispositivos que permitan introducir campos eléctricos en tales direcciones.

El desarrollo de fibras piezoeléctricas permitió que los actuadores puedan adoptar fácilmente la forma de la estructura base. Inicialmente los electrodos utilizados consistían en placas metálicas, generando un campo eléctrico en dirección ortogonal a las deformaciones.

Luego, la introducción de electrodos interdigitales⁵ permitió hacer coincidir la dirección del campo con las deformaciones, usando las fibras con su máximo acoplamiento.

Como resultado de la combinación de fibras y electrodos interdigitales, se llegaron a elaborar parches y laminados piezoeléctricos como el que se esquematiza en la Figura 1.

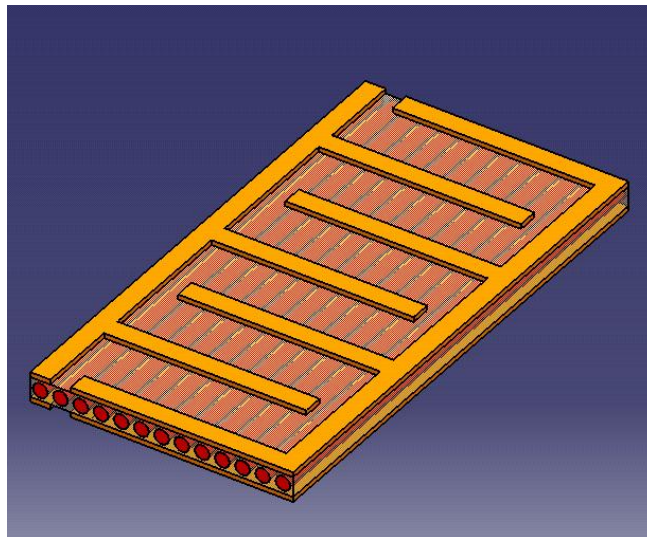


Figura 1: Esquema de una porción de laminado piezoeléctrico con electrodos interdigitales

Actualmente existen firmas comerciales dedicadas a la fabricación de dispositivos piezoeléctricos denominados parches, que utilizan los compuestos y el esquema de electrodos

descriptos. Entre las aplicaciones más destacadas pueden nombrarse el control de deformaciones y vibraciones en estructuras que, por su naturaleza, presentan gran flexibilidad.

2 ESTADO DEL ARTE

Los elementos finitos capaces de describir el comportamiento estructural de sistemas contruidos con materiales piezoeléctricos, pueden considerarse como una generalización de los utilizados en mecánica estructural clásica.

El primer modelo de elementos finitos que incluyó el fenómeno piezoeléctrico fue propuesto por Allik y Hughes⁶. El método ha encontrado gran aplicación en el área, y posteriormente, han surgido gran cantidad de trabajos que abordan el tema.

En búsqueda de herramientas para resolver problemas en los que están involucrados materiales piezoeléctricos, se han formulado gran cantidad de elementos. Es notable la cantidad de trabajos de investigación que surgieron en los últimos años. Al respecto, Benjeddou⁷ presenta un estudio sobre los avances y tendencias en formulaciones y aplicaciones del método de elementos finitos destinados a la modelación de estructuras adaptativas que utilizan materiales piezoeléctricos.

Aparentemente, los primeros esfuerzos en el área, estuvieron orientados básicamente al estudio y diseño de transductores piezoeléctricos, se trataban básicamente de elementos sólidos. Sin embargo, en las últimas dos décadas, con el creciente interés que cobraron las estructuras activas, especialmente en las ramas aeroespaciales, surgieron formulaciones de elementos mejor condicionados para tales aplicaciones. Así comenzaron a aparecer en la literatura elementos tipo cáscaras y placas que soportan materiales piezoeléctricos laminados.

- Elementos de cáscara:

Solo se encontraron en la literatura algunas formulaciones de elementos de cáscara que contemplan los fenómenos piezoeléctricos.

Lammering⁸, propuso un elemento de cáscara de cuatro nodos, con desplazamientos, giros y potencial eléctrico interpolados en forma lineal dentro del elemento. El elemento presenta 7 grados de libertad por nodo, tres desplazamientos, dos giros y dos potenciales eléctricos, uno para la cara superior y otro para la cara inferior. El modelo soporta un laminado de tres capas, generando a partir de las mismas una capa equivalente.

Thirupathi et al⁹ propuso un elemento cuadrilátero de cáscara, de ocho nodos, sin grados de libertad eléctricos en los nodos. El elemento fue formulado usando una teoría de cáscara tridimensional modificada. El efecto piezoeléctrico fue tratado como una deformación inicial.

Varadan et al¹⁰ propusieron un elemento tipo cáscara axial-simétrico de tres nodos y tres grados de libertad por nodo, dos desplazamientos en el plano y el potencial eléctrico.

Tzou et al.¹¹ formuló un elemento de cáscara modificado de 12 nodos. Los desplazamientos y potenciales eléctricos se supusieron cuadráticos en el plano y lineales a través del espesor.

Lee et al.¹² desarrollaron un elemento de cáscara de ocho nodos basado en una teoría multilamina y termopiezolectricidad lineal. Fue utilizado para modelar el comportamiento de laminados piezoeléctricos bajo excitaciones térmicas.

También se encontraron en la literatura trabajos que analizan estructuras tipo sándwich, en las que el centro es de un material convencional y se adhieren en la superficie parches que pueden cumplir la función de actuadores o sensores, (Lammering et al¹³). Los autores presentan distintas formulaciones variacionales y sus correspondientes soluciones mediante elementos finitos, pensados para diseñar distintas estructuras tipo cáscaras que poseen parches piezoeléctricos. Se basaron en la formulación de un elemento isoparamétrico de cáscara elástica gruesa, del tipo de Mindlin/Reissner. La cinemática de la estructura consta de los desplazamientos \tilde{u} , \tilde{v} y \tilde{w} correspondientes a la zona pasiva y a las capas piezoeléctricas.

- Elementos de placa:

Muchos de los desarrollos de elementos finitos para el análisis de placas se realizaron sobre las bases de las teorías clásicas, en las cuales el campo de desplazamiento en el plano se considera lineal a través del espesor. Por otra parte Mitchell y Reddy¹⁴ y Saravanos et al¹⁵ presentaron teorías más precisas que simulaban el comportamiento a través de las capas del laminado con mayor precisión. Se desarrollaron elementos, tanto para casos estáticos como dinámicos de laminados piezoeléctricos.

Saravanos et al¹⁵ supuso desplazamientos mecánicos y potencial eléctrico continuos a través del espesor del laminado. La teoría resultante representa con mayor generalidad la cinemática del alabeo de la sección transversal y captura la variación no lineal del potencial eléctrico a través del espesor cuando el laminado es grueso.

Suleman¹⁶ propuso un elemento de placa basado en la teoría de Mindlin con un potencial eléctrico por cada capa piezoeléctrica, utilizando integración numérica reducida.

Se pueden encontrar también en la literatura, formulaciones que utilizan teorías de capas discretas para laminados piezoeléctricos de placas. Estas formulaciones tienen la ventaja de representar el potencial con mayor precisión, gracias a las subdivisiones a través del espesor del elemento. En cuanto al campo eléctrico, se han propuesto diferentes maneras de aproximarlos, dependiendo de la manera en que está construida la estructura.

Cuando se utilizan laminados en los que se presentan varias capas (algunas piezoeléctricas) resulta necesario contemplar la posibilidad de que las diferentes capas piezoeléctricas estén sometidas a diferentes campos eléctricos. C. Chee et al¹⁷ propusieron un modelo que admite configuraciones multiláminas, con desplazamientos en el plano aproximados en forma cúbica, los desplazamientos transversales interpolados en forma cuadrática y los potenciales intralaminares aproximados de manera lineal. Cada capa del laminado puede tener una dirección particular y puede presentar o no propiedades piezoeléctricas. La figura 2 muestra un esquema del elemento considerado en el citado trabajo, allí se pueden observar las diferentes capas del laminado y el potencial eléctrico interpolado en cada una.

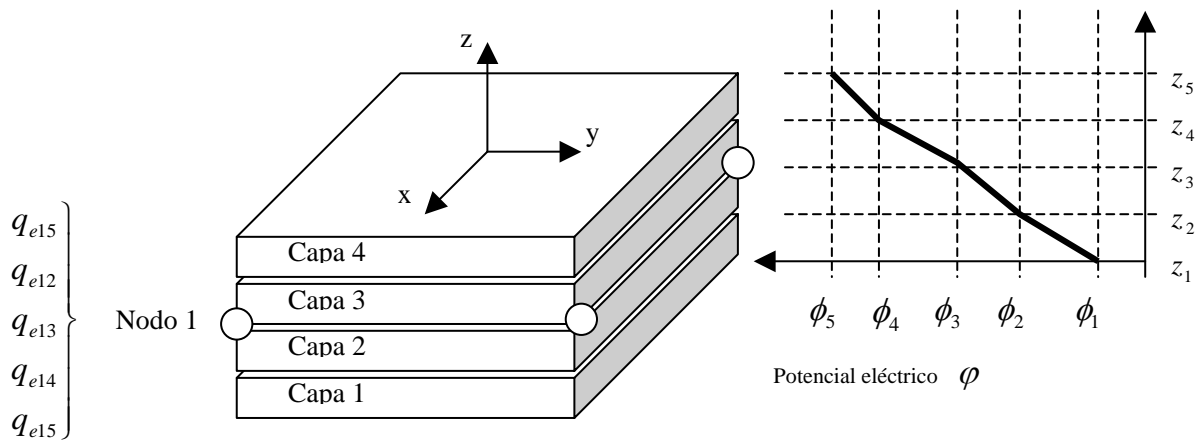


Figura 2: Esquema del elemento multilamina y la variación del campo eléctrico en el espesor propuesto por C. Chee et al¹⁷.

Además de los grados de libertad mecánicos, se incluye un valor de potencial eléctrico por cada interfase interlamina y las dos superficies exteriores del laminado. El subíndice n se refiere al número de nodo, y el s al número de interfase. El campo eléctrico se aproxima en dos etapas, con la primera se obtienen las funciones de distribución de potencial en cada interfase, para lo que utilizan funciones de forma isoparamétricas estándar, lineales de cuatro nodos.

3 FORMULACIÓN DE UN ELEMENTO PIEZOELÉCTRICO CON COMPORTAMIENTO MEMBRANAL

En este trabajo se presenta la formulación de un elemento bidimensional, isoparamétrico, en tensión plana, con la posibilidad de incorporar laminados piezoeléctricos cuya dirección de polarización se encuentre contenida en el plano. Se utiliza dicho elemento para modelar la porción activa del recubrimiento de una estructura cajón.

Respecto del sistema referencia local, el elemento presenta tres grados de libertad por nodo, dos desplazamientos mecánicos y el potencial eléctrico.

La figura 3 muestra el esquema de un elemento y los grados de libertad nodales respecto del sistema de coordenadas locales del mismo.

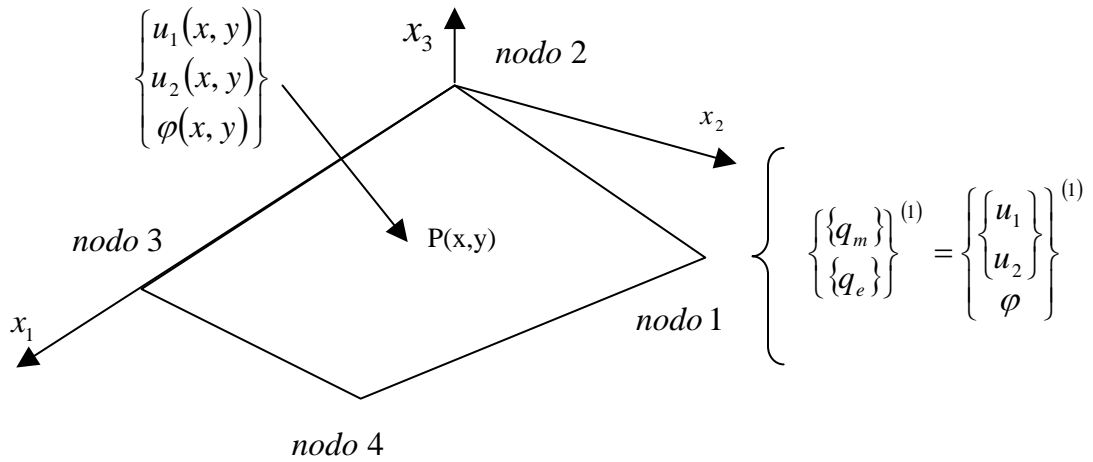


Figura 3: Esquema de un elemento y sus grados de libertad nodales respecto del sistema de coordenadas locales.

Para poder utilizar el elemento en estructuras tridimensionales, se realiza una expansión de la matriz de rigidez, para afectarla luego de los correspondientes operadores que definen la orientación del elemento respecto del sistema de coordenadas global de la estructura.

Este elemento está concebido con la idea de ser utilizado para modelar los parches piezoeléctricos citados anteriormente que se adhieran a las estructuras y cuyo objetivo es introducir fuerzas de actuación y sensar deformaciones en el plano de los mismos utilizando el máximo acoplamiento electromecánico.

Dentro del elemento, el potencial eléctrico y los desplazamientos se interpolan con funciones de forma lineales.

$$\varphi = N_1\varphi_1 + N_2\varphi_2 + N_3\varphi_3 + N_4\varphi_4 \quad (1)$$

En este caso se utilizaron para el potencial eléctrico, las mismas funciones de forma que para los desplazamientos.

En forma matricial:

$$\{\varphi\} = [N]\{q_e\} \quad (2)$$

Además, el campo eléctrico se obtiene de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} E_1 &= -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ E_2 &= -\frac{\partial \varphi}{\partial y} \end{aligned} \quad (3)$$

De las ecuaciones (1), (2) y (3) se obtiene:

$$\begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

En forma matricial:

$$\{E\} = [B_e] \{q_e\} \quad (5)$$

Donde:

$$[B_e] = - \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (6)$$

La ecuación de equilibrio dinámico del sistema discreto adopta la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} M_{mm} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_m \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{mm} & K_{me} \\ K_{em} & K_{ee} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_m \\ q_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_m \\ F_e \end{Bmatrix} \quad (7)$$

donde

$$[K]^{Global} = \sum_{e=1}^{nro \ de \ elementos} \begin{bmatrix} K_{mm} & K_{me} \\ K_{em} & K_{ee} \end{bmatrix}^e \quad (8)$$

Donde el símbolo \sum representa el proceso de ensamblaje.

Las submatrices que componen la matriz de rigidez del elemento se evalúan con las siguientes expresiones:

$$[K_{mm}] = t \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B_m]^T [C_{mec}] [B_m] J(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (9)$$

$$[K_{me}] = -t \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B_m]^T [C_{piezo}]^T [B_e] J(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (10)$$

$$[K_{em}] = -t \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B_e]^T [C_{piezo}] [B_m] J(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (11)$$

$$[K_{ee}] = -t \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B_e]^T [C_{diel}] [B_e] J(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (12)$$

En las ecuaciones (9), (10), (11) y (12), ξ y η son las coordenadas naturales en el plano de cálculo, y $J(\xi, \eta)$ es el jacobiano de la transformación del plano de cálculo al plano físico.

Los vectores consistentes de fuerzas y carga eléctrica tienen las siguientes expresiones respectivamente:

$$\begin{aligned} F_m &= \int_S \{F\}^T [N_m] dS + \int_{\Omega} \{f\}^T [N_m] dV \\ F_e &= - \int_S Q [N_e] dS - \int_{\Omega} q [N_e] dV \end{aligned} \quad (13)$$

Donde $\{F\}$, $\{f\}$, Q y q son las fuerzas superficiales, de volumen, las cargas eléctricas superficiales y de volumen respectivamente.

Las ecuaciones constitutivas que describen el comportamiento lineal de un medio piezoeléctrico son las siguientes:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= C_{ijkl} \varepsilon_{kl} - e_{kij} E_k \\ D_i &= e_{ikl} \varepsilon_{kl} + \chi_{ik} E_k \end{aligned} \quad (14)$$

Las propiedades electromecánicas del compuesto piezoeléctrico se obtuvieron utilizando un modelo que consiste en una generalización de la teoría de mezclas clásica¹⁸ y ha sido denominado modelo de Campos Uniformes por Hagood and Bent⁵. Utiliza sumas de componentes en serie y paralelo para modelar las propiedades efectivas del material compuesto por dos o más fases. La Figura 4 muestra un esquema de ensamblaje de los distintos constituyentes de una celda básica del compuesto piezoeléctrico con electrodos interdigitales.

Con las propiedades electromecánicas equivalentes del material piezoeléctrico y la hipótesis de estado plano de tensiones se obtiene las matrices $[C_{mec}]$, $[C_{piezo}]$, $[C_{diel}]$ con las constantes materiales condensadas utilizadas en (9), (10), (11) y (12).

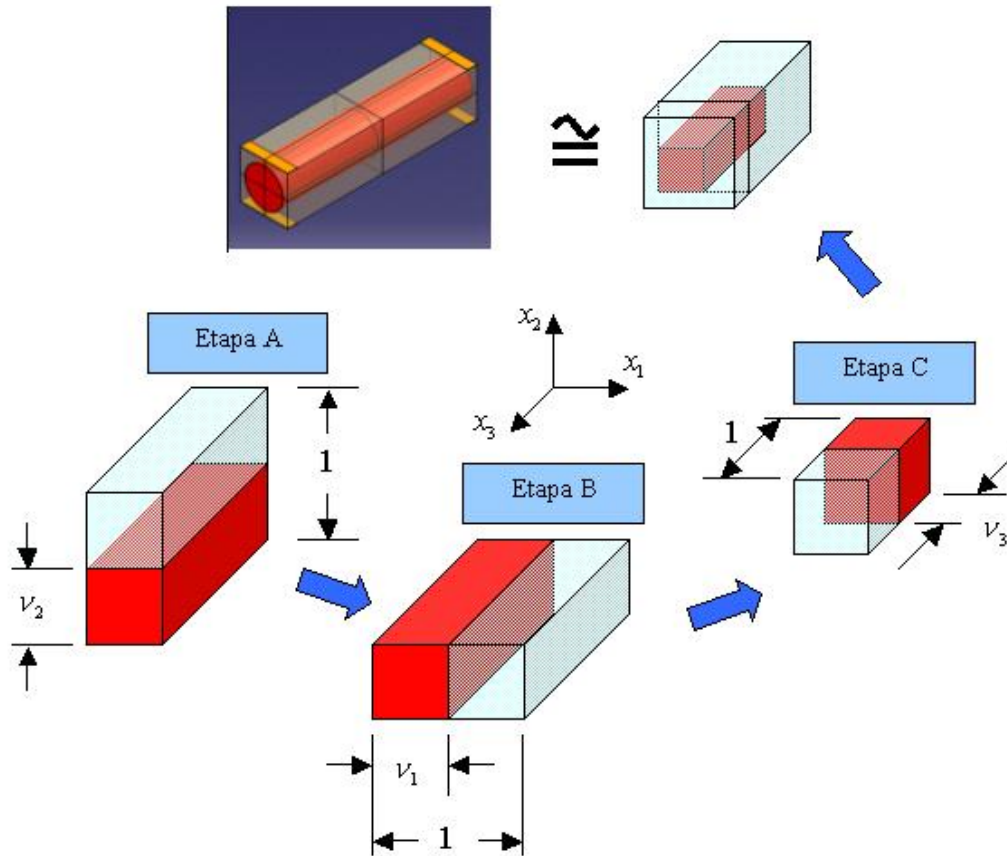


Figura 4: Esquema de combinaciones que permiten obtener las propiedades materiales equivalentes de un compuesto piezoeléctrico.

4 EJEMPLOS DE APLICACIÓN

4.1 Viga maciza

El primer modelo corresponde a una viga maciza cuyas dimensiones se muestran en la figura 5. La viga está empotrada en uno de sus extremos y en esa zona cercana a la raíz se disponen actuadores piezoeléctricos adheridos en ambas caras, superior e inferior.

Se realizó el análisis estático utilizando el elemento bidimensional de tensión plana formulado y también el elemento piezoeléctrico sólido en tensión plana CPS4E¹⁹ incluido en el programa comercial Abaqus. Los resultados se utilizaron para validar la formulación presentada.

Las propiedades materiales utilizadas se resumen en la tabla 1, donde los subíndices 1, 2 y 3 se refieren a las direcciones locales del compuesto.

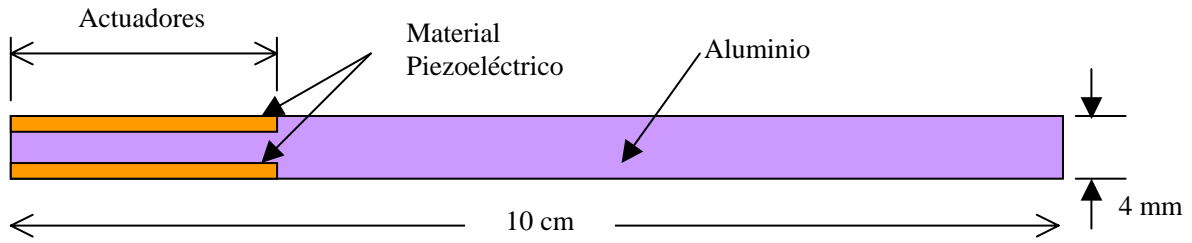


Figura 5: Esquema de la viga maciza empotrada dotada de actuadores piezoeléctricos en la zona de la raíz.

<u>ELÁSTICO</u>	<u>PIEZOELÉCTRICO</u>
$E_{11} = 1.2130E + 11 \text{ (N/m}^2\text{)}$	$e_{14} = 17.03 \text{ (N/mV)}$
$E_{21} = 0.8830E + 11 \text{ (N/m}^2\text{)}$	$e_{21} = -7.07 \text{ (N/mV)}$
$E_{22} = 1.3060E + 11 \text{ (N/m}^2\text{)}$	$e_{22} = 22.94 \text{ (N/mV)}$
$E_{31} = 0.9042E + 11 \text{ (N/m}^2\text{)}$	$e_{23} = -6.9 \text{ (N/mV)}$
$E_{32} = 0.8830E + 11 \text{ (N/m}^2\text{)}$	$e_{36} = 17.03 \text{ (N/mV)}$
$E_{33} = 1.3580E + 11 \text{ (N/m}^2\text{)}$	<u>DIELÉCTRICO</u>
$E_{44} = 0.2299E + 11 \text{ (N/m}^2\text{)}$	$\chi_{11} = 1.50905E - 08 \text{ (F/m)}$
$E_{55} = 0.2299E + 11 \text{ (N/m}^2\text{)}$	$\chi_{22} = 1.50905E - 08 \text{ (F/m)}$
$E_{66} = 0.2347E + 11 \text{ (N/m}^2\text{)}$	$\chi_{33} = 1.26694E - 08 \text{ (F/m)}$

Tabla 1: Resumen de las propiedades electromecánicas del material piezoeléctrico utilizado. La malla de elementos finitos utilizada para el análisis es la siguiente:

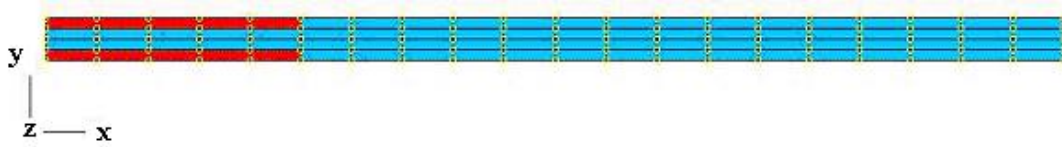


Figura 6: Malla de elementos finitos utilizada para el análisis de la deformación inducida por los actuadores piezoeléctricos.

Se aplicaron potenciales eléctricos a los nodos de los elementos correspondientes a los actuadores piezoeléctricos de manera de introducir un campo eléctrico de 800 V/m.

La comparación de los desplazamientos obtenidos por ambos medios se comparan en la figura 7.

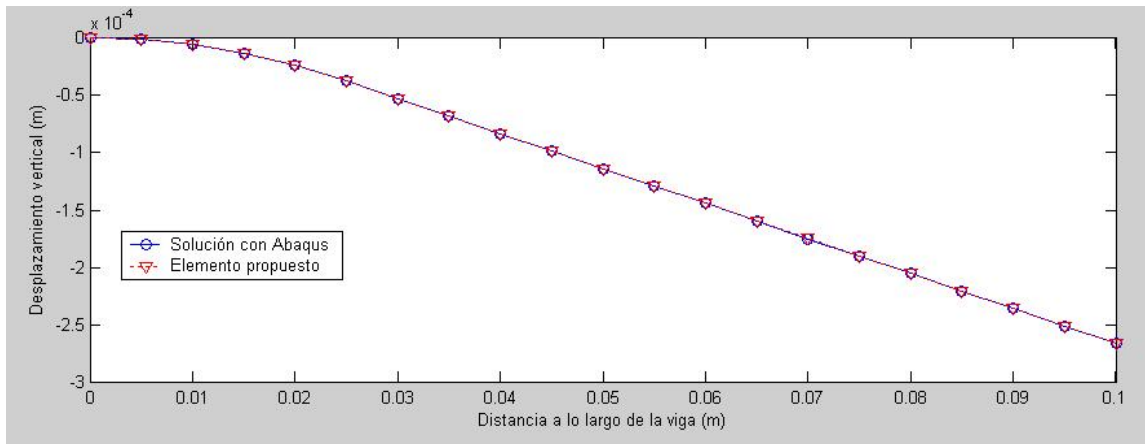


Figura 7: Desplazamiento vertical de la viga por efecto de los actuadores piezoeléctricos.

4.2 Viga cajón

Este ejemplo consiste en una viga cajón de aluminio a la que se le adhieren parches piezoeléctrico en sectores del recubrimiento. Los parches se posicionaron con un dirección de 45 grados respecto del eje longitudinal de la viga. Todas las láminas poseen 0.5 milímetros de espesor. La Figura 4 muestra un esquema de la geometría de la estructura analizada.

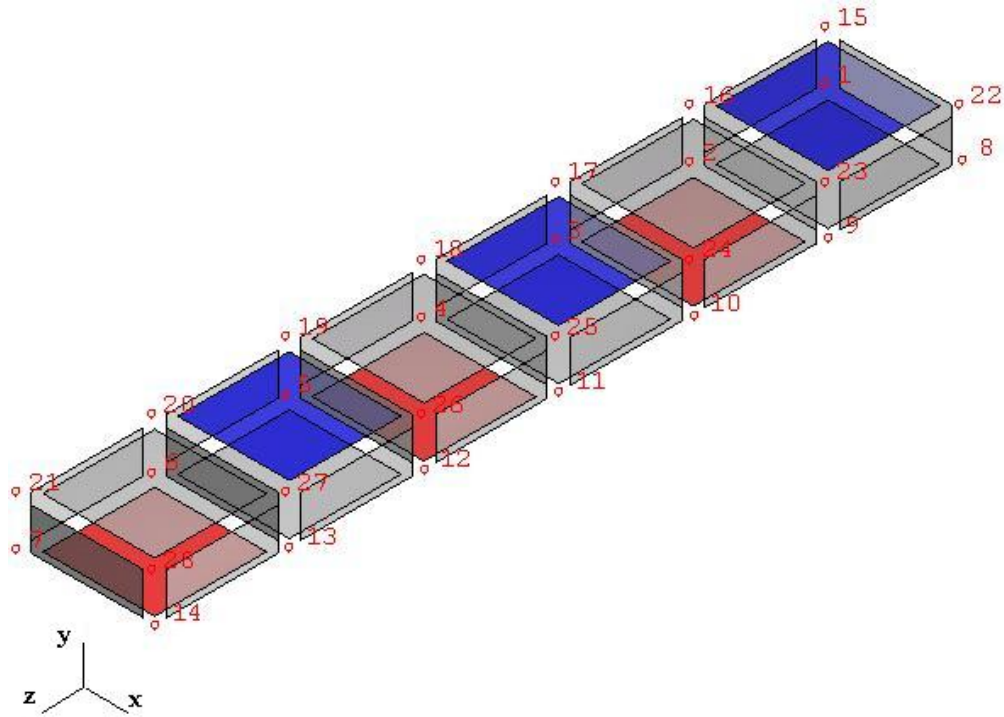


Figura 8: Malla de elementos finitos utilizada para el análisis de la viga cajón considerada.

La estructura considerada posee zonas activas de material piezoeléctrico, que se indican en la figura en color rojo y azul, los rojos poseen la orientación de las fibras del compuesto piezoeléctrico formando 45° con el eje global de la viga, mientras que en los azules el sistema local del material se encuentra rotado -45° . Las características electromecánicas se detallan en la Tabla 1. El control de las deformaciones torsionales se realiza mediante la aplicación de potenciales eléctricos en los nodos correspondientes a los elementos con propiedades piezoeléctricas, de manera tal que el campo eléctrico generado tenga un valor uniforme de 1000V/mm y sea paralelo a las fibras piezoeléctricas. La figura 5 muestra los valores de potenciales eléctricos utilizados.

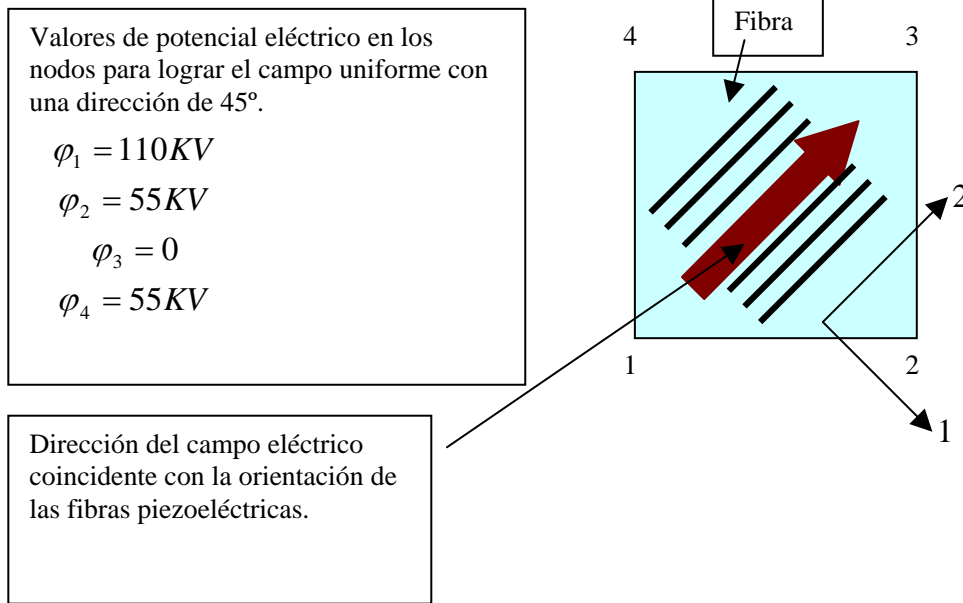


Figura 5: Potenciales eléctricos utilizados para lograr el campo eléctrico uniforme.

Como condiciones de borde mecánicas se restringieron los tres desplazamientos de los 4 nodos ubicados en uno de los extremos de la viga, quedando libre el otro extremo.

Con los potenciales eléctricos utilizados para generar el campo eléctrico de 1000 KV/mm se obtuvo un giro de 0.25° en la sección del extremo libre. La figura 6 muestra cualitativamente la deformación torsional de la viga.

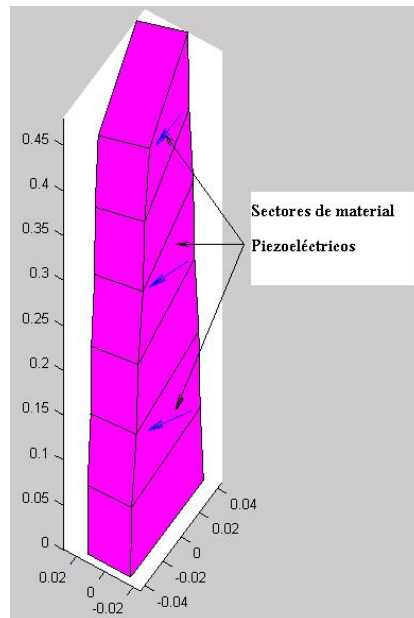


Figura 6: Deformación torsional de la viga cajón al aplicarle un campo eléctrico de 1000V/mm a los sectores del recubrimiento que presentan compuestos piezoeléctricos.

5 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado la formulación de un elemento membranar en tensión plana para compuestos piezoeléctricos con electrodos interdigitales. El modelo constitutivo utilizado permite obtener las propiedades electromecánicas del compuesto sin necesidad de recurrir a un análisis micromecánico.

Se demuestra que el elemento puede utilizarse para inducir deformaciones torsionales en estructuras de tipo cajón sin necesidad de emplear mallas densas. El ajuste del modelo para describir el comportamiento real puede conducir a la formación de modelos lo suficientemente completos sin llegar a ser demasiado caros computacionalmente y utilizar Matlab/Simulink en la resolución dinámica de problemas de control cuando aparecen fenómenos como el acoplamiento aeroelástico.

6 REFERENCIAS

- [1] Chango Nam, Youdan Kim, "Optimal Design of Composite Lifting Surface for Flutter Suppression with Piezoelectric Actuators". AIAA Journal, Vol. 33, Nro 10, Oct.1995.
- [2] Taehoh Lee, High Displacement Piezoelectric Trailing - Edge Flap Mechanism for Helicopter Rotors. PhD Thesis. University of Maryland (1999).
- [3] Kekana M.. A static shape control model for piezo-elastic composite structures, Composite Structures 59 (2003)129 –135.
- [4] J. S. Bevan. Piezoceramic actuator placement for acoustic control of panels. Nasa/CR-2001-211265.
- [5] A. Bent, Nesbit W. Hagood. "Piezoelectric Fiber Composites with Interdigitated Electrodes". Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 8 – Nov. 1997.
- [6] Allik H., Hughes T.J.R.. Finite Element Method for Piezoelectric Vibration, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1970, 2, 151-157.
- [7] A Benjeddou. Advances in Piezoelectric Finite Element Modeling of Adaptive Structural Elements: A Survey. Computers & Structures, 76 (2000) 347-363.
- [8] Lammering R. The application of a finite shell element for composites containing piezoelectric polymers in vibration control. Comput Struct 1991;41:1101-9.
- [9] Thirupathi SR, Seshu P, Naganathan NG. A finite static analysis of smart turbine blades. Smart Mater Struct 1997;6:607-15.
- [10] Varadan VV, Chin L, Varadan VK. Finite element modeling of extensional electroacoustic transducers. Smart Mater Struct 1993;2:201-7.
- [11] Tzou HS, Tseng CI. Distributed modal identification and vibration control of continua: Piezoelectric finite element formulation and analysis. J Dyn Syst, Measurement Control 1991;113:50-5.
- [12] Lee HJ, Saravanos D. A mixed multi-field finite element formulation for termopiezoelectric composite shell. International Journal of Solid and Structures 2000; 37:4949-4967 .
- [13] R. Lammering, S. Mesecke-Rischmann. Multi-field variational formulations and related finite elements for piezoelectric shells. Smart Materials and Structures 12(2003) 904-913

[14] J.N.Reddy On laminated composite plates with integrated sensors and actuators. *Engineering Structures* 21 (1999) 568–593.

[15] Saravanos DA, Heyliger PR, Hopkins DA. Layerwise mechanics and finite element for the dynamic analysis of piezoelectric composite plates. *Int J solids Struct* 1997;34:359-78.

[16] Suleman A. Venkayya VB. A simple finite element formulation for a laminated composite plate with piezo-electric layers. *J Intell Mater Syst Struct* 1995; 6:776-782.

[17] C. Chee, L. Tong, G. Steven. A mixed model for adaptive plates with piezoelectric for anisotropic actuation. *Computer & Structures* 77 (2000), 254-268.

[18] Modelo para compuestos piezoeléctricos utilizados en control activo de estructuras aeronáutica. A. Guennam, B. Luccioni. *Memorias de las XXXI Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural*, (2004).

[19] ABAQUS/Standar User Manual. V 6.3.1.

AGRADECIMIENTO

Los autores agradecen el apoyo económico del CONICET.