

## EFEITOS DE CARREGAMENTOS EM MODO II NA FRATURA DO CONCRETO SIMPLES

Luciani Neves Lens<sup>a</sup>, Eduardo Bittencourt<sup>b</sup>, Virgínia M. Rosito d'Avila<sup>c</sup>

<sup>a</sup>*Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Campus de Cascavel, Rua Universitária 2069, Cascavel, PR, Brasil, lnens@unioeste.br*

<sup>b</sup>*Centro de Mecânica Aplicada e Computacional, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Av. Osvaldo Aranha 99, Porto Alegre, RS, Brasil, eduardo.bittencourt@ufrgs.br*

<sup>c</sup>*Centro de Mecânica Aplicada e Computacional, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Av. Osvaldo Aranha 99, Porto Alegre, RS, Brasil, vichy@ufrgs.br*

**Keywords:** Fracture Mechanics, cohesive models, finite elements, concrete.

**Abstract.** The loading and supports position related to a crack plane can change significantly the crack path propagation in single concrete beams. Numerical models for fracture propagation should be able to simulate crack path without any a priori knowledge of this path. In this work, a cohesive model is used as a numerical model to simulate fracture. It is shown that mode II energy and coupling parameters between modes I and II have virtually no effect on crack path. Several cases were studied in this work: three-point and four-point single-edge notched beams and a four-point double-edge notched beam with different sizes. In all cases an excellent agreement with experimental results was obtained.

## 1 INTRODUÇÃO

Diferentes modelos mistos de fratura (modos I e II) para materiais quase-frágeis podem ser encontrados na literatura (ver Tijssens et al. 2000, Basche et al. 2007). Contudo, a grande maioria considera que as propriedades de modo II têm pequena importância no processo de fratura (Jenq e Shah, 1987, Bocca et al., 1990, etc). Por esta razão, trabalhos como Bocca et al. (1990) e Cendon et al. (2000) usam modelos de modo I puro para simular a ruptura mista. Nestes casos, as faces das trincas estão continuamente seguindo os planos principais de tensão (perpendicularmente à maior tensão de tração) através de métodos adaptativos de geração automática de malhas de elementos finitos. Outros, como Cervenka (1994) e Gálvez et al. (2002), incluem também um modelo para modo II. Quando malhas adaptativas não são empregadas, considerações de modo II devem ser introduzidas de modo a lidar com efeitos de corte que inevitavelmente irão aparecer na zona de processo.

O presente trabalho utiliza um modelo baseado no último tipo de metodologia descrita anteriormente, no qual as propriedades de modo II devem ser prescritas. Ao longo do trabalho, estudam-se como tais propriedades afetam as simulações em distintas condições de carregamento misto, para as quais o modo II representa um importante papel.

A experimentação em modo misto de fratura é feita visando determinar a influência da carga de corte no processo de fratura. Dois caminhos diferentes de experimentações podem ser relatados. Na primeira abordagem, onde geometrias de vigas a flexão a 4 pontos e vigas com entalhe excêntrico a 3 pontos (Arrea e Ingraffea, 1982, Gálvez et al., 1998, Bazant e Pfeiffer, 1986, Bocca et al., 1990, entre outros) são ensaiadas, se busca investigar a propagação da fissura quando a ponta da mesma está submetida a carregamento típico de modo misto. No segundo enfoque, se visa determinar as propriedades de fratura nos casos particulares em que o material é submetido a carregamento combinando de tração e corte. Estudos com placas de duplo entalhe (Nooru-Mohamed, 1992 e Hassanzadeh, 1992) são exemplos. Neste trabalho, o primeiro tipo de experimentação é explorado, variando-se a quantidade e posição dos apoios de modo a variar o efeito do carregamento em modo II numa ampla faixa. O efeito do tamanho dos corpos-de-prova também é explorado.

A seguir é descrita a metodologia numérica de análise. Posteriormente, são apresentados os experimentos com comparações da literatura com a metodologia aqui empregada. O trabalho se encerra com conclusões e observações finais.

## 2 METODOLOGIA

O modelo de fratura discreta proposto emprega a metodologia das interfaces coesivas. Entre todos elementos finitos é colocado um elemento de interface para a representação do processo de fissuração. Para representar este comportamento é necessário estabelecer relações entre valores de tensões de tração ( $\sigma$ ) e abertura normal da superfície ( $w$ ). Sabe-se que, quando as superfícies começam a separar umas das outras, tensões de coesão aumentam até atingir um valor máximo ( $\sigma_{max}$ ). Depois as tensões diminuem até atingir um valor nulo, indicando a propagação da fissura. Para esta abertura, as superfícies são consideradas fissuradas, pois não há mais passagem de tensões de uma face da fissura para a outra face.

Três tipos de lei constitutiva pós-pico são empregados: lei linear apresentada por Hillerborg et al. (1976), lei bi-linear proposta no CEB-FIP (1993) e lei exponencial proposta por Xu (1999). Tais relações podem ser observadas na Figura 1.

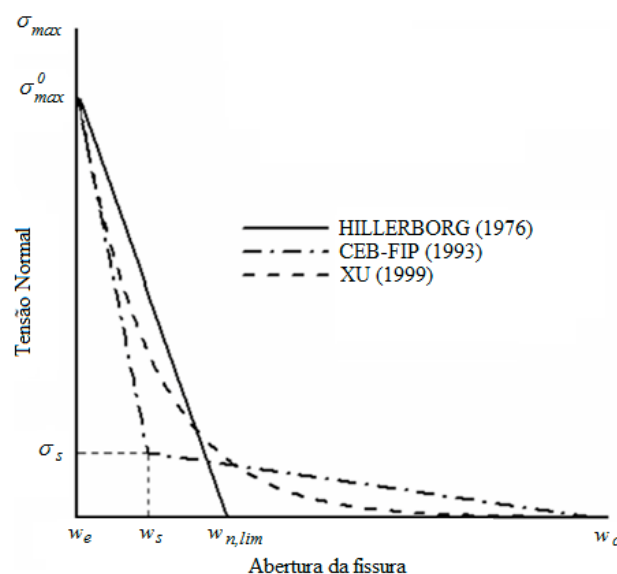


Figura 1: Comportamento tensão normal  $\sigma$  x abertura  $w$ , modo I puro.

A forma do pós-pico da relação tensão-abertura da fissura está relacionada com o desenvolvimento da zona de processo de fratura. A área sob a curva representa a energia específica de fratura do modo I ( $G_{Ic}$ ) e a máxima tensão ( $\sigma_{max}^0$ ) está relacionada com a resistência média à tração do concreto ( $f_{tm}$ ). Interessante ressaltar aqui que metodologias coesivas introduzem indiretamente um tamanho característico na análise. No caso mais simples da teoria de Hillerborg et al. (1976), apresentado na Figura 1, este comprimento é  $w_{n,lim}$  (consultar Lens et al., 2008 para mais detalhes de como definir  $w_e$ ,  $w_s$ ,  $\sigma_s$ , e  $w_c$ ). Este tamanho característico introduz um fator de escala na análise de fratura, ausente na Mecânica da Fratura Linear Elástica.

Leis constitutivas de fratura para modo II puro, (relações tensão tangencial ( $\tau$ ) x deslizamento ( $v$ )) podem ser definidas, embora seja muito difícil de serem obtidas experimentalmente (ver Bazant e Pfeiffer, 1986). Informações sobre propriedades de fratura do modo II não estão disponíveis na literatura em geral, exceto em observações indiretas. Acredita-se que a tensão tangencial máxima seja maior que a tensão normal máxima ( $\sigma_{max} > \tau_{max}$ , ver Gálvez et al., 2002), assim como a energia de fratura do modo II seja maior que a energia de fratura do modo I ( $G_{IIc} > G_{Ic}$ , conforme Bazant e Pfeiffer, 1986 e Carpinteri et al. 2003). Na falta de uma opção embasada experimentalmente, adota-se neste trabalho a forma das relações  $\tau$  x  $v$  as mesmas usadas para a parte normal, apenas substituindo nas ordenadas a tensão normal pela de corte e nas abcissas a abertura pelo escorregamento das faces da fissura. A energia específica de fratura do modo II ( $G_{IIc}$ ) será dada pelas áreas abaixo das curvas.

O acoplamento necessário para tratar casos de modo misto de fratura (modo I e modo II conjuntamente) é baseado na lei de Coulomb com aderência, onde a aderência inicial  $\sigma_{max}^0$  é a tensão normal máxima inicial. A superfície de ruptura tem a forma apresentada na Figura 2. Este modelo será denominado de acoplado, ao longo deste trabalho. Quando a peça fissura, a superfície de fratura se move em direção à esquerda. Considerando a ruptura total, a lei de Coulomb original é recuperada, o que significa que a resistência ao cisalhamento só é possível sob compressão. O ângulo de atrito permite determinar  $\tau_{max}$ , uma vez que  $\sigma_{max}$  é conhecido.

A superfície de ruptura, apresentada na Figura 2, pode ser considerada uma superfície de escoamento, construindo uma analogia com plasticidade. De acordo com o postulado da convexidade de Drucker, a superfície de Coulomb pode também ser considerada um limite inferior do campo das tensões.

A superfície de ruptura  $F$ , para o presente estudo, é definida na Eq. (1) da seguinte forma:

$$F = |\tau| + (\sigma - \sigma_{max}^0) \tan \phi = 0, \quad (1)$$

onde  $\sigma_{max}$  inicialmente é igual a  $\sigma_{max}^0$ . A atualização do valor de  $\sigma_{max}$  é feita através de relações de amolecimento apresentadas na Figura 1, porém empregando uma abertura efetiva ou deslocamento inelástico efetivo ( $u_i^{ef}$ ) em vez da abertura  $w$ . O valor de  $u_i^{ef}$  é definido na Eq. (2), como segue:

$$u_i^{ef} = \sqrt{w^2 + \beta v^2} \quad (2)$$

onde  $\beta$  é um fator de acoplamento entre a abertura normal e tangencial, podendo variar de 0 a 1.

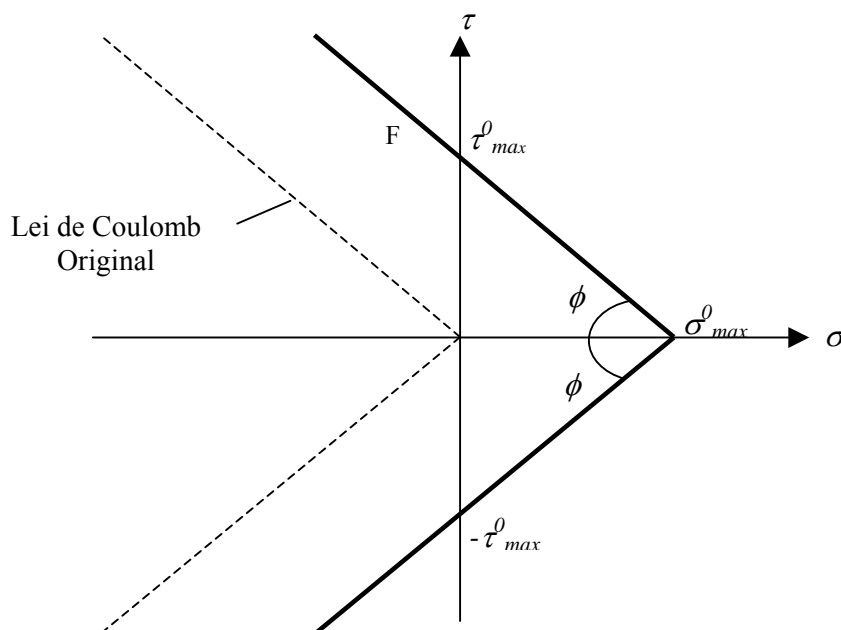


Figura 2: superfície de ruptura inicial (modelo acoplado de Coulomb com aderência).

Este modelo de acoplamento é relativamente simples, pois necessita de apenas dois parâmetros (ângulo de atrito  $\phi$  e fator de acoplamento  $\beta$ ). Para mais detalhes quanto a implementação numérica desta metodologia, ver Lens et al. (2009).

### 3 EXPERIMENTAÇÃO NUMÉRICA

Nesta seção, vigas com um entalhe excêntrico ensaiadas a 3 e 4 pontos (Gálvez et al., 1998) são inicialmente estudadas. Diferentes tamanhos são considerados. Finalmente a viga de entalhe duplo ensaiadas a 4 pontos de Bocca et al. (1990a,b) também é considerada em diferentes tamanhos.

### 3.1 Viga com 1 entalhe a 3 e 4 pontos

Inicialmente, uma viga com um entalhe ensaiada a 3 e 4 pontos é estudada. Dados experimentais foram apresentados por Gálvez et al. (1998), assim como uma análise numérica em Gálvez et al. (2002), ambos os estudos são empregados como comparação. De forma genérica, a geometria e as condições de contorno da viga são representadas na Figura 3. As dimensões específicas de cada corpo de prova encontram-se na Tabela 1. A espessura das vigas é de 50 mm, e a abertura inicial do entalhe é de 2 mm. Duas diferentes condições de contorno são consideradas: no caso *C1* não existe apoio no ponto A (ver Figura 3) e no caso *C2* existe um apoio simples.

As propriedades do concreto e da superfície coesiva são apresentadas na Tabela 2. Os parâmetros que caracterizam a superfície coesiva com relação ao modo misto de fratura,  $\beta$  e  $\tan\phi$ , são variados ao longo das análises realizadas. Observam-se algumas exceções nas dimensões dos corpos de prova, por exemplo, no tamanho *D1* para o caso *C2*, o comprimento da fissura inicial é de  $0,6D$  e não  $0,5D$  como no caso 1, assim como o valor de  $\beta_I$  nos estudos *D3*, para o caso *C1* ( $\beta_I=1$ ) e para o caso *C2* ( $\beta_I=0,89$ ). Nas simulações, considera-se estado plano de deformações e elementos finitos triangulares de tensões constantes.

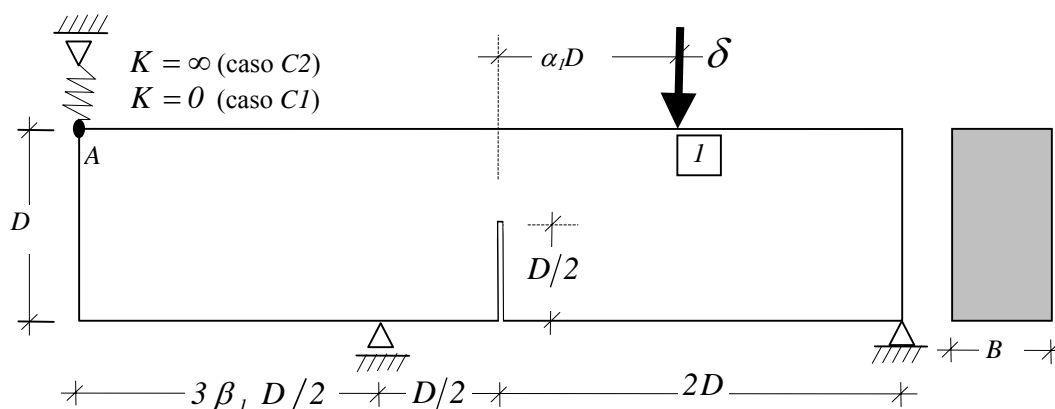


Figura 3: geometria e condições de contorno para viga com 1 entalhe ensaiada a 3 e 4 pontos.

CORPO DE PROVA	D(mm)	L (mm)	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha D$ (mm)	D/2 (mm)	B (mm)
D1 (C1 e C2)	75	300	1,133	1	85	37,5	50
D2 (C1 e C2)	150	600	1	1	150	75	50
D3 (C1)	300	1200	1	1	300	150	50
D3 (C2)	300	1150	1	0,89	300	150	50

Tabela 1: geometrias analisadas para viga com 1 entalhe ensaiada a 4 pontos.

Conforme Tabela 1, três tamanhos de corpos de prova foram analisados (*D1* → tamanho pequeno; *D2* → tamanho médio e *D3* → tamanho grande), para os quais, dois conjuntos de estudos foram feitos, a saber:

Caso *C1* – estudo que não considera apoio no ponto A (rigidez zero, ver Figura 3);

Caso *C2* – estudo que considera apoio simples no ponto A (rigidez infinita, ver Figura 3).

O caso *C1*, para o corpo de prova *D2* da viga com um entalhe, é analisado inicialmente. A malha de elementos finitos empregada é apresentada na Figura 4.

PROPRIEDADES	VALORES/UNIDADES
Módulo de Elasticidade	$E= 38000$ MPa
Resistência à tração média do concreto	$f_{tm}= 3$ MPa
Tensão de tração máxima na zona coesiva	$\sigma_{max}^0 = 3,7$ MPa
Energia específica de fratura do Modo I	$G_{Ic}= 69$ N/m
Coefficiente de Poisson	$\nu=0,20$
Parâmetro alfa	$\alpha=1$

Tabela 2: propriedades do concreto e da superfície coesiva para viga com 1 entalhe ensaiada a 4 pontos.

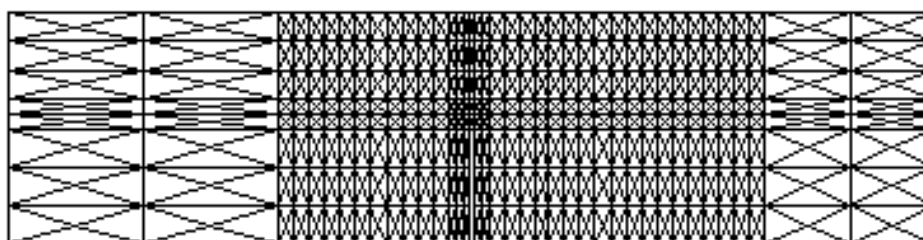


Figura 4: malha de Elementos Finitos para viga com 1 entalhe, caso C1 - tamanho D2.

No modelo numérico são utilizados  $\sigma_{max}^0 = 3,7 MPa$  e  $\alpha = 1$ . Neste exemplo apenas a lei de amolecimento apresentada por Hillerborg et al. (1976) é considerada. Os parâmetros do modo II foram alterados em amplo espectro, para estudar sua influência nos resultados.

Nas Figuras 5, 6 e 7, apresentam-se os mecanismos de fratura para a viga pequena (D1), média (D2) e grande (D3), respectivamente, casos C1 e C2, assim como resultados experimentais e numéricos apresentados por Gálvez et al. (2002). Observa-se que os resultados obtidos pela presente metodologia apresentam as variações de inclinação observadas nos casos C1 e C2 experimentalmente. As fissuras inclinadas em relação ao plano do entalhe (*kinks* do inglês) indicam o efeito de corte na propagação, principalmente no início do processo.

Pode-se concluir da análise destas figuras que a inclusão do quarto apoio (caso C2) muda consideravelmente o estado de tensões na ponta do entalhe. Enquanto que no caso com três apoios a propagação se dá a um ângulo de  $45^\circ$  em relação ao plano do entalhe, a inclusão do quarto apoio aumenta de forma substancial este ângulo de desvio, portanto aumentando o efeito do modo II. Em todos os casos o algoritmo foi capaz de capturar de forma automática estas mudanças de morfologia, sem necessidade de mudanças nos parâmetros de fratura.

Curvas carga-deslocamento obtidas para o caso C1 e tamanho D2 são apresentadas na Figura 8, juntamente com resultados experimentais (carga reativa  $P$  e deslocamentos verticais são medidos no ponto 1, conforme Figura 3). Novamente os resultados numéricos apresentam um bom ajuste com os experimentos, independentemente dos parâmetros do modo II utilizados. A única exceção é quando o valor de  $\tan\phi$  é considerado menor do que 1. Neste caso, o algoritmo desestabiliza e interrompe do colapso de alguma superfície coesiva. No entanto, valores de  $\tau_{max}$  menores que  $\sigma_{max}$  não são geralmente esperados para concreto simples. Os pontos  $M$  e  $C$ , na Figura 8, referem-se ao início de amolecimento (microfissuração) e início da ruptura, respectivamente. Interessante, neste caso, é o fato de ângulos  $\phi$  crescentes, chegando até o limite aproximado de  $90^\circ$  ( $\tan\phi=10000$ ), simplesmente não afetam os resultados da análise. Como tal ângulo determina valores de  $\tau_{max}$  infinitamente elevados e por consequência  $G_{Ic}$  muito elevado, pode-se concluir que tal energia, neste exemplo em particular, não desempenha nenhum fator predominante na fratura.

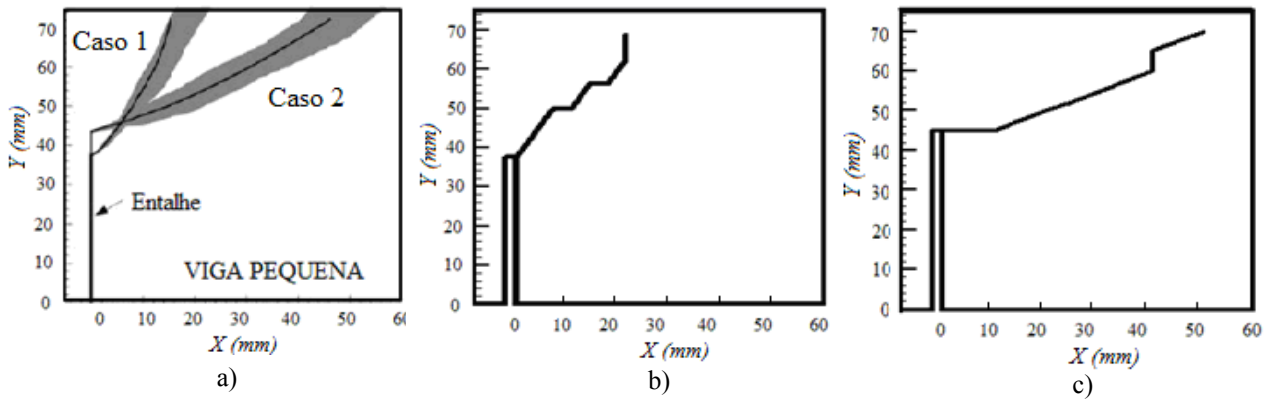


Figura 5: morfología da propagação das fissuras para a viga pequena ( $D1$ ): a) experimental (Gálvez et al., 1998), b) caso  $C1$  e c) caso  $C2$ .

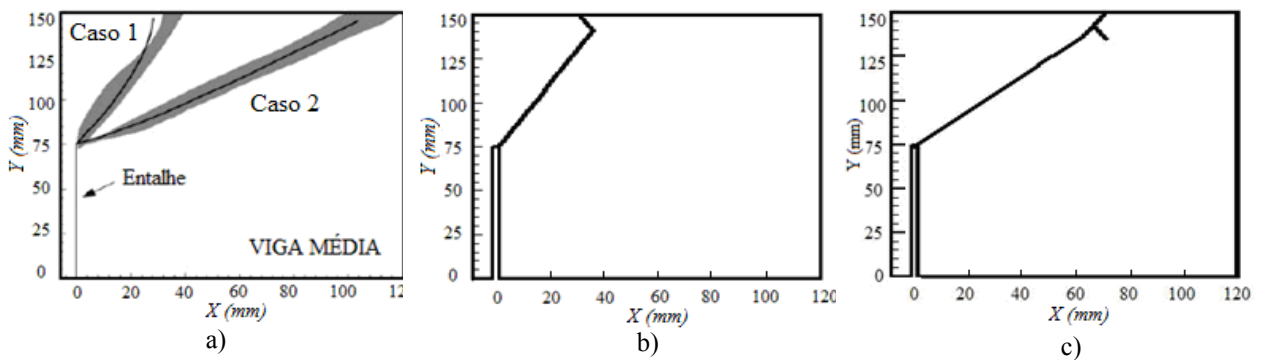


Figura 6: morfología da propagação das fissuras para a viga média ( $D2$ ): a) experimental (Gálvez et al., 2002), b) caso  $C1$  e c) caso  $C2$ .

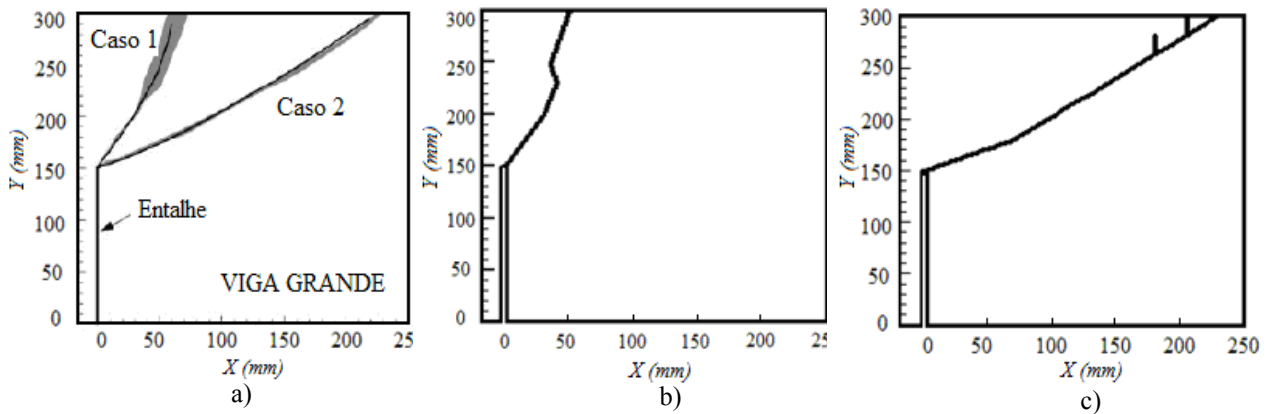


Figura 7: morfología da propagação das fissuras para a viga grande ( $D3$ ): a) experimental (Gálvez et al., 2002), b) caso  $C1$  e c) caso  $C2$ .

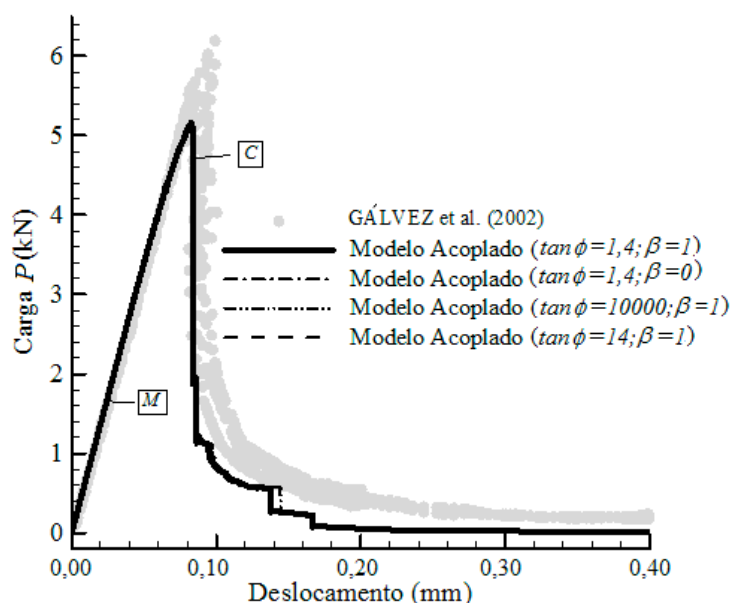


Figura 8: curvas carga-deslocamento (caso  $CI$  – viga média  $D2$ ).

A sequência de amolecimento e ruptura das superfícies coesivas, para o caso  $CI$  – viga média  $D2$ , pode ser observada na Figura 9. Observa-se que a carga de pico começa a cair pouco antes da ruptura da primeira superfície coesiva, quando ocorre uma queda brusca da carga, com várias superfícies rompidas.

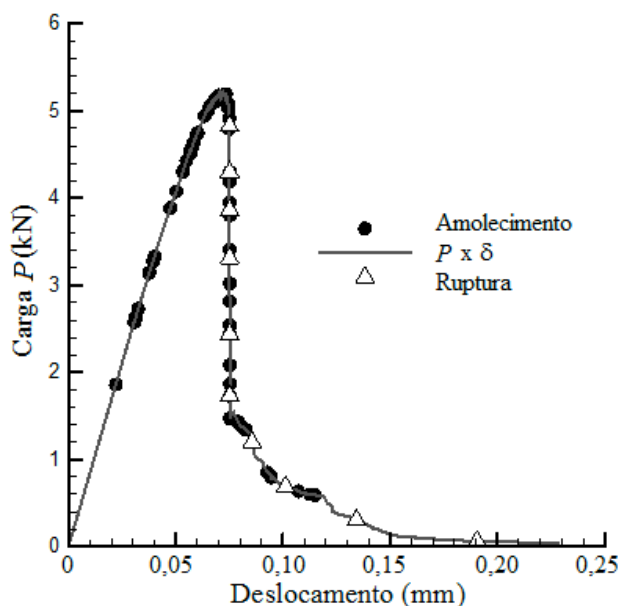


Figura 9: curvas carga-deslocamento com sequência de amolecimento e ruptura das interfaces coesivas (caso  $CI$  – viga média  $D2$ ).

Nas Figuras 10a,b são apresentados os resultados da curva carga  $\times$  deslocamento prescrito para o caso  $CI$ , tamanho  $D1$  e  $D3$ , respectivamente, juntamente com os resultados experimentais. Novamente pode-se observar uma boa correlação com os dados experimentais. Neste estudo foram considerados  $\beta=1$  e  $\tan \phi = 1,4$ , seguindo valores de  $\sigma_{max}^0$  e  $\tau_{max}^0$  empregados por Gálvez et al. (2002).



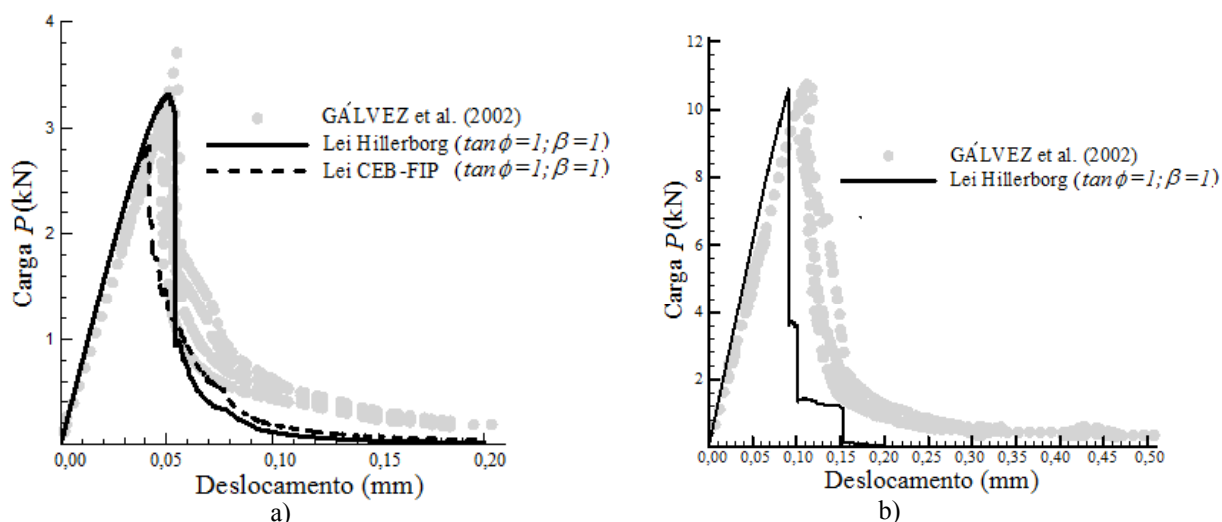


Figura 10: curvas carga-deslocamento para caso C1: a) viga pequena - D1 e b) viga grande - D3.

Na Figura 11 são ilustrados os resultados das curvas carga  $\times$  deslocamento prescrito para o caso C2, tamanhos D1, D2 e D3, conjuntamente com os resultados experimentais. Comparando-se com a Figura 10, observa-se um substancial aumento da resistência da viga em função da mudança da morfologia da fissura. Para a viga maior D3, fica bem clara a perda de estabilidade com deslocamento prescrito controlado (*snap-back* do inglês), ocorrendo uma fragilização do material devido ao tamanho. Esta fragilização por efeito escala foi capturada pelo modelo numérico. Neste estudo foram considerados  $\beta=1$  e  $\tan\phi=1,4$ .

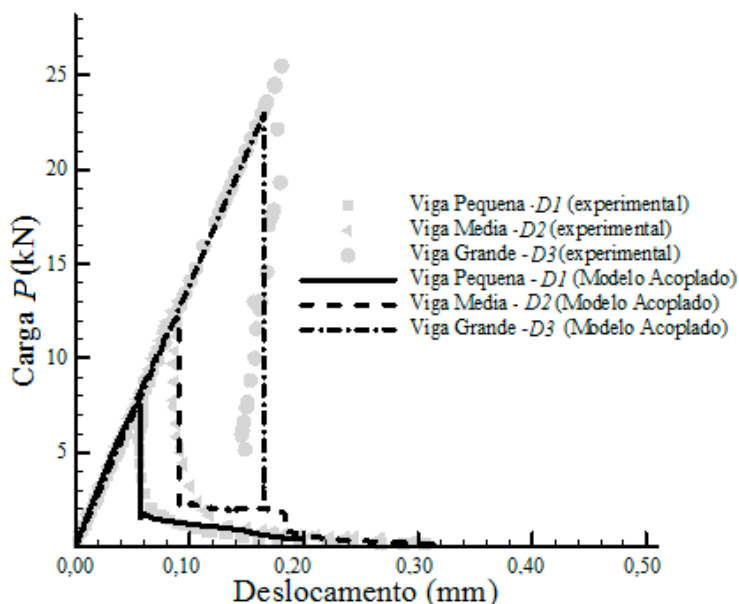


Figura 11: curvas carga-deslocamento, experimental (Gálvez et al., 2002) e numérica, para o caso C2, sendo  $\tan\phi=1$ ,  $\beta=1$ .

### 3.2 Viga com 2 entalhes ensaiada a 4 pontos

O exemplo aqui analisado foi estudado experimentalmente por Bocca et al. (1990a,b). De forma genérica, a geometria e as condições de contorno da viga, assim como a malha de Elementos Finitos empregada, são apresentadas na Figura 12. A espessura da viga é de 100

mm. Deslocamentos prescritos são aplicados afastados  $c/2$  do centro da viga. As propriedades do concreto e da superfície coesiva são apresentadas na Tabela 3 e as dimensões dos diferentes corpos de prova analisados encontram-se na Tabela 4.

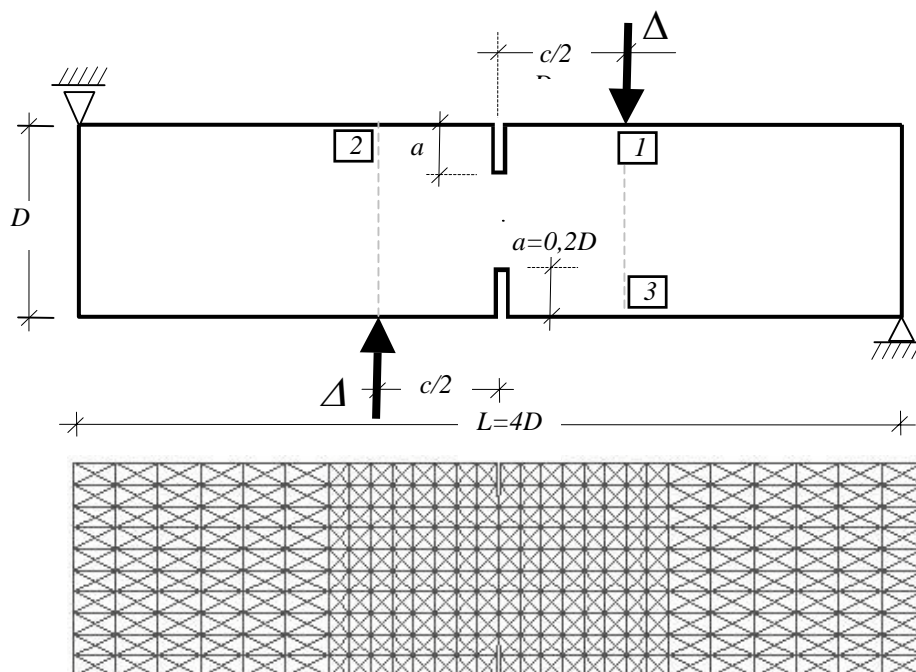


Figura 12: geometria, condições de contorno e malha de EF da viga com duplo entalhe ensaiada a 4 pontos.

PROPRIEDADES	VALORES/UNIDADES
Módulo de Elasticidade	$E= 27000 \text{ MPa}$
Resistência à tração média do concreto	$f_{tm}= 2 \text{ MPa}$
Tensão de tração máxima na zona coesiva	$\sigma_{max}^0 = 2,5 \text{ a } 3 \text{ MPa}$
Energia de fratura do Modo I	$G_{Ic}= 100 \text{ N/m}$
Coefficiente de Poisson	$\nu=0,20$
Parâmetro alfa	$\alpha=5$

Tabela 3: propriedades do concreto e da superfície coesiva para viga com duplo entalhe a 4 pontos.

CORPO DE PROVA	D (mm)	L (mm)	a (mm)	t (mm)	c/D	c/2 (mm)	$l_c$ (mm)
A/0,4	50	200	10	100	0,4	10	5
A/0,8	50	200	10	100	0,8	20	5
A/1,2	50	200	10	100	1,2	30	5
B/0,4	100	400	20	100	0,4	20	10
B/0,8	100	400	20	100	0,8	40	10
B/1,2	100	400	20	100	1,2	60	10
C/0,4	200	800	40	100	0,4	40	20
C/0,8	200	800	40	100	0,8	80	20
C/1,2	200	800	40	100	1,2	120	20

Tabela 4: geometrias analisadas para viga com duplo entalhe ensaiada a 4 pontos.

Na Figura 13, representa-se a curva carga aplicada (obtida no ponto 1, conforme Figura 12)  $x$  deslocamentos verticais correspondentes, para diferentes propriedades do modo II (variando  $\tan\phi$  e parâmetro  $\beta$ ) e propriedades que caracterizam o modo I fixas ( $G_{Ic}=100\text{ N/m}$  e  $\sigma_{max}^0 = 2,7\text{ MPa}$ ), para o corpo de prova pequeno ( $A/0,8$ ). A carga de pico obtida nestes estudos varia de 11,8 a 12,4 kN, uma boa aproximação em comparação com o resultado experimental ( $P_{max}=12,2\text{ kN}$ ). Nota-se que a variação das propriedades do modo II tem muito pouca influência nos resultados. Por outro lado, um aumento da tensão normal máxima na ponta da fissura,  $\sigma_{max}^0$  de 2,7 para 3,7 MPa resulta em um acréscimo significativo da carga máxima que chega a 16 kN. Logo, mesmo nos casos mistos as propriedades do modo I são determinantes.

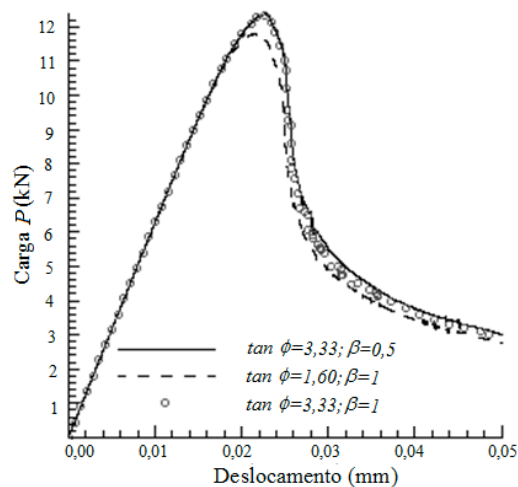


Figura 13: influência das propriedades do modo II na curva carga  $x$  deslocamento, fixando  $\sigma_{max}^0 = 2,7\text{ MPa}$  e  $G_{Ic} = 100\text{ N/m}$ .

A presente metodologia mostrou-se capaz de simular o comportamento de diferentes tamanhos de corpo de prova, como pode ser observado nas Figuras 14a,b, curvas carga  $x$  deslocamento no ponto 1 (ver Figura 12), para os corpos de provas A e C com diferentes parâmetros de acoplamento  $\beta$  e  $\tan\phi$ . Observa-se que os parâmetros do modo II não interferem significativamente nos resultados numéricos comparado com os resultados experimentais apresentados por Bocca et al. (1990a). Assim como no caso anterior, também fica bastante claro nestas figuras o efeito de fragilização devido ao tamanho. Corpos de prova pequenos (A) apresentam alguma tenacidade após atingida a carga de pico, enquanto os corpos de prova maiores (C) tendem a apresentar instabilidade (*snap-back*). Mesmo com as limitações impostas pelo método de solução empregado neste trabalho, o algoritmo foi capaz de capturar novamente esta fragilização.

Embora as propriedades do modo II possam variar significativamente sem afetar os resultados das curvas carga-deslocamento, em alguns casos estas propriedades podem levar a diferentes mecanismos de ruptura. Isto será demonstrado a seguir.

Em seu estudo experimental Bocca et al. (1990a) relatam três mecanismos de ruptura, a saber: fratura com duas superfícies simétricas em modo misto (ver Lens et al. 2007), fratura com uma superfície em modo misto e por último, fratura de flexão. Nos tamanhos A e B, relações  $c/D=0,4$  e  $0,8$ , predominaram o primeiro mecanismo, já para os corpos de prova do tamanho C, predomina a ruptura com uma superfície de ruptura em modo misto. Para os três

tamanhos, quando a relação  $c/D=1,2$  foi empregada, ocorre ruptura de flexão. Nos estudos numéricos, com a presente metodologia, estes três mecanismos foram observados. Para os corpos de prova A, o tipo de ruptura predominante foi as duas superfícies em modo misto; para os corpos de prova C, uma superfície em modo misto e no outro lado ruptura de flexão/modo I (ver Figura 15a). Na Figura 15a, a ruptura experimental (linhas tracejadas) com superfície de ruptura numérica é apresentada para comparação. Na Figura 15b a malha de elementos finitos empregada é apresentada.

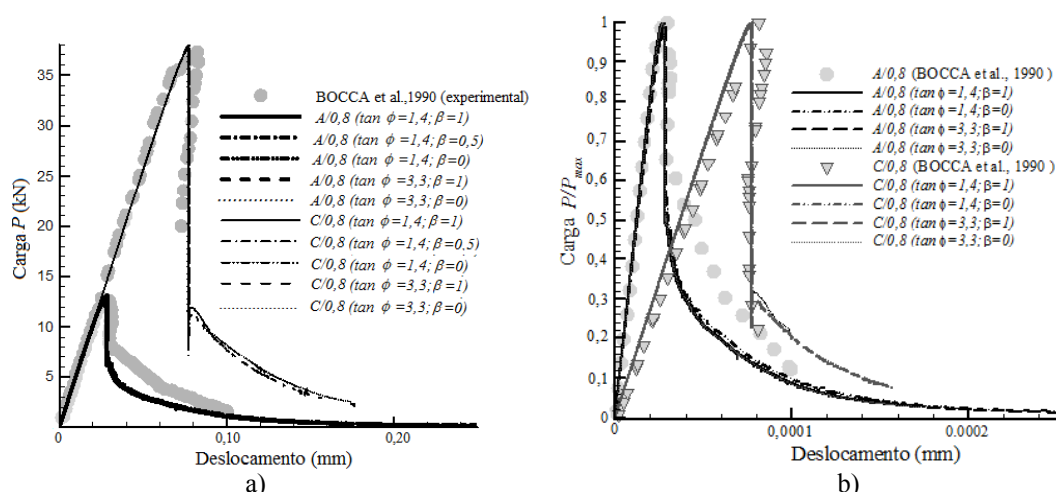


Figura 14: a) influência do tamanho do corpo de prova e dos parâmetros de acoplamento na curva carga  $x$  deslocamento e b) curva  $P/P_{max}$   $x$  deslocamento.

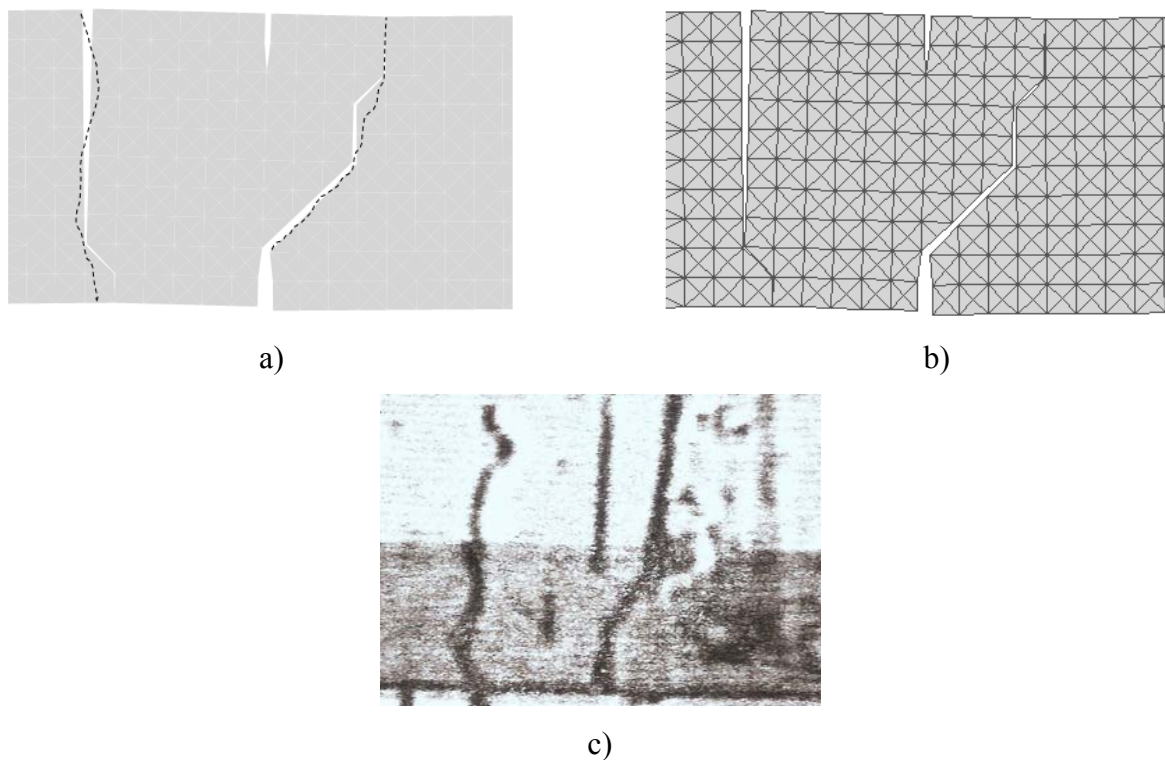


Figura 15: mecanismo de ruptura em uma superfície de fratura típica de modo II, a) superposição do experimental (Bocca et al., 1990b, ver linha tracejada) com b) malha de Elementos Finitos empregada e c) foto do mecanismo experimental (Ballatore et al., 1990).

Este tipo de mecanismo ocorre porque existe concentração de tensões de tração nas regiões próximas aos pontos 2 e 3 (ver Figura 12), juntamente com as regiões próximas aos entalhes, portanto mais de uma região de processo, conforme pode ser observado na Figura 16, onde isovalores de pressão hidrostática são indicados. O mecanismo de fratura pode ser um ou outro, definido a partir de resíduos numéricos, o que no ensaio experimental define-se pela aleatoriedade das propriedades de fratura do material. Uma análise puramente determinística pode esconder um destes mecanismos, o que mostra a importância de uma análise que considere a aleatoriedade das propriedades do material.

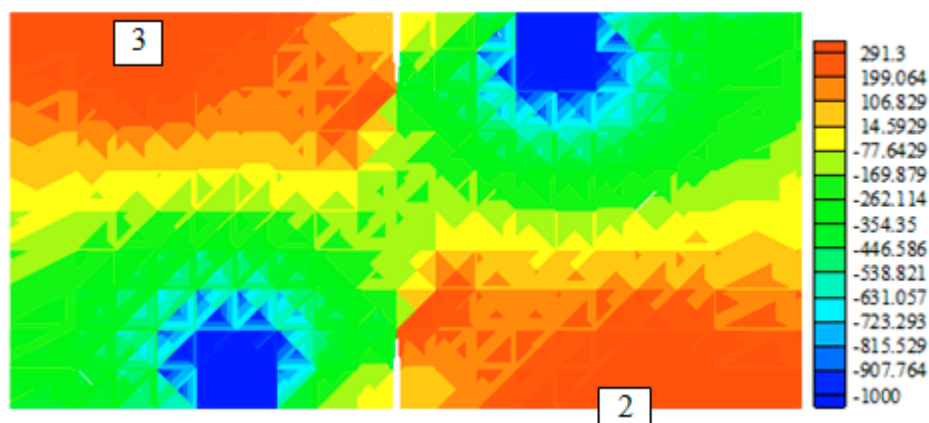


Figura 16: pressão hidrostática ( $\text{kN/m}^2$ ) para corpo de prova C/0,8.

Para valores altos de energia de fratura do modo II e de tensão tangencial máxima, o mecanismo de flexão pode ser nucleado antes do mecanismo misto, induzindo uma mudança na morfologia da fissura. No limite, existe a tendência de aumento da carga de pico e de uma queda mais suave da relação carga-deslocamento com o aumento progressivo de  $G_{IIc}$  e  $\tau_{max}^0$ . Assim, na Figura 17a, apresentam-se curvas carga  $\times$  deslocamento para o corpo de prova A/0,8 variando  $\tan\phi$  de 1,4 a 1000 e, na Figura 17b, o respectivo mecanismo de fratura para  $\tan\phi=1000$ .

#### 4 CONCLUSÕES

Neste trabalho a metodologia de interfaces coesivas é empregada na simulação da fissuração do concreto simples. O método prevê o desenvolvimento de tensões de coesão para abertura da fissura e também inclui um efeito de fricção nas faces da mesma, na zona de processo. Estas últimas seriam responsáveis pelo desenvolvimento de uma energia de fratura em modo II. Embora algumas metodologias de simulação simplesmente omitam tal parcela de energia, admitindo que as faces das fissuras trincas permaneçam orientadas aos planos principais de tensão, é sabido que na verdade isto não ocorre devido à heterogeneidade do concreto. Neste trabalho a heterogeneidade devido a presença de agregados foi aproximadamente simulada, restringido a propagação das fissuras aos contornos dos elementos finitos. Portanto a energia de modo II passa a ser uma variável do problema. Pode-se concluir neste sentido que:

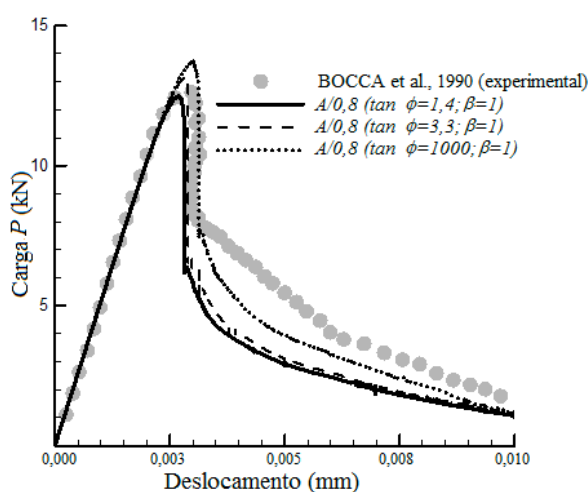
- Dificilmente a energia de modo II produz mudanças significativas nas relações cargas  $\times$  deslocamento, mesmo no pós-pico.
- A energia de modo II também tem pouca influência na morfologia das fissuras. Contudo, quando dois diferentes mecanismos de fissuração em modo I e II são concorrentes, há

uma tendência do modo II de ruptura ser inibido e o modo I favorecido quando a energia de modo II é aumentada.

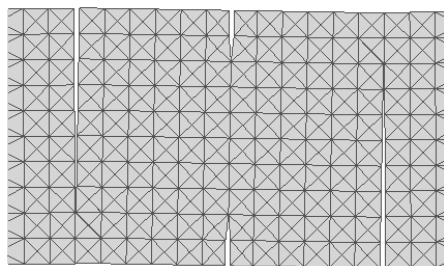
Com relação aos efeitos da geometria, pode-se concluir que:

- A disposição dos apoios pode mudar de forma significativa a morfologia da trinca. Em geral, esta mudança morfológica altera de forma significativa a capacidade resistente da viga. Como esperado, fissuras com maior desvio de trajetória (maior efeito de modo II), determinam maior capacidade resistente.
- Peças maiores tendem a apresentar menor tenacidade e *snap-back* (instabilidade pós-pico) quando comparadas com peças menores.

Tais conclusões foram corroboradas por experimentos obtidos da literatura.



a)



b)



c)

Figura 17: variações de  $\tan\phi$  para corpo de prova  $A/0,8$ , a) curvas carga  $\times$  deslocamento, b) mecanismo de ruptura típico de flexão para  $\tan\phi=1000$  e c) foto do mecanismo experimental (Ballatore et al., 1990).

## 5 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPQ pelos recursos financeiros obtidos.

## REFERÊNCIAS

- Area, M. e Ingraffea, A.R. Mixed mode crack propagation in mortar and concrete, report n. 81-13, *Departament of Structural Engineering, School of Civil and Enviromental Engineering, Cornell University*, 1982.



- Ballatore, E.; Carpinteri, A.; Ferrara, G. e Melchiorri, G. Mixed mode fracture energy of concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 35:145-157, 1990.
- Basche, H.D.; Rhee, I.; Willam, K.J. e Shing, P.B. Analysis of shear capacity of lightweight concrete beams. *Engineering Fracture Mechanics*, 74:179-193, 2007.
- Bažant, Z.P. e Pfeiffer, P.A. Shear fracture test of concrete. *Materials and Structures (RILEM)*, 110:111-121, 1986.
- Bocca, P.; Carpinteri, A. e Valente, S. Mixed Mode Fracture of Concrete. *International Journal Solids Structures*, 27:1139-1153, 1990a.
- Bocca, P.; Carpinteri, A. e Valente, S. Size effects in the mixed mode crack propagation: softening and snap-back analysis. *Engineering Fracture Mechanics*, 35:159-170, 1990b.
- Carpinteri, A.; Cornetti, P.; Barpi, F. e Valente, S. Cohesive crack model description of ductile to brittle size-scale transition: dimensional analysis vs. renormalization group theory. *Engineering Fracture Mechanics*, 70:1809-1839, 2003.
- Cendón, D.A.; Gálvez, J.C.; Elices, M. e Planas, J. Modeling the fracture of concrete under mixed loading. *International Journal Fracture*, 103:293-310, 2000.
- Červenka J. Discrete crack modeling in concrete structures. PhD Thesis, *University of Colorado*, 1994.
- COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON. CEB-FIP Model Code 1990. *Bulletin d'Informacion*, Lausanne n.213/214, Lausanne: CEB, mar. 1993.
- Gálvez, J.C.; Elices, M.; Guinea, G.V. e Planas, J. Mixed mode fracture of concrete under proportional and non-proportional loading. *International Journal Fracture*, 94:267-284, 1998.
- Gálvez, J.C.; Cendón, D.A. e Planas, J. Influence of shear parameters on mixed-mode fracture of concrete. *International Journal Fracture*, 118:163-189, 2002.
- Hassanzadeh, M. Behaviour of fracture process zones in concrete influenced by simultaneously applied normal and shear displacements. PhD Thesis, *Lund Institute of Technology Division of Building Materials*, Lund, Sweden, 1992.
- Hillerborg, A.; Modéer, M. e Peterson, P.E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, 6:773-782, 1976.
- Jenq, Y.S. e Shah, S.P. Mixed Mode Fracture Parameters of Concrete. *International Conference on Fracture of Concrete and Rock*. Eds. S.P. Shah e S. E. Swartz, Houston, 359-369, 1987.
- Lens, L.N.; Bittencourt, E. e d'Avila, V.M.R. Cohesive laws to model concrete rupture - a methodology that takes mesh effects into consideration. In: Elaskar SA, Pilotta EA, Torres GA, editors. *Mecánica Computacional. Asociación Argentina de Mecánica Computacional*, p. 1440-1452, 2007.
- Lens, L.N.; Bittencourt, E. e d'Avila, V.M.R. Mixed mode fracture modeling of concrete using a modified Coulomb's law. In: *XVII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones*, 2008, San Luis. XVII ENIEF. Santa Fé, AMCA, p. 1-14, 2008.
- Lens, L.N.; Bittencourt, E. e d'Avila, V.M.R. Constitutive models for cohesive zones in mixed mode fracture of plain concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 76:2281-2297, 2009.
- Nooru-Mohamed, M.B. Mixed mode fracture of concrete: an experimental approach. PhD Thesis, *Delft University of Technology*, Delft, 1992.
- Tijssens, M.G.A.; Sluys, B.L.J. e Van Der Giessen, E. Numerical simulation of quasi-brittle fracture using damaging cohesive surface. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 19:761-779, 2000.

Xu, X.P. Determination of parameters in the bilinear, Reinhardt's non-linear and exponentially non-linear softening curves and their physical meanings. *Werkstoffe und Werkstoffprüfung im Bauwesen*, Hamburg, Libri BOD, 410-424, 1999.