

## **ESTUDO DE CHAPAS DE CONCRETO ARMADO: COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS DE MODELOS FÍSICOS E NUMÉRICOS**

*Study of Reinforced Concrete Membranes: Comparison between results of physics and numerical models*

**Thiago Freitas da Silva<sup>a</sup>; Erika Mieko Uagaia<sup>a</sup>; João Carlos Della Bella<sup>b</sup>**

<sup>a</sup> *Mestrando do Curso de Engenharia Civil, Universidade de São Paulo*

<sup>b</sup> *Professor Doutor do Curso de Engenharia Civil, Universidade de São Paulo*

*Av Prof. Almeida Prado, Travessa 02 número 271-Butantã- São Paulo-SP- Brasil. CEP:05508-900*

### **Resumo**

As chapas de concreto armado encontram-se presentes em várias estruturas, como por exemplo, as almas de vigas e paredes estruturais, sendo por tanto, importante o aprofundamento do estudo do comportamento destes elementos. O que torna o dimensionamento das chapas não trivial é que, em geral, as direções das tensões principais não coincidem com as direções das armaduras. Este trabalho tem como objetivo apresentar brevemente os procedimentos de dimensionamento de elementos de chapa e comparar os resultados de modelos físicos conhecidos, com aqueles obtidos com modelos analíticos e numéricos empregando-se o programa computacional Atena. Este programa, baseado no Método dos Elementos Finitos, é dedicado à modelagem de estruturas de concreto armado, considerando as suas não linearidades físicas e tratando a fissuração de forma difundida na área de cada elemento.

*Palavras Chave: Concreto armado, Método dos Elementos finitos, chapas.*

## 1. INTRODUÇÃO

Elemento de superfície, segundo a NBR 6118, são elementos em que uma dimensão é relativamente menor que as outras duas. As chapas ou membranas são elementos de superfície plana sujeitos principalmente a ações contidas em seu próprio plano. Devido a estas ações, surgem esforços no elemento, usualmente chamados de esforços de membrana. Estes são os esforços normais nas duas direções  $n_{sx}$  e  $n_{sy}$  e os esforços tangenciais  $v_{sd}$ , como mostrado na Figura 1.

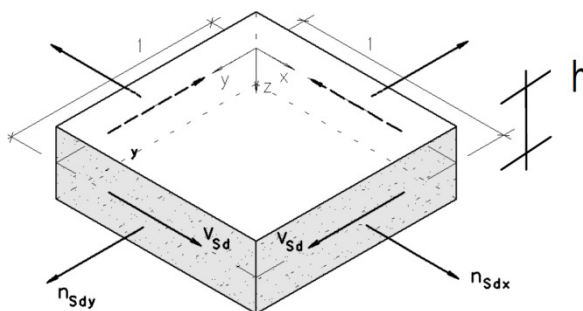


Figura 1: Esforços solicitantes em um elemento de membrana

Nas peças de concreto armado, devido à baixa resistência à tração do concreto, surgem fissuras nas regiões que estão sujeitas a este tipo de sollicitação. Em qualquer estrutura de concreto armado, é desejável que as armaduras estejam perpendiculares as fissuras. Porém, no caso das chapas, por razões construtivas, tal fato dificilmente ocorre. Isto torna o dimensionamento deste tipo de peça complexo.

Existem várias possibilidades para dimensionar estes elementos. Podem ser utilizados métodos analíticos e numéricos. Entre os métodos analíticos, pode-se citar o Método de Baumann e o “Modified Compression Field Theory (MCFT)”

Entre os métodos numéricos, o mais utilizado é o Método dos Elementos Finitos (MEF). No caso de chapas, é possível utilizar este método de duas formas. A primeira é fazer uma análise linear da estrutura, ou seja, admitindo o material elástico linear, obtendo assim os esforços para cada elemento de chapa e depois utilizar um método analítico para o dimensionamento.

Outra possibilidade é utilizar o MEF admitindo um comportamento não linear do material. Esta ferramenta é importante principalmente para verificações já que nestes modelos deve-se impor a armadura e seu posicionamento.

Isto posto, este estudo tem como objetivo comparar resultados obtidos através de métodos analíticos, numéricos e experimentais para elementos de chapas. Para isto, primeiramente, será apresentado brevemente dois modelos analíticos de chapas utilizados nesta comparação. São estes o Método de Baumann e o MCFT.

Como dados experimentais, foram tomados aqui aqueles obtidos pelos ensaios de Vecchio e Collins (1986). Jazra (2008) comparou estes ensaios com os modelos analíticos citados. Neste estudo serão utilizados os dados obtidos.

Para obtenção de dados numéricos, simulou-se alguns exemplos de chapas no software ATENA. Aqui serão apresentados os parâmetros utilizados nesta simulação.

## 2. MÉTODOS ANÁLITICOS DE DIMENSIONAMENTO

### 2.1. Elementos de Chapas

Os elementos de chapas podem ser definidos como um trecho em que as tensões normais e de cisalhamento não variam ao longo da sua extensão. Na Figura 2 são representados um elemento de concreto armado fissurado com armadura em malha ortogonal.

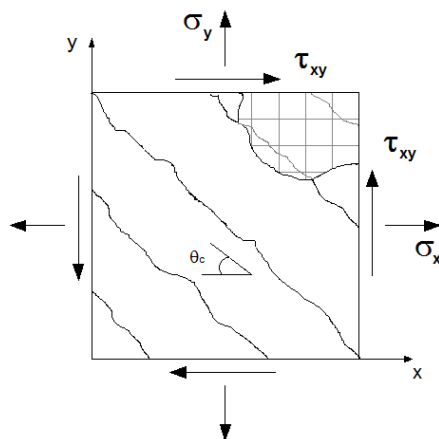


Figura 2: Elemento de concreto fissurado

As chapas de concreto armado possuem um comportamento de material homogêneo e contínuo no início de um carregamento gradual, sem apresentar fissuras. Após um determinado estágio, onde a resistência a tração no concreto é excedida pela tensão principal, ocorre o aparecimento de fissuras e as armaduras ficam solicitadas. As fissuras se encontram perpendicularmente à direção da tensão principal de tração. Neste estágio, o elemento não tem mais um comportamento de um meio contínuo e a armadura em conjunto com o concreto equilibram as cargas aplicadas.

Conforme o carregamento aumenta, surgem novas fissuras cujas direções são alteradas devido à presença da armadura e as aquelas existentes ficam menos notáveis. Neste ponto, vários fatores influenciam o comportamento do elemento, como por exemplo, o efeito de pino das armaduras, o engrenamento dos agregados ao longo das fissuras, a redução da resistência à compressão do concreto após a formação de fissuras e as tensões de tração desenvolvidas no concreto entre as fissuras (“tension-stiffening”).

Por fim, aumentando o carregamento, a chapa entrará em colapso quando ocorrer a ruptura do concreto e/ou a deformação plástica excessiva das armaduras, o que caracteriza o Estado Limite Último (ELU).

Entre as teorias existentes para o dimensionamento dos elementos de membrana de concreto armado pode-se citar o Método de Baumann e o Modified Compression Field Theory. Será feita aqui uma breve apresentação desses dois métodos.

## 2.2. Método de Baumann

Baumann, em 1972, satisfaz as condições de equilíbrio e compatibilidade das deformações das armaduras e do concreto de uma forma consistente.

O seu critério de dimensionamento considera um elemento de membrana com armadura ortogonal localizada no seu plano médio e submetido a um campo de tensões determinado no regime elástico linear ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\sigma_{xy}$ ) com armaduras dispostas em duas direções ortogonais,  $x$  e  $y$ . As tensões principais, 1 e 2, não possuem direções que coincidem com as direções das armaduras.

Quando submetida a um estado de tensão significativo, ou seja, pelo menos uma das tensões principais é de tração, as fissuras surgem paralelas mais ou menos retilíneas e, em

média, igualmente espaçadas entre si. A direção dessas fissuras é orientada pelas armaduras existentes, sendo oblíqua em relação às direções principais. O ângulo ( $\theta$ ) que a direção das fissuras faz com a direção  $y$  da armadura é em geral diferentes de zero, ou seja, as fissuras não são perpendiculares à direção da maior tensão principal.

As hipóteses de cálculo são admitidas as seguintes:

- os esforços solicitantes atuantes no elemento de membrana são aproximadamente uniformemente distribuídos ao longo de diversas barras;
- as fissuras são paralelas, aproximadamente retilíneas e uniformemente distribuídas (espaçamento constante);
- despreza o cisalhamento entre as fissuras devido o efeito de pino ao longo das fissuras e o engrenamento dos agregados, as armaduras resistem apenas a cargas axiais;
- despreza a resistência à tração do concreto;
- considera perfeita aderência entre a armadura e o concreto.

Definidas as equações de equilíbrio e de compatibilidade, chega-se a quatro casos básicos de dimensionamento, definidos pelo CEB (1990) e mostrados na Figura 3.

- Caso I – tração na armadura nas duas direções e compressão oblíqua no concreto
- Caso II – tração na armadura na direção  $y$  e compressão oblíqua no concreto
- Caso III – tração na armadura na direção  $x$  e compressão oblíqua no concreto
- Caso IV – compressão biaxial no concreto

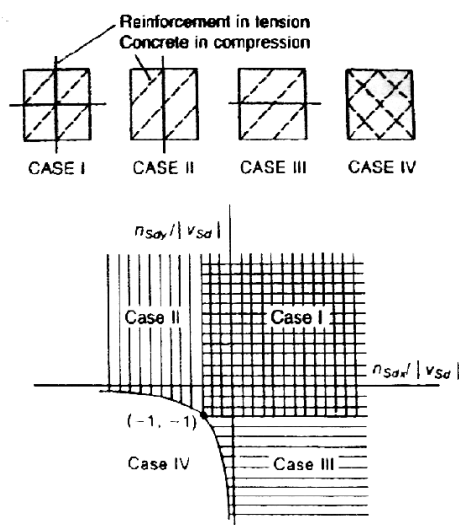


Figura 3 – Casos de dimensionamento de elementos de chapa CEB (1990)

Não faz parte do escopo deste artigo apresentar a formulação do Método de Baumann, porém estas equações estão amplamente divulgadas na literatura em trabalhos com os de Leonhardt (1978) e Jazra (2008).

### 2.3. Modified Compression Field Theory (MCFT)

O método de Baumann tem como uma de suas vantagens a simplicidade de uso devido as suas hipóteses simplificadoras. Entretanto o comportamento real da chapa de concreto armado envolve fenômenos mais complexos. Quando a peça sofre um carregamento, aparecem fissuras iniciais e a medida que o carregamento aumenta, as fissuras pré-existentes podem se

propagar ou fechar. As tensões nas barras não são uniformes sendo maiores nas regiões próximas as das fissuras. As fissuras são capazes de transmitir cisalhamento devido ao engrenamento dos agregados, porém elas não podem transmitir tração. Além disso, pode existir tração entre as fissuras.

Assim, diferentemente do modelo de Baumann, o MCFT considera a tensão de cisalhamento entre fissuras e a tensão de tração no concreto entre fissuras. As hipóteses básicas do modelo, conforme prescrito por Vecchio e Collins (1986) são:

- a) as deformações do elemento fazem com que os lados permaneçam retilíneos e paralelos;
- b) para cada estado de deformação, existe apenas um estado de tensão correspondente;
- c) as tensões e deformações podem ser consideradas em termos de valores médios;
- d) as armaduras longitudinais e transversais estão distribuídas uniformemente sobre o elemento;
- e) a direção das tensões principais e das deformações principais são coincidentes;
- f) é desprezado o efeito de pino nas armaduras;

### **3. MODELO EXPERIMENTAL**

Em 1986, Vecchio e Collins ensaiaram experimentalmente trinta elementos de concreto armado de 890x890x70mm submetidos a carregamento no próprio plano para desenvolver modelos constitutivos capazes de representar o comportamento do concreto fissurado tanto na tração como na compressão.

A maioria dos elementos de concreto armado foi submetida ao carregamento de cisalhamento puro, alguns foram submetidos à compressão uniaxial, compressão biaxial combinada com cisalhamento e tração biaxial combinada com cisalhamento. Os elementos eram armados com duas camadas de malha de fios de aço soldados laminados a quente e com os fios na direção paralela aos lados dos elementos.

Na Tabela 1, temos as características dos elementos ensaiados e os seus respectivos resultados, sendo que as deformações e tensões no concreto e na armadura são médias.

Panel	Loading ratios $v:f_x:f_y$	Longitudinal steel		Transverse steel		Concrete		Experimental observations					Comments
		$\rho_s$	$f_{sy}$ MPa	$\rho_s$	$f_{st}$ MPa	$\epsilon'_{cs}$	$f'_{cs}$ MPa	$v_{cs}$ MPa	$v_{cs}$ MPa	Failure strains			
										$\epsilon_x/\epsilon_{ys}$	$\epsilon_y/\epsilon_{xs}$	$\epsilon_z/\epsilon'_{cs}$	
PV1	1:0:0	0.0179	483	0.0168	483	-0.0022	-34.5	2.21	>8.02	0.91	1.04	0.48	Edge failure
PV2	1:0:0	0.0018	428	0.0018	428	-0.0023	-23.5	1.10	1.16	0.38	0.43	0.10	Precracked — warped
PV3	1:0:0	0.0048	662	0.0048	662	-0.0023	-26.6	1.66	3.07	0.67	0.73	0.21	Steel brittle fracture
PV4	1:0:0	0.0106	242	0.0106	242	-0.0025	-26.6	1.79	2.89	4.91	5.47	0.18	
PV5	1:0:0	0.0074	621	0.0074	621	-0.0025	-28.3	1.73	>4.24	0.80	0.83	0.30	Edge failure
PV6	1:0:0	0.0179	266	0.0179	266	-0.0025	-29.8	2.00	4.55	5.36	5.48	0.23	
PV7	1:0:0	0.0179	453	0.0179	453	-0.0025	-31.0	1.93	>6.81	0.84	0.85	0.35	Edge failure
PV8	1:0:0	0.0262	462	0.0262	462	-0.0025	-29.8	1.73	>6.67	0.56	0.59	0.38	Edge failure
PV9	1:0:0	0.0179	455	0.0179	455	-0.0028	-11.6	1.38	>3.74	0.59	0.47	1.05	Poorly cast — voids
PV10	1:0:0	0.0179	276	0.0100	276	-0.0027	-14.5	1.86	3.97	0.64	4.47	1.48	
PV11	1:0:0	0.0179	235	0.0131	235	-0.0026	-15.6	1.66	3.56	1.28	2.37	0.61	
PV12	1:0:0	0.0179	469	0.0045	269	-0.0025	-16.0	1.73	3.13	0.40	4.34	0.93	
PV13	1:0:0	0.0179	248	0	—	-0.0027	-18.2	1.73	2.01	0.61	8.56	0.37	
PV14	1:0:0	0.0179	455	0.0179	455	-0.0022	-20.4	1.93	>5.24	0.55	0.56	0.27	Edge failure
PV15	0:-1:0	0.0074	255	0.0074	255	-0.0020	-21.7	—	>(-19.6) <sup>1</sup>	-0.93	0.14	0.58	Loading stopped
PV16	1:0:0	0.0074	255	0.0074	255	-0.0020	-21.7	2.07	2.14	4.12	4.33	0.16	
PV17	0:-1:0	0.0074	255	0.0074	255	-0.0020	-18.6	—	(-21.3) <sup>1</sup>	-1.97	0.48	1.26	Explosive failure
PV18	1:0:0	0.0179	431	0.0032	412	-0.0022	-19.5	2.00	>3.04	0.46	3.36	0.36	Edge failure
PV19	1:0:0	0.0179	458	0.0071	299	-0.0022	-19.0	2.07	3.95	0.50	5.77	0.72	
PV20	1:0:0	0.0179	460	0.0089	297	-0.0018	-19.6	2.21	4.26	0.52	5.75	1.06	
PV21	1:0:0	0.0179	458	0.0130	302	-0.0018	-19.5	2.35	5.03	0.59	3.59	0.81	
PV22	1:0:0	0.0179	458	0.0152	420	-0.0020	-19.6	2.42	6.07	0.60	0.91	0.53	
PV23	1:-0.39:-0.39	0.0179	518	0.0179	518	-0.0020	-20.5	3.73	8.87	0.36	0.44	1.33	
PV24	1:-0.83:-0.83	0.0179	492	0.0179	492	-0.0019	-23.8	4.97	>7.94	-0.05	-0.03	0.37	Poorly cast — voids
PV25	1:-0.69:-0.69	0.0179	466	0.0179	466	-0.0018	-19.2	4.14	9.12	0.13	0.17	1.47	
PV26	1:0:0*	0.0179	456	0.0101	463	-0.0019	-21.3	2.00	5.41	0.58	1.16	0.53	
PV27	1:0:0	0.0179	442	0.0179	442	-0.0019	-20.5	2.04	6.35	0.52	0.53	0.59	
PV28	1:0.32:0.32	0.0179	483	0.0179	483	-0.0019	-19.0	1.66	5.80	0.92	0.85	1.28	
PV29	Changing	0.0179	441	0.0089	324	-0.0018	-21.7	2.21	5.87	0.38	1.80	0.71	
PV30	±1:0:0*	0.0179	437	0.0101	472	-0.0019	-19.1	1.55	>5.13	0.51	0.95	0.59	Edge failure

\*Pre-cracked in biaxial tension.

<sup>1</sup>Values of  $f_{cs}$ .

Note: 1 MPa = 145 psi.

Tabela 1: Características dos elementos ensaiados por Vecchio e Collins []

Os painéis que foram modelados neste estudo são: PV1, PV23 e PV28. Estes painéis foram escolhidos por representarem situações distintas de carregamento sendo que o PV1 está submetido a cisalhamento puro, PV23 a cisalhamento e compressão nas duas direções e PV28 a cisalhamento e tração nas duas direções.

#### 4. MÉTODO NUMÉRICO – PROGRAMA ATENA

O programa ATENA é um software baseado no Método de Elementos Finitos utilizado para análise não linear de estruturas de concreto armado desenvolvido pela empresa Cervenka Consulting. Este programa simula o comportamento do concreto estrutural levando em conta a o caráter não linear do comportamento do concreto armado.

Para a simulação numérica de estruturas de concreto armado fissurado através do Método dos Elementos Finitos, existem três correntes de estudos para a representação das fissuras: discreta, distribuída e incorporada.

No modelo de fissuração discreta, os lados das fissuras se tornam parte do contorno do sólido. As fissuras podem ocorrer apenas entre os contornos dos elementos o que restringe suas direções de propagação. Além disso, é necessário alterar a malha devido a propagação das fissuras, sendo isto um empecilho quando há um número alto de fissuras, portanto, não adequado para modelos de concreto armado, os quais, normalmente, há várias fissuras espelhadas pela peça.

Já no modelo de fissuração distribuída, o sólido fissurado é tratado como um meio contínuo e as fissuras causam alteração na equação constitutiva dos elementos. Este tipo de modelo foi muito utilizado devido à sua facilidade de aplicação de computacional e de representar bem o comportamento de peças de concreto armado. Entretanto, o modelo não

representa bem casos de fissuração localizada, além de haver problemas como relação à sensibilidade da malha de elementos.

O modelo de fissuração incorporada reuni as vantagens dos dois modelos, pois não necessita de alteração da malha em sua aplicação e os resultados não são sensíveis a malha utilizada.

O programa ATENA baseia-se na abordagem de fissuras distribuídas, sendo adequado para o estudo de chapas, pois não há problemas de fissuração localizada neste tipo de problema.

#### 4.1. Parâmetros utilizados para modelagem do concreto

Para modelagem do concreto, foi utilizado o material SBETA do software ATENA. Será apresentado os parâmetros utilizados para a modelagem das chapas PV1, PV23 e PV28 de Vecchio e Collins (1986)

##### 4.1.1. Modelo de compressão

O modelo de compressão pré pico adotado pelo material SBETA é o recomendado pelo CEB (1990), determinado pela Equação 1 e apresentado graficamente na Figura 4.

$$\sigma_c^{ef} = f_c^{ef} \frac{kx - x^2}{1 + (k-2)x}, \quad x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}, \quad k = \frac{E_0}{E_c}, \quad E_c = \frac{f_c^{ef}}{\varepsilon_c} \quad (1)$$

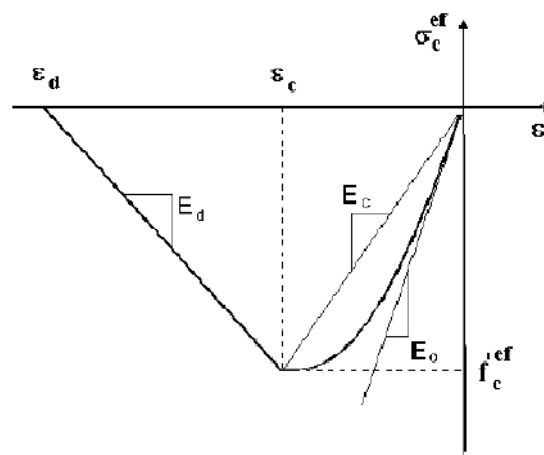


Figura 4 – Diagrama tensão-deformação na compressão

Para esta aplicação, como entrada de dados, utilizou-se os valores de  $f_c^{ef}$  e  $\varepsilon_c$  apresentados na Tabela 1. A partir destes dados, adotou-se a equação sugerida pelo CEB (1990) para o cálculo do módulo de elasticidade inicial  $E_0$ , sendo está padrão do programa. A Tabela 2 mostra as fórmulas padrão consideradas pelo programa.

Parameter:	Formula:
Cylinder strength	$f'_c = -0.85 f'_{cu}$
Tensile strength	$f'_t = 0.24 f'_{cu}{}^{\frac{2}{3}}$
Initial elastic modulus	$E_c = (6000 - 15.5 f'_{cu}) \sqrt{f'_{cu}}$
Poisson's ratio	$\nu = 0.2$
Softening compression	$w_d = -0.0005 mm$
Type of tension softening	1 – exponential, based on $G_F$
Compressive strength in cracked concrete	$c = 0.8$
Tension stiffening stress	$\sigma_{st} = 0.$
Shear retention factor	variable (Sect.2.1.7)
Tension-compression function type	linear
Fracture energy $G_F$ according to VOS 1983	$G_F = 0.000025 f'_t{}^{0.8} [MN/m]$
Orientation factor for strain localization	$\gamma_{max} = 1.5$ (Sect.2.1.3)

Tabela 2 – Parâmetros padrão do software ATENA

Para o modelo pós pico, foi adotado uma lei linear de amolecimento baseada no modelo de compressão plana fictícia, apresentada na Equação 2 e graficamente na Figura 5. Foi adotado  $w_d = -0.0005 mm$  sendo este o valor sugerido por Van Mier (1986) além de ser também padrão do software.  $L_d$  é a comprimento da banda de esmagamento definido pela projeção das dimensões do elemento finito no plano de falha. Este valor é majorado pelo fator  $\gamma$  devido ao efeito da orientação do elemento. Este fator foi proposto por Cervenka (1995), onde  $\theta$  é o menor ângulo entre  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , mostrado na Figura 6.

$$\varepsilon_d = \varepsilon_c + \frac{w_d}{L_d}, L_d = \gamma L_d, \gamma = 1 + (\gamma^{max} - 1) \frac{\theta}{45} \quad (2)$$

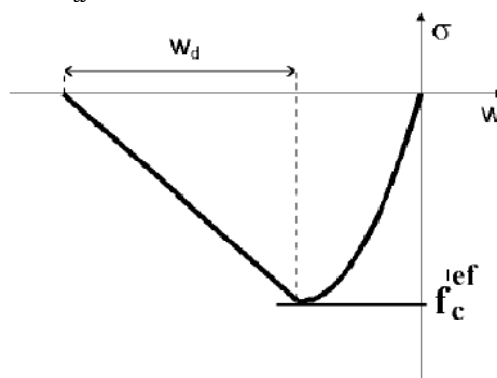


Figura 5 – Lei de amolecimento na compressão



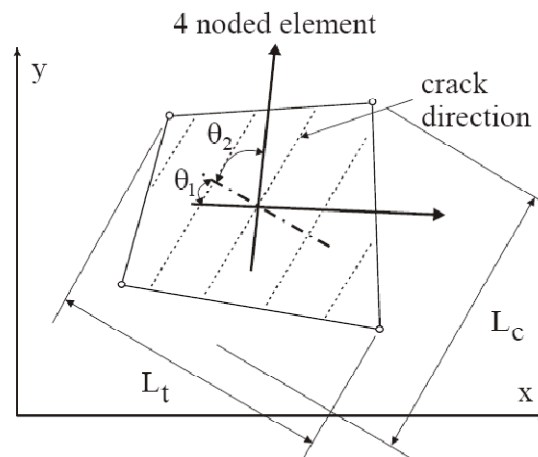


Figura 6 – Definição da localização das bandas

### 4.1.2. Modelo de tração

Antes do início da fissuração, o comportamento do concreto pode ser assumido como elástico-linear, sendo regido pela Equação 3.

$$\sigma_c^{ef} = E_c \varepsilon^{eq}, 0 \leq \sigma_c \leq f_t^{ef} \quad (3)$$

Após a fissuração, foi adotado como modelo de amolecimento do concreto sob tração o modelo de Hordijk (1991) assumindo como energia de fratura  $G_f$  a formulação indicada na Tabela 2. A Equação 4 representa este modelo. As constantes  $c_1$  e  $c_2$  valem respectivamente 3 e 6,93. A Figura 7 mostra o gráfico desta função.

$$\frac{\sigma}{f_t^{ef}} = \left\{ 1 + \left( c_1 \frac{w}{w_c} \right)^3 \right\} \exp \left( -c_2 \frac{w}{w_c} \right) - \frac{w}{w_c} (1 + c_1^3) \exp (-c_2) \quad (4)$$

$$w_c = 5,14 \frac{G_f}{f_t^{ef}}$$

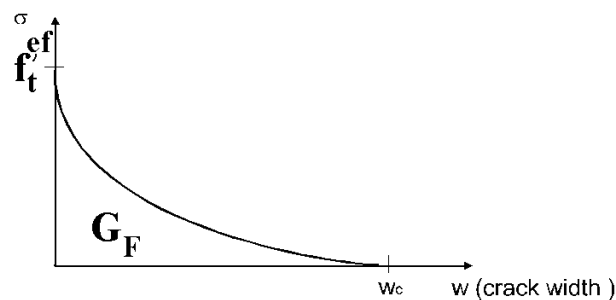


Figura 7 – Função exponencial do modelo de Hordijk (1991)

### 4.1.3. Critério de resistência

O material SBETA utiliza como critério de ruptura o proposto por Kupfer (1969) mostrado na Figura 8.

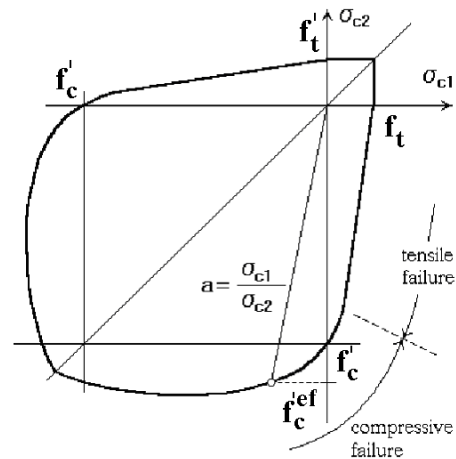


Figura 8 – Critério de resistência para o concreto

Para o estado de tensão onde há apenas compressão, é adotada a formulação da Equação 5 como limite de resistência.

$$f_c^{ef} = \frac{1+3,65a}{(1+a)^2} f_c', a = \frac{\sigma_{c1}}{\sigma_{c2}} \quad (5)$$

Para o estado de tensão onde há compressão e tração, é adotada a formulação da Equação 6 como limite de resistência a compressão, onde  $r_{ec}$  é um fator redutor da resistência a compressão na direção principal devido a tensão de tração na outra direção principal.

$$f_c^{ef} = f_c' r_{ec}, r_{ec} = \left(1 + 5,3278 \frac{\sigma_{c1}}{f_c'}\right), 1,0 \geq r_{ec} \geq 0,9 \quad (6)$$

Já o limite de resistência a tração para esse mesmo estado de tensão é dado pela Equação 7. Assim como no limite de compressão, na tração também se reduz o limite devido à existência de tensão de compressão na outra direção principal. Neste estudo, adotou-se essa redução como uma função linear.

$$f_t^{ef} = f_t' r_{et}, r_{et} = 1 - 0,8 \frac{\sigma_{c2}}{f_c'} \quad (7)$$

Para o estado de tensão onde há apenas tração, o limite de resistência é constante e dado pela resistência uniaxial de tração  $f_t'$ .

#### 4.1.4. Modelo de fissuração distribuída

O programa ATENA trabalha com dois modelos de fissuração distribuída, o de fissuras fixas e o de fissuras rotacionais. Neste trabalho, foi utilizado o modelo de fissuras rotacionais. Ele tem como propriedade permitir que as direções das fissuras mudem de direção de acordo com a evolução do carregamento, de forma que as direções principais das tensões coincidam com as direções principais das deformações. Assim, não ocorrem deformações por cisalhamento no plano da fissura.

#### 4.1.5. Resistência a compressão no concreto fissurado

A redução da resistência do concreto a compressão devido ao aparecimento de fissuras (Figura 9) é simulado pelo programa através da função obtida por Kolleger (1988), Equação 8. O parâmetro  $c$  utilizado neste estudo é de 0,8.

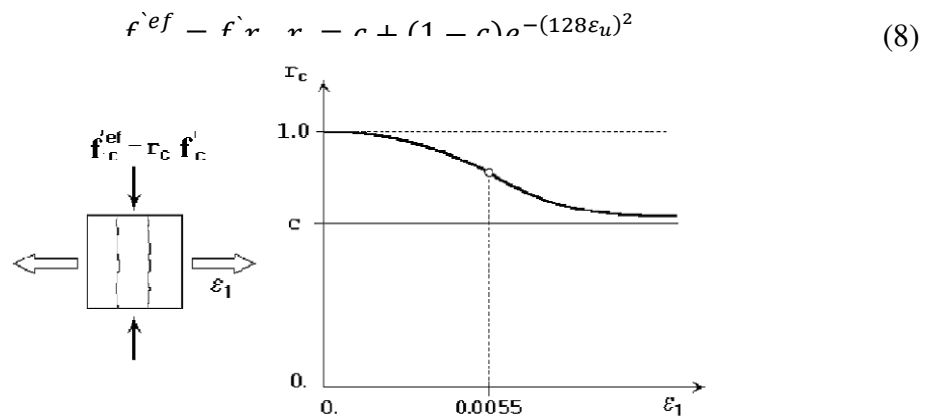


Figura 9 – Redução da resistência à compressão do concreto fissurado

## 5. MODELO DOS PAINÉIS NO PROGRAMA ATENA

Os painéis foram modelados com a mesma geometria dos ensaios de Vecchio e Collins (1986). Foram colocadas 18 barras de aço em cada direção com 50mm de espaçamento, de forma a se aproximar ao máximo do modelo físico. O aço foi modelado como um material elasto-plástico perfeito com  $E_s = 210000$  MPa. É considerada perfeita a aderência entre o aço e o concreto. As taxas de armaduras foram alteradas (PV1) mudando a seção da barra utilizada. Para todos os modelos, adotou-se malha de elementos de 15x15cm.

A Figura 10 mostra a geometria modelada e a Figura 11 mostra a malha de elementos adotada.

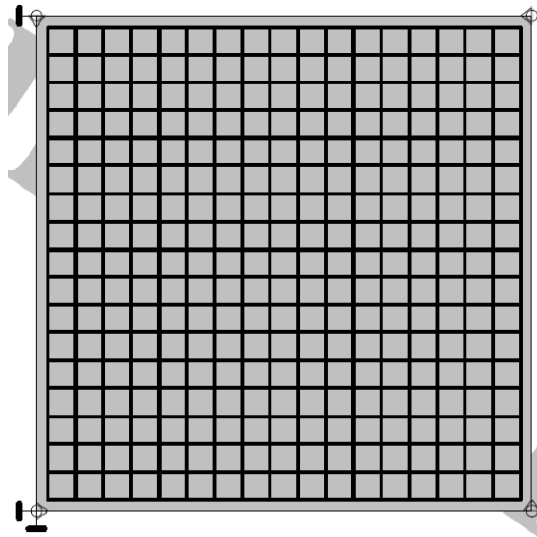


Figura 10 – Geometria do modelo

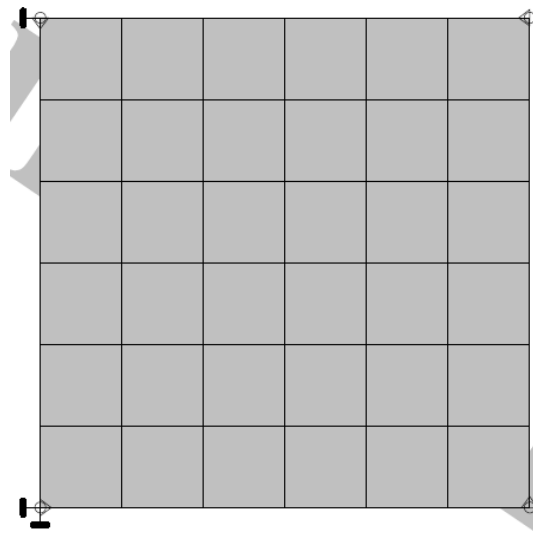


Figura 11 – Malha de elementos finitos

### 5.1. Modelo do Painel PV1

O painel PV1 está submetido a cisalhamento puro com taxas de armadura de  $p_x=0,0179$  e  $p_y=0,0168$  com tensão de escoamento das barras de 483 MPa. A Figura 12 mostra as cargas últimas no painel PV1 obtidas por Vecchio e Collins (1986) e utilizadas no modelo numérico. A Figura 13 mostra a deformada da peça obtida através do modelo numérico e os valores de deformação máxima de tração.

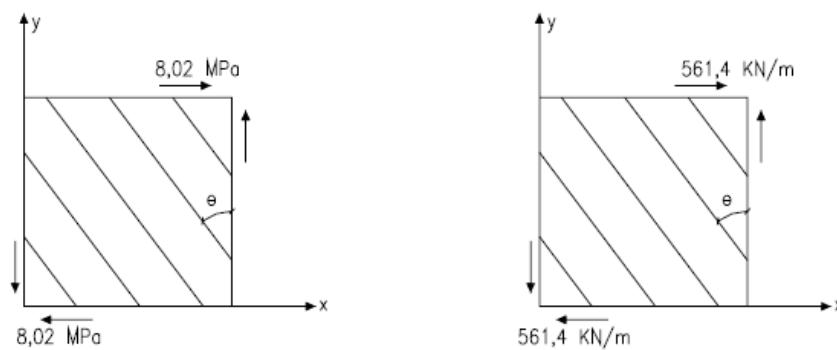


Figura 12 – Esquema de cargas do Painel PV1 (Jazra, 2008)

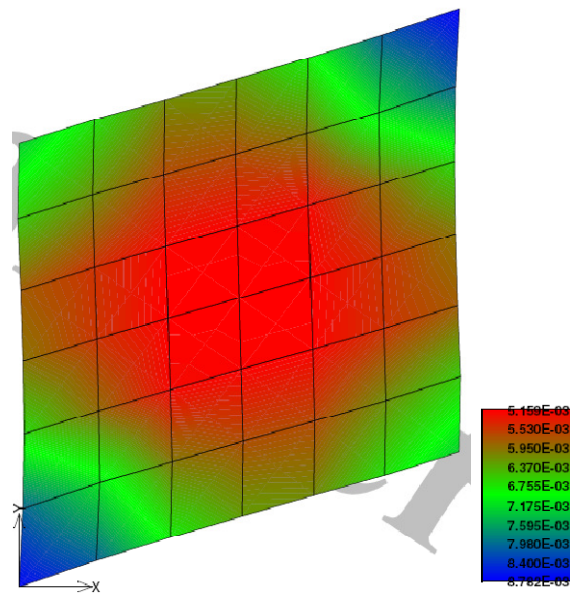


Figura 13 – Deformada da chapa e deformações máximas de tração.

## 5.2. Modelo do Painel PV23

O painel PV23 está submetido a cisalhamento e a compressão nas duas direções. Este painel tem taxas de armadura de  $\rho_x=0,0179$  e  $\rho_y=0,0179$  com tensão de escoamento das barras de 518 MPa. A Figura 14 mostra as cargas últimas no painel PV23 obtidas por Vecchio e Collins (1986) e utilizadas no modelo numérico. A Figura 15 mostra a deformada da peça obtida através do modelo numérico e os valores de deformação máxima de tração.

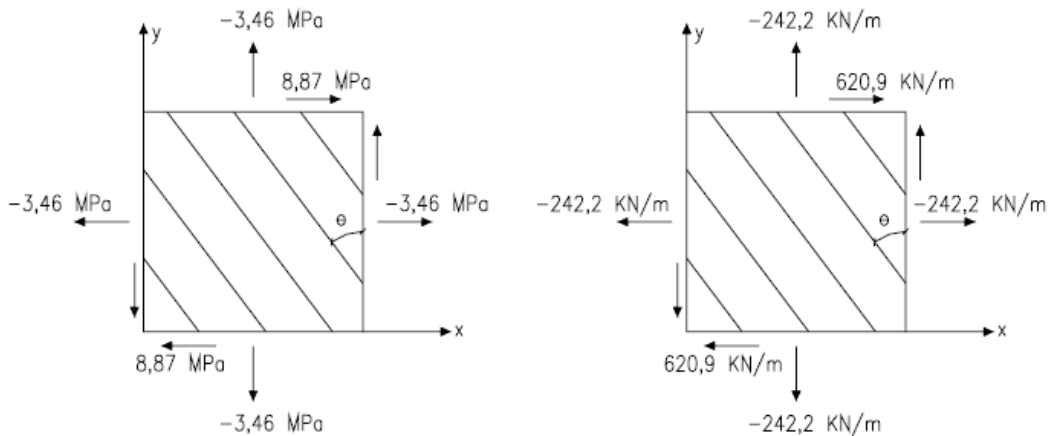


Figura 14 – Esquema de cargas do Painel PV23 (Jazra, 2008)

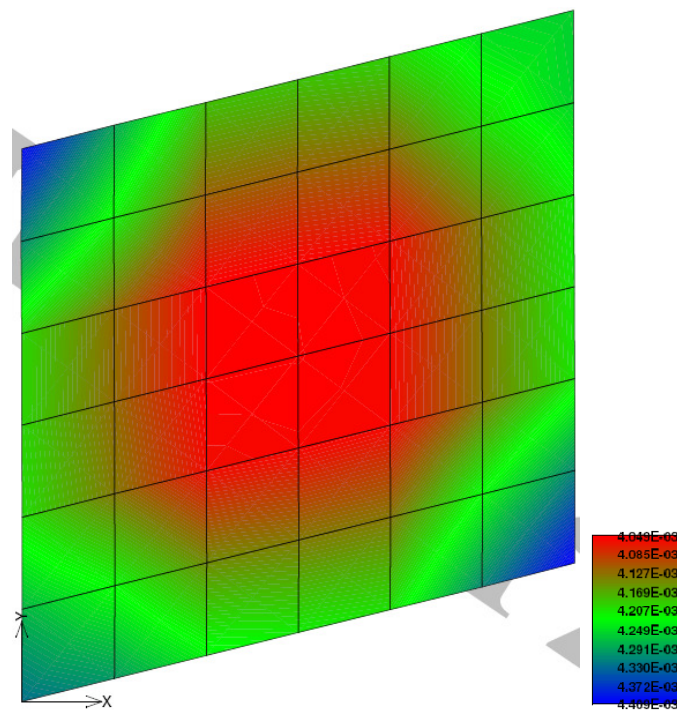


Figura 15 – Deformada da chapa e deformações máximas de tração.

### 5.3. Modelo do Painel PV28

O painel PV28 está submetido a cisalhamento e a tração nas duas direções. Este painel tem taxas de armadura de  $\rho_x=0,0179$  e  $\rho_y=0,0179$  com tensão de escoamento das barras de 483 MPa. A Figura 16 mostra as cargas últimas no painel PV28 obtidas por Vecchio e Collins (1986) e utilizadas no modelo numérico. A Figura 17 mostra a deformada da peça obtida através do modelo numérico e os valores de deformação máxima de tração.

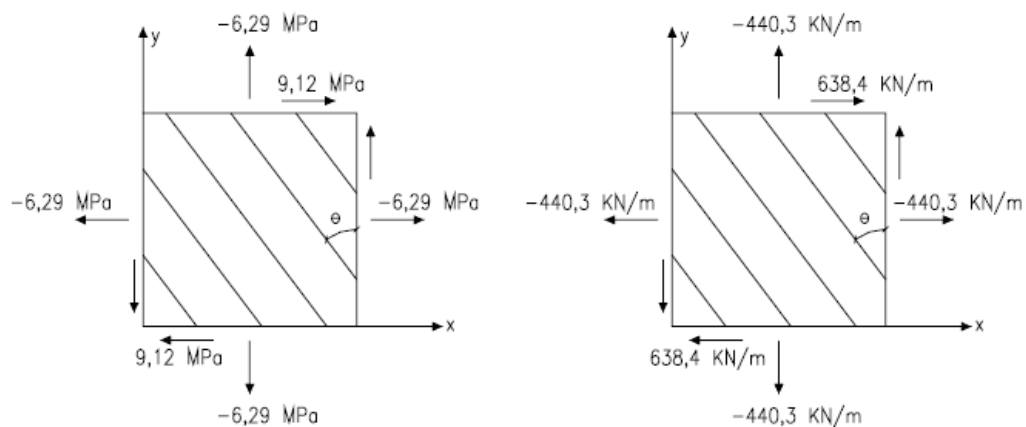


Figura 16 – Esquema de cargas do Painel PV28 (Jazra, 2008)

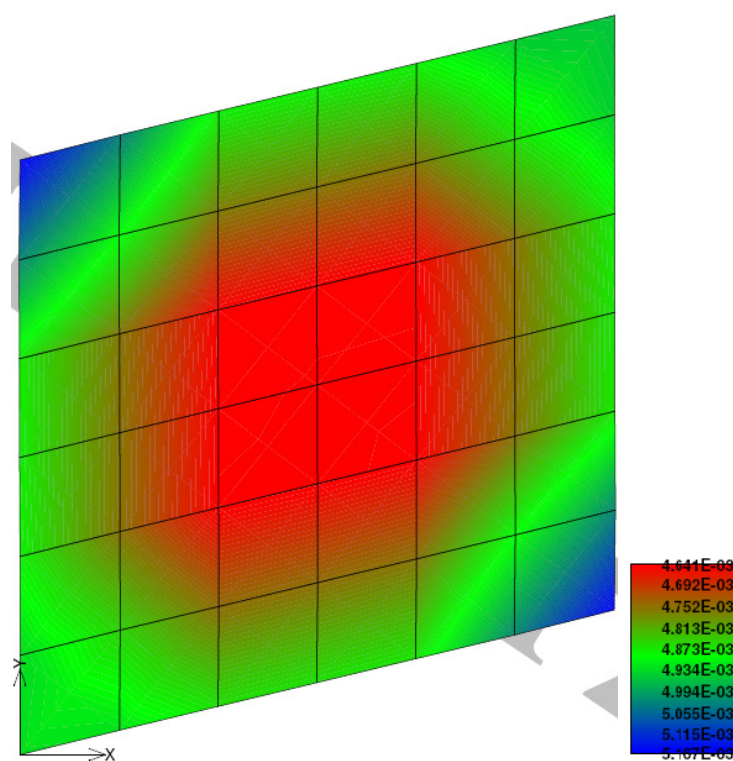


Figura 17 – Deformada da chapa e deformações máximas de tração.

### 6. RESULTADOS OBTIDOS

Os resultados apresentados estão em termos de deformações médias e tensões médias. Os dados experimentais foram retirados da Tabela 1 e os cálculos do Método de Baumann e do MCFT do trabalho de Jazra (2008). A Tabela 3 mostra a compilação dos dados de deformação além dos resultados obtidos utilizando o programa ATENA e a Tabela 4 mostra os dados de tensão.

Painel	Situação	$\epsilon_{yx} (\text{‰})$	$\epsilon_{yy} (\text{‰})$	$\epsilon_x (\text{‰})$	$\epsilon_y (\text{‰})$	$\epsilon_1 (\text{‰})$	$\epsilon_2 (\text{‰})$
PV1	Experimental			2,093	2,392	5,541	-1,056
	Baumann	2,300	2,300	2,160	2,245	5,673	-1,268
	MCFT			2,163	2,242	5,476	-1,070
	ATENA			2,370	2,590	5,398	-0,552
Experimental					0,888	1,085	4,633
PV23	Baumann	2,467	2,467	1,439	1,439	4,433	-1,554
	MCFT			1,439	1,439	4,060	-1,182
	ATENA			1,510	1,510	4,240	-1,210
	Experimental					2,116	1,955
PV28	Baumann	2,300	2,300	2,037	2,037	5,668	-1,595
	MCFT			2,037	2,037	5,265	-1,192
	ATENA			2,143	2,143	4,950	-0,610

Tabela 3 – Quadro comparativo das deformações

Painel	Situação	$\sigma_{yx}$ (MPa)	$\sigma_{yy}$ (MPa)	$\sigma_{sx}$ (MPa)	$\sigma_{sy}$ (MPa)	$\sigma_c$ (MPa)
--------	----------	---------------------	---------------------	---------------------	---------------------	------------------

PV1	Experimental	483	483	439,5	483,0	14,5
	Baumann			453,6	471,5	16,0
	MCFT			454,4	470,9	15,3
	ATENA			483,0	483,0	15,7
PV23	Experimental	518	518	186,5	227,9	11,5
	Baumann			302,3	302,2	17,7
	MCFT			302,2	302,2	17,0
	ATENA			322,0	322,0	17,6
PV28	Experimental	483	483	444,4	410,6	9,2
	Baumann			427,7	427,7	11,6
	MCFT			427,7	427,7	11,0
	ATENA			455,5	453,5	11,5

Tabela 4 – Quadro comparativo das tensões

## 7. ANÁLISE DOS RESULTADOS

As Tabelas 5 e 6 apresentam as diferenças percentuais dos resultados obtidos entre o modelo numérico e os outros modelos.

Painel	Situação	$\epsilon_x$ (‰)	$\epsilon_y$ (‰)	$\epsilon_1$ (‰)	$\epsilon_2$ (‰)
PV1	Experimental	13%	8%	-3%	-48%
	Baumann	10%	15%	-5%	-56%
	MCFT	10%	16%	-1%	-48%
PV23	Experimental	70%	39%	-8%	-55%
	Baumann	5%	5%	-4%	-22%
	MCFT	5%	5%	4%	2%
PV28	Experimental	1%	10%	-24%	-75%
	Baumann	5%	5%	-13%	-62%
	MCFT	5%	5%	-6%	-49%

Tabela 5 – Diferenças entre os resultados e obtidos por outros métodos e o programa ATENA para deformações

Painel	Situação	$\sigma_{sx}$ (MPa)	$\sigma_{sy}$ (MPa)	$\sigma_c$ (MPa)
PV1	Experimental	10%	0%	8%
	Baumann	6%	2%	-2%
	MCFT	6%	3%	3%
PV23	Experimental	73%	41%	53%
	Baumann	7%	7%	-1%
	MCFT	7%	7%	4%
PV28	Experimental	2%	10%	25%
	Baumann	6%	6%	-1%
	MCFT	6%	6%	5%

Tabela 6 – Diferenças entre os resultados e obtidos por outros métodos e o programa ATENA para tensões



No caso do PV23 os dados experimentais são bastante distintos dos dados obtidos pelos outros modelos. Jazra (2008) atenta que para os cálculos de deformação e tensão para os painéis PV23 e PV28, foi necessário considerar um  $f_c$  41% maior no caso do PV23 e 10% maior no caso do PV28 porque as tensões no concreto resultaram acima da curva tensão-deformação, o que de fato ocorre já que estes painéis rompem devido à compressão do concreto.

Analisando as deformações, nota-se que para  $e_2$ , os valores, em geral, foram menores do que as obtidas pelos outros modelos. Isso demonstra que o concreto ficou mais rígido do que o esperado. Pode se admitir que uma das causas para este fenômeno seja a consideração de perfeita aderência entre as barras e o concreto.

Para os dados de  $e_x$ ,  $e_y$  e  $e_1$  os dados obtidos foram semelhantes no geral.

Outro dado significativo é que para o PV1 as diferenças entre os resultados encontrados foram um pouco maiores que nos outros painéis.

A partir da Tabela 6, verificando as diferenças entre as tensões, pode-se observar que foram obtidos resultados muito semelhantes aos dos outros modelos, exceção ao dado experimental do PV23.

## 8. CONCLUSÃO

O modelo numérico utilizado neste artigo demonstrou resultados semelhantes aos obtidos pelo Modelo de Baumann e ao MCFT tanto no cálculo das tensões quanto no cálculo das deformações, exceção feita ao cálculo da deformação principal de compressão  $e_2$ , demonstrando que o modelo apresentou grande rigidez à compressão. Um dos motivos para isto é a consideração de perfeita aderência entre as barras.

Na comparação com os dados experimentais, os resultados foram mais dispersos do que com os modelos analíticos. Para os painéis PV1 e PV28 os resultados foram, em geral, próximos, porém para o PV23 o resultado foi muito distinto, devendo ser melhor avaliado.

Para  $e_1$ ,  $e_x$  e  $e_y$ , os resultados foram próximos em quase todos os modelos. Isto ocorre porque a deformação de tração depende mais das barras de aço do que do concreto, e não há diferenças nos modelos em relação ao comportamento do aço.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABNT. *Norma Brasileira NBR-6118: Projeto de estruturas de concreto*. Rio de Janeiro, 2003.
- Comité Euro-Internacional du Béton. *CEB-FIP Model Code 1990*. London, Thomas Telford, 1993
- Cervenka, V., Pukl, R., Ozbolt, J., Eligehausen, R. (1995), *Mesh Sensitivity - Effects in Smearred Finite Element Analysis of Concrete Structures*, Proc. FRAMCOS 2, 1995, pp 1387-1396.
- Hordijk, D.A. (1991) - *Local Approach to Fatigue of Concrete*, Doctor dissertation, Delft University of Technology, The Netherlands, ISBN 90/9004519-8.
- Jazra, Fábio Maluf. *Dimensionamento de chapas de concreto armado*. 2008. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Kollegger, J., Mehlhorn, G. (1988) - *Experimentelle und Analytische Untersuchungen zur Aufstellung eines Materialmodells für Gerissene Stahbetonscheiben*, Nr.6 Forschungsbericht, Massivbau, Gesamthochschule Kassel.
- Leonhardt, F., Monnig, E. *Construções de concreto volume 2: casos especiais de dimensionamento de estruturas de concreto armado*, Rio de Janeiro, Interciências, 1978.

Vecchio, Frank; Collins, Michael. The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear, *ACI Structural Journal*. March- April, 1986, p.219-231

Van Mier J.G.M. (1986), Multi-axial Strain-softening of Concrete, Part I: fracture, *Materials and Structures, RILEM*, 1986.