

## DETERMINACIÓN NUMÉRICA DE PROPIEDADES ELÁSTICAS DE LA FUNDICIÓN NODULAR

**Francisco J. Rodríguez<sup>a</sup>, Patricia M. Dardati<sup>a</sup>, Luis A. Godoy<sup>b</sup> y Diego J. Celentano<sup>c</sup>**

<sup>a</sup>*Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Córdoba. Maestro M. Lopez esq. Cruz Roja Argentina, Ciudad Universitaria, Córdoba Argentina. rodriguez-fj@hotmail.com, pdardati@gmail.com, <http://www.frc.utn.edu.ar>*

<sup>b</sup>*Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Av. Vélez Sársfield 1611, Córdoba Argentina – CONICET, [lgodoy@com.uncor.edu](mailto:lgodoy@com.uncor.edu), <http://www.efn.uncor.edu>*

<sup>c</sup>*Departamento de Ingeniería Mecánica y Metalúrgica, Pontificia Universidad Católica de Chile. Av. Vicuña Mackenna 4860, Santiago de Chile, Chile. [dcelentano@ing.puc.cl](mailto:dcelentano@ing.puc.cl), <http://www.ing.puc.cl>*

**Palabras clave:** Fundición nodular, Propiedades elásticas, Análisis micromecánico.

**Resumen.** En el presente trabajo se realiza un análisis numérico micromecánico, empleando una técnica multiescala, para predecir el módulo de Young de una fundición nodular. Este material presenta a escala micro una estructura constituida por diferentes fases: nódulos de grafito inmersos en una matriz que puede estar formada por ferrita, perlita o ambas. Es decir que, a nivel microestructural, se trata de un material heterogéneo. Las propiedades mecánicas de la fundición nodular son función del arreglo de fases así como de las propiedades de cada una de ellas. El objetivo de este trabajo es determinar las propiedades de un material homogéneo equivalente cuyo comportamiento se aproxime al del material microscópicamente heterogéneo original. Para realizar el análisis micromecánico es preciso contar con una representación de la microestructura; para ello, en este trabajo se genera, computacionalmente, un conjunto de microestructuras a partir del conteo y tamaño de nódulos obtenidos de la simulación numérica de la solidificación de una fundición nodular. Cada una de las microestructuras generadas esta formada por una matriz, que se considera homogénea, y los nódulos distribuidos aleatoriamente. La microestructura se analiza en 2D y en 3D. La representación plana de la microestructura se obtiene a partir de intersecar mediante planos la representación espacial. El conjunto de microgeometrías se analiza mediante el método de los elementos finitos. Para la obtención de las propiedades macroscópicas se utiliza la técnica de homogeneización. A partir de cada uno de estos conjuntos de microestructuras se obtiene el valor promedio de la propiedad analizada, se comparan entre si y se presentan algunas conclusiones finales.

## 1 INTRODUCCIÓN

La fundición nodular, conocida como esferoidal o dúctil (SGI), es una aleación ferrosa cuya producción se ha incrementado notablemente en los últimos años (Panchal, 2010). La SGI es una aleación de Fe-C-Si con 3 a 4.3% C y 1.3 a 3% Si, en las cuales el silicio promueve la precipitación del carbono en forma de grafito el cual, mediante el agregado de otros elementos de aleación, adopta una morfología esférica. El incremento en la producción antes mencionado es debido a las buenas propiedades mecánicas que le confiere al material la geometría nodular del grafito.

La fundición nodular puede considerarse formada por una matriz metálica, compuesta por ferrita, perlita o una combinación de ambas, en la cual se encuentran embebidos los nódulos de grafito. Dadas estas características microestructurales la fundición nodular puede considerarse un material heterogéneo con un arreglo de matriz-inclusión (Böhm, 2012).

Las propiedades de la fundición nodular están controladas principalmente por el tipo de matriz, por la presencia de defectos en la misma y por el tamaño, forma y distribución de los nódulos de grafito. Por lo tanto, para obtener piezas con propiedades mecánicas especificadas es de gran importancia conocer las relaciones entre la microestructura y las propiedades mecánicas.

Uno de los enfoques empleados para el estudio de la relación entre la microestructura y las propiedades mecánicas se basa en modelos fenomenológicos fundamentados en información experimental. Guo *et al.* (1997) estudian la relación entre las características de la matriz y del grafito y diferentes propiedades mecánicas de la fundición, y proponen expresiones para determinar dureza Brinell, tensión última y de fluencia y deformación en función de las características microestructurales analizadas. Wenzhen y Baicheng (1996) predicen propiedades mecánicas, empleando expresiones experimentales desarrolladas por Lundback *et al.* (1988), a partir de microestructuras determinadas a través de un modelo de solidificación desarrollado por estos autores.

Otro enfoque es el basado en el modelado multiescala y en la micromecánica del continuo. Pundale *et al.* (2000) investigan la influencia que tiene la fracción volumétrica, forma, tamaño y distribución del grafito en el módulo de Young efectivo. Analizan celdas, en las cuales los nódulos de grafito se asumen como vacíos, mediante dos modelos uno de tensión plana y otro axilsimétrico. Collini y Nicolletto (2005) proponen un modelo de celda unitaria para predecir la ley constitutiva y la falla de una fundición nodular. Consideran una celda unitaria con una matriz mixta de ferrita y perlita que les permite analizar la influencia de la fracción volumétrica de estas fases en las propiedades mecánicas. Collini (2004) implementa diferentes modelos de micromecánica computacional, mediante el método de los elementos finitos, para determinar el comportamiento en el campo elasto-plástico e identificar mecanismo de iniciación de falla. Este autor compara los resultados obtenidos con diferentes modelos y realiza una validación con resultados experimentales.

El segundo enfoque requiere una adecuada representación del material a través de un elemento de volumen representativo (*RVE* por sus siglas en inglés). La obtención de los *RVE* se puede realizar principalmente siguiendo dos metodologías (Böhm, 2012), a saber, una primera que emplea microestructuras “sintéticas” generadas mediante algoritmos de computadora. La segunda metodología se basa en micrografías obtenidas experimentalmente, valiéndose de la adquisición y del procesamiento de imágenes para generar imágenes digitales de las mismas y con estas las microgeometrías.

El objetivo final del metalurgista es diseñar un proceso de producción que permita obtener un producto que cumpla un conjunto de especificaciones, es decir, con determinadas propiedades mecánicas. Las propiedades de la fundición están definidas por su

microestructura, la cual es determinada por los cambios de fase que ocurren durante el enfriamiento del material en el molde. Por este motivo, el objetivo primario a cumplir para lograr una pieza con las características deseadas es diseñar un proceso que produzca una microestructura acorde a las mismas. Actualmente, es habitual el uso de modelos metalúrgicos que simulan los cambios de fase microscópico, aplicando leyes de nucleación y crecimiento, capaces de aportar información sobre las características microestructurales del material. Estos modelos metalúrgicos microestructurales se acoplan a modelos macroscópicos de transporte y mecánicos.

Algunos investigadores clasifican las principales teorías que explican el proceso de solidificación de la fundición nodular (Sikora *et al.*, 2001) en: (a) uninodular y (b) plurinodular. La teoría uninodular sostiene que la unidad de solidificación está formada por un nódulo de grafito y su envoltura de austenita (Fras, 1984; Su, 1984). La teoría plurinodular, en cambio, propone la nucleación independiente de la austenita y los nódulos de grafito y que una unidad de solidificación cuenta con numerosas esferas de grafito (Boeri, 1989; Dardati, 2005).

El objetivo principal de este trabajo es obtener numéricamente mediante homogeneización, las propiedades elásticas de la SGI. Para alcanzar este objetivo se emplea un modelo de celda multipartícula (Segurado, 2004; Zahr Viñuela, 2010), construida de forma de representar la microestructura resultante de la simulación de la solidificación de un bloque de ensayo tipo Y de 1". Mediante el método de homogeneización asintótico se determinan el módulo de Young y coeficiente de Poisson.

## 2 METODOLOGÍA

La fundición nodular es un material heterogéneo cuya microestructura se forma durante el proceso de solidificación y enfriamiento en el molde. La solidificación de la fundición dúctil involucra fenómenos térmicos, metalúrgicos y mecánicos fuertemente acoplados entre sí. El modelo utilizado en el presente trabajo aborda los dos primeros, realizando el acoplamiento entre ambos mediante el método del calor latente.

El problema térmico se trata a nivel macroscópico resolviendo la ecuación del calor por el método de los elementos finitos considerando el fenómeno de transferencia de calor entre pieza y molde. El modelo microestructural utilizado es el propuesto por Boeri (1989). Este modelo simula la solidificación equiaxial estable de una fundición nodular de composición eutéctica según la teoría plurinodular.

El modelo de solidificación se aplica a dos bloques de ensayo tipo Y de 1" cuya geometría se especifica en la norma ASTM A536-84 (2009), según se detalla en Rodríguez *et al.* (2012). La simulación mediante este modelo da como resultado, en cada punto de integración, la fracción volumétrica de grafito y austenita, así como la densidad volumétrica de nódulos para los diferentes conjuntos de nódulos nucleados en cada incremento de tiempo, en adelante familias. En el modelado micromecánico se utilizan los resultados de dos puntos designados como 25D-C y 24D-C, Figura 1, cuyos valores de fracciones calculados se reportan en la Tabla 1.

Punto	Fracción de grafito [%]	Fracción de austenita [%]
25D-C	7.5989	92.4011
24D-C	7.5984	92.4016

Tabla 1: Fracciones volumétricas de grafito y austenita simuladas.

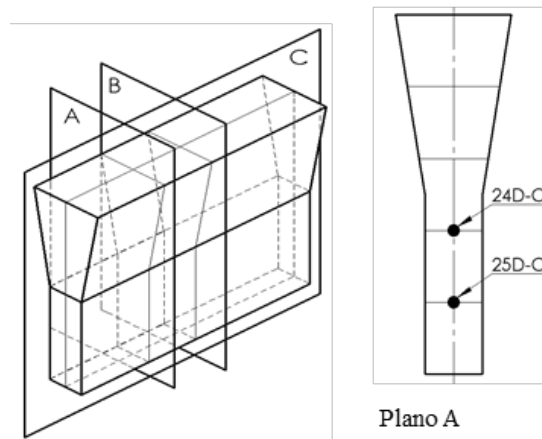


Figura 1: Bloque Y normalizado de 1" de espesor y ubicación del punto analizado.

La microestructura de la SGI está formada por una matriz, que a su vez puede estar formada por diferentes microconstituyentes, con nódulos de grafito embebidos en ella. En este trabajo, con el objetivo de reducir el número de grados de libertad del problema estudiado, la fundición se modela como un material poroso ya que los nódulos no constituyen un refuerzo a la matriz a causa de su bajo módulo de Young (Pundale *et al.*, 2000; Collini, 2004). La matriz se considera formada por un material homogéneo, lineal e isótropo. En las simulaciones se supone una matriz ferrítica y se adoptan los valores de  $E=209GPa$  y  $\nu=0.3$  utilizados por Pundale *et al.* (2000).

Para encontrar la relación entre el comportamiento macroscópico y microscópico se consideran modelos de celda multipartícula. Se utilizan dos modelos de celda: (a) tridimensional de forma cúbica, y (b) bidimensional de forma cuadrada considerando una formulación en tensión plana (Pundale *et al.*, 2000) según se detalla en la Sección 3.1.

Para el cálculo del módulo de Young  $E$  y del coeficiente de Poisson  $\nu$ , se procede mediante el método de homogeneización asintótico (Sanchez-Palencia, 1986) resolviendo el campo de desplazamiento dentro de la celda mediante el MEF. Para la determinación de las propiedades elásticas se asume, debido a la evidencia experimental, una respuesta isótropa del material homogéneo equivalente. Según Zohdi y Wriggers (2005) bajo la consideración de isotropía sólo se precisa una deformación prescrita para determinar dos de los parámetros que caracterizan el comportamiento elástico del material, en lugar de las seis linealmente independientes usuales.

La implementación, incluyendo el pre- y post-proceso, se realiza en el programa de elementos finitos de propósito general ABAQUS. La construcción del modelo se ejecuta a través de un script desarrollado en lenguaje Python.

A los fines de tener un valor comparativo, se determina el módulo de Young analíticamente mediante el modelo de regla de mezclas (MRM), el cual es una cota superior para esta propiedad. En el caso analizado en el que una de las fases es un vacío el valor de módulo de elasticidad  $E_{RM}$  calculado según este modelo es,

$$E_{RM} = f_v E_f \quad (1)$$

donde  $f_v$  es la fracción volumétrica de matriz y  $E_f$  es el módulo de Young para la ferrita.

Se determina el tamaño de RVE según el criterio geométrico y físico (Böhm, 2012) en ambos modelos. La definición del mismo se hace imponiendo la condición que el error de respuesta relativo sea inferior a una tolerancia definida en un 2%. Este error relativo  $\xi_r\%$  se expresa como,

$$\xi_r \% = \frac{|A_{i+1} - A_i|}{A_{i+1}} \cdot 100 \quad (2)$$

donde  $A_i$  y  $A_{i+1}$  son los valores de la propiedad analizada para un determinado tamaño  $i$  y la obtenida con un tamaño de celda inmediato superior  $i+1$ .

Ya definidos los tamaños de *RVE*, se obtienen resultados para los dos puntos analizados (Tabla 1). Los resultados determinados para cada modelo se comparan entre sí y con los calculados con el modelo de mezclas.

### 3 MODELOS DE CELDA MULTIPARTICULA

#### 3.1 Generación de la celda

En este trabajo se emplean celdas multipartícula sintéticas, en dos y tres dimensiones, con una distribución aleatoria de los nódulos de grafito dentro de ellas. La celda está formada por una matriz de material homogéneo con nódulos de diferentes tamaños embebidos en ella. Se define un tamaño relativo de celda dado por el cociente entre la longitud del lado de la celda  $L$ , en adelante el tamaño de la celda, y el radio de la primera familia de nódulos en nuclear que es la de mayor radio al final de la solidificación.

La celda multipartícula tridimensional es generada por el método adición aleatoria secuencial (*RSA*, por sus siglas en inglés), según los resultados obtenidos de la simulación numérica de la solidificación. Se impone la condición de que las partículas no deben interpenetrarse y estar contenidas completamente dentro de la celda, sin intersectar los bordes de la misma (Figura 2-a).

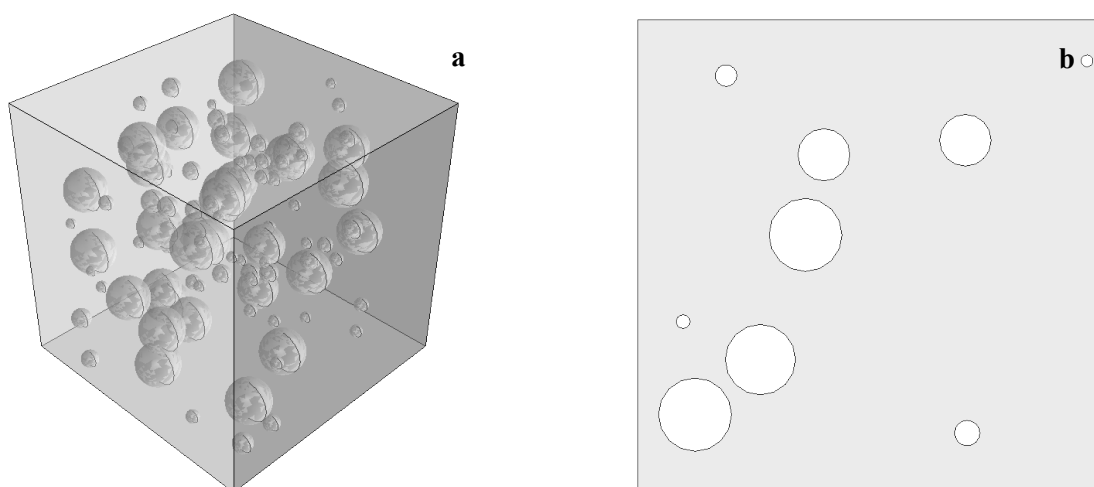


Figura 2: Celdas de tamaño relativo 12 (a) tridimensional, y (b) su bidimensional correspondiente obtenida con un plano de corte normal al eje x que pasa por el centro de la misma.

En cada celda se incluye un número de nódulos, de cada familia, que se determina a partir de su densidad volumétrica y del volumen total de la celda considerada.

$$N = \Omega_C N_{vol} \quad (3)$$

donde  $N$  es el conteo de nódulos de una familia incluidos en la celda,  $N_{vol}$  es la densidad volumétrica obtenida de la simulación de la solidificación y  $\Omega_C$  es el volumen de la celda utilizada. El valor obtenido de este cálculo se redondea, debido a que la cantidad de nódulos debe ser un número natural.

La celda bidimensional se obtiene en base a la tridimensional seccionándola con un plano

de corte paralelo a una de sus caras y con posición aleatoria. Para esto, una vez elegido el plano con el cual se seccionará, se identifican los nódulos que lo intersectan y se determina el radio de la circunferencia que resulta de la intersección entre el plano y cada una de estas esferas (Figura 2-b).

### 3.2 Elección del tamaño de RVE

El tamaño de un *RVE* que permita calcular las constantes elásticas de la fundición nodular requiere considerar dos aspectos: la precisión deseada y la densidad de la malla de elementos finitos utilizada; ambas aumentan al aumentar tamaño del volumen. Los trabajos de [Drugan y Willis \(1996\)](#) y [Drugan \(2000\)](#) concluyen que el volumen representativo debería tener un tamaño igual o superior a 2 veces el diámetro de las esferas para obtener un error del 5% en el módulo de elasticidad, lográndose reducir este error a menos de 1% cuando el tamaño se aumenta a 4,5 veces el diámetro.

Se pueden adoptar dos criterios ([Temizer, 2012](#); [Böhm, 2012](#)) para definir el *RVE*: (a) geométrico y (b) físico. En el geométrico el *RVE* debe ser estadísticamente representativo de la microestructura del material, siendo por lo tanto independiente de la propiedad física estudiada. El criterio físico define el *RVE* basado en el requerimiento de que, para un determinado comportamiento físico, su respuesta global no dependa de las condiciones de borde aplicadas.

Tomando como base los resultados de los trabajos de [Drugan y Willis \(1996\)](#) y [Drugan \(2000\)](#) desarrolla un análisis para determinar el tamaño de *RVE* según los criterios geométricos y físicos. Para realizar este estudio se emplea la definición de tamaño relativo de celda.

### 3.3 Mallado

El mallado de las celdas tridimensionales se realiza con elementos tetraédricos cuadráticos, cuya denominación en *ABAQUS* es *C3D10*. Los modelos 2D se mallan utilizando un mallador automático no estructurado empleando elementos triangulares cuadráticos de tensión plana, *CPS6*.

La implementación de condiciones de borde periódicas requiere que los nodos de la malla, sobre los bordes correspondientes, se encuentren en posiciones periódicas. Para asegurar este requerimiento, en caso de ser necesario, se realiza la edición de la malla en el script de generación del modelo.

### 3.4 Condiciones de borde

En este trabajo, para describir el comportamiento macromecánico de la fundición nodular se utilizan modelos de celda multipartícula. Éstos realizan el análisis de un material modelo con microestructura y condiciones de contorno periódicas.

Las condiciones de periodicidad de la celda utilizada se garantizan si se cumple que,

$$u_k = \varepsilon_{kl}^0 L + \tilde{u}_k \quad (4)$$

siendo  $\varepsilon_{kl}^0$  el tensor de deformaciones macroscópico y  $u_k$  el desplazamiento del nodo  $k$  y  $\tilde{u}_k$  el desplazamiento de su nodo periódico. Dado que  $\tilde{u}_k$  es desconocido, para la implementación numérica de estas condiciones se deben obtener expresiones adecuadas que relacionen los desplazamientos de un par de puntos ubicados sobre caras opuestas. Las condiciones de contorno a imponer a las caras, lados y vértices de la celda para asegurar la periodicidad se determinan siguiendo el procedimiento indicado en [Ibarra Pino y Cisilino \(2011\)](#).

### 3.5 Determinación de constantes elásticas

La celda con las condiciones de contorno aplicadas, es sometida a un conjunto de deformaciones macroscópicas prescriptas. Para esto se emplea el método de grados de libertad macroscópicos (Michel *et al.*, 1999). Éste consiste en imponer desplazamientos en nodos de control  $NC$ , a efectos de obtener las deformaciones prescriptas.

Los desplazamientos a imponer a los nodos de control se obtienen del producto entre la deformación macroscópica  $\varepsilon_{ij}^0$  y la longitud de los lados de la celda. Para obtener los valores de las dos constantes que definen el comportamiento elástico de un material isotropos, se debe evaluar los resultados para dos sollicitaciones mecánicas linealmente independiente.

En este trabajo la homogeneización se realiza utilizando la metodología denominada exterior (Zahr Viñuela, 2010). Las componentes de la tensión macroscópica se calculan como el cociente entre la fuerza de reacción en el nodo de control y el área actual,

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \begin{cases} \frac{f_{ii}}{\prod_{k \neq i} (L_0 + c_{kk})} & \text{si } i = j \\ \frac{f_{ij}}{\prod_{k \neq i} (L_0 + c_{kk})} & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (5)$$

en donde  $L_0$  es la arista del volumen en la configuración inicial indeformada y  $c_{kk}$  es la  $k$ -ésima componente de desplazamiento del nodo de control  $k$ -ésimo.

Considerando la relación constitutiva elástica lineal para un material isotropo y utilizando la notación de Nye, el módulo de Young  $E$  y el coeficiente de Poisson  $\nu$  se obtienen de la solución del siguiente sistema de ecuaciones,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \sigma_2 + \sigma_3 \\ \frac{1}{2}\gamma_6 & \sigma_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E \\ \nu \end{Bmatrix} \quad (6)$$

## 4 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La elección del tamaño de  $RVE$  se realiza según los criterios geométrico y físico, empleando para la generación de la microgeometría los resultados del modelo de solidificación correspondientes al punto 25D-C. En primer lugar se realiza el análisis según el criterio geométrico y a continuación según el criterio físico. Primeramente se define el tamaño de  $RVE$  tridimensional y luego el del modelo bidimensional.

La característica que se evalúa para definir el tamaño del  $RVE$ , según el criterio geométrico, es la fracción volumétrica de matriz. En la Figura 3-a se muestra la evolución de la fracción volumétrica de la matriz del modelo tridimensional en función del tamaño absoluto de la celda, dado por el valor de su lado  $L$ . Las etiquetas que se muestran para cada punto del gráfico indican el tamaño relativo de celda. Se nota una rápida convergencia al valor de fracción volumétrica obtenido de la simulación de la solidificación,  $f_v^{simul} = 0.924011$ , alcanzando  $\xi_r\%$  menores al 1% para tamaños relativos superiores a 12.

Para seleccionar el tamaño de  $RVE$  según el criterio físico se analiza la evolución del módulo de Young. En la Figura 3-b se grafica la evolución del módulo de Young en función del tamaño absoluto de celda. El valor de  $E$  muestra una convergencia a partir de tamaños relativos de celda de 15, mostrando un  $\xi_r\%$  de 1,13% y de 0,90% para una celda cuyo tamaño relativo es 20.

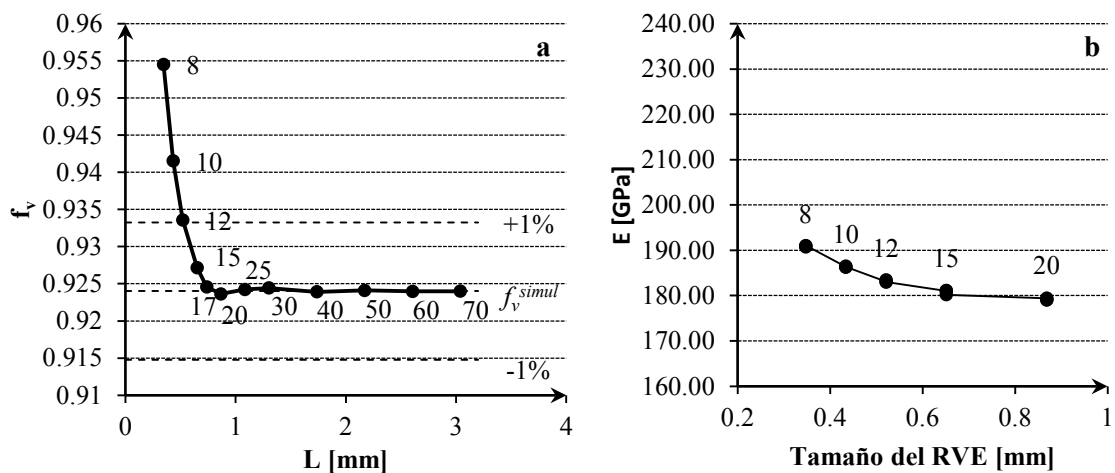


Figura 3: Evolución de: (a) la fracción volumétrica de ferrita y (b) coeficiente de Poisson  $\nu$  en función del tamaño de celda tridimensional.

La forma de obtención de las celdas bidimensionales origina que los valores geométricos característicos, por ejemplo, el conteo volumétrico y la fracción volumétrica de vacíos sean particulares para cada una, a diferencia del caso tridimensional en el cual estos valores son característicos del tamaño relativo de celda. Esto se debe a que tanto el número de vacíos intersectados por el plano, como la posición por la cual se cortan los mismos es variable.

La variabilidad de las características geométricas de la celda bidimensional conduce a una elevada dispersión de los resultados. Por lo cual el valor de la propiedad analizada, para cada tamaño, se obtiene del promedio de una muestra de celdas que se asume como característico del tamaño.

Los valores promedio de fracción volumétrica de matriz y módulo de Young para cada tamaño de celda se grafican en la Figura 4. Con tamaño relativo de celda 15 el  $\xi_r\%$  en la fracción volumétrica es de 1.08%. Desde el punto de vista físico, para que los valores de  $E$  converjan se requieren tamaños relativos de celda superiores a 30.

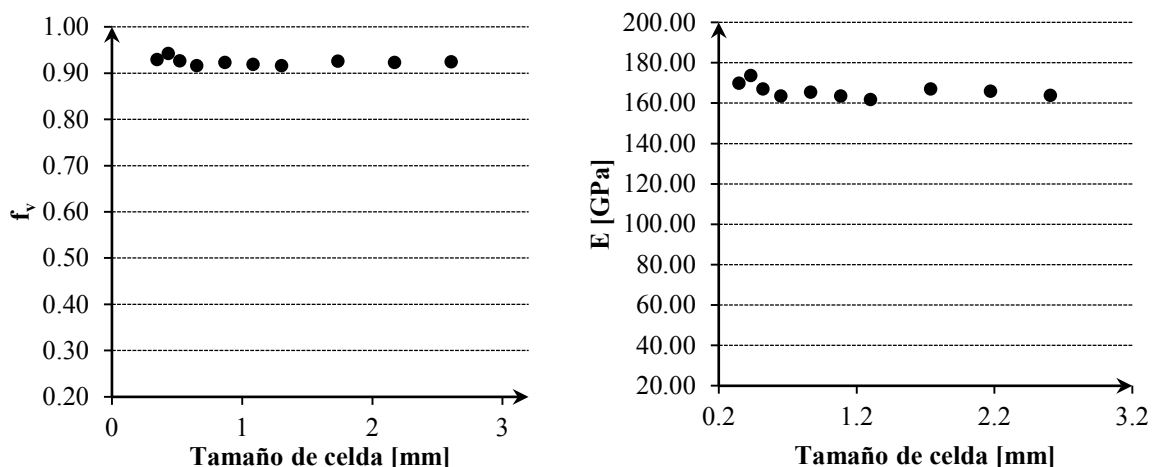


Figura 4: Evolución del módulo de Young y de la fracción volumétrica de matriz promediados, con el aumento del tamaño de celda.

Se adopta como tamaño de celda representativo,  $RVE$ , aquel con el cual se tenga una respuesta con una  $\xi_r\%$  menor al 2% y para tamaños mayores se mantenga dentro de estos límites. Con este criterio, y en base a los resultados determinados, se decide adoptar un tamaño relativo de  $RVE$ , para el modelo tridimensional, de 12 según el criterio geométrico



( $\xi_r\%=1.62\%$ ) y 15 para el criterio físico, para el que el error relativo en el módulo de Young es de 1.08%.

Para el bidimensional se adopta, según el criterio geométrico, un tamaño relativo de 15 cuyo error relativo es de 1.08%. Según el criterio físico, se toma como *EVR* la celda con tamaño relativo de 40 la cual exhibe una  $\xi_r\%=1\%$  respecto a la de 30.

A continuación se muestran los resultados obtenidos del modelado micromecánico de la fundición nodular en los puntos 25D-C y 24D-C (Tabla 1). Se utilizan los tamaños de *RVE* definidos con el criterio físico ya que especifica tamaños de celda mayores que incluyen a los geométricos. En la Tabla 2 se muestran los resultados obtenidos en tres simulaciones, para cada punto y modelo analizado, y el valor de módulo de Young determinado mediante el modelo mezclas.

Punto	Caso	Módulo de Young [GPa]			Coeficiente de Poisson	
		<i>MRM</i>	Modelo 2D	Modelo 3D	Modelo 2D	Modelo 3D
24D-C	1	193.118	166.474	179.312	0.3102	0.2909
	2		164.952	179.958	0.3142	0.2908
	3		168.583	179.158	0.3104	0.2914
25D-C	1	193.119	167.501	181.025	0.3075	0.2903
	2		166.784	181.149	0.3086	0.2904
	3		167.553	180.191	0.3048	0.2913

Tabla 2: Resultados para los diferentes modelos analizados.

De estos resultados se puede ver, como era de esperarse, que la regla de mezclas da la respuesta elástica más rígida, siendo el modelo bidimensional el predice que el comportamiento menos rígido.

## 5 CONCLUSIÓN

En el presente trabajo se obtienen las propiedades elásticas macroscópicas de la fundición nodular empleando el método de homogeneización asintótica, con modelos de celda multipartícula.

Con los resultados de la simulación de la solidificación de la fundición nodular, según el modelo propuesto por Boeri (1989), se generan celdas multipartícula. En estas se considera una matriz homogénea y los nódulos son representados mediante vacíos. La distribución de estos últimos se realiza mediante el método *RSA*, que permite obtener distribuciones aleatorias de partículas.

La construcción del modelo de elementos finitos, incluyendo la generación de las microgeometrías, así como la simulación y post-proceso se realizó utilizando el programa *ABAQUS*.

En el caso estudiado se puede notar que los criterios para definir el *RVE* arrojan resultados diferentes, siendo en general el criterio geométrico el que da los tamaños menores. Respecto a las celdas en dos y tres dimensiones, se observa que se obtienen valores representativos para las últimas menores que para el caso bidimensional. Esto puede atribuirse a que en los modelos en tres dimensiones proveen una descripción más completa de la estructura del material siendo necesario *RVE* de menores dimensiones. Sin embargo, el uso de modelos tridimensionales tiene un costo computacional mucho mayor aún si se compara con *RVE* bidimensionales de dimensiones superiores.

Del análisis de la respuesta con los dos modelos se observa un comportamiento más rígido en el tridimensional respecto al bidimensional. Estas diferencias se atribuyen a las

simplificaciones adoptadas al considerar el problema como uno plano.

## 6 AGRADECIMIENTOS

Esta investigación fue apoyada por el Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación Productiva de Argentina; Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Córdoba y CONICET. F. J. Rodriguez posee beca de doctorado CONICET tipo I.

## REFERENCIAS

- ABAQUS Inc., *Abaqus Theory Manual*, versión 6.7, 2007.
- ASTM, *Standard Specification for Ductile Iron Castings*, ASTM A536 – 84, 2009
- Boeri, E. R., *The Solidification of Ductile Cast Iron*, Tesis Doctoral, University of British Columbia, Canadá, 1989.
- Böhm, H. J. *A Short introduction to basic aspect of continuum micromechanics*, ILSB Report, Institute of Lightweight Design and Structural Biomechanics (ILSB), Vienna University of Technology, 2012.
- Carazo, F. D., Giusti, S. M., Boccardo, A. D., Dardati, P. M. y Godoy, L. A. Characterization of nodular cast-iron using mult-scale constitutive modeling, *Mecánica Computacional*, XXX(8):611-629, 2011.
- Collini, L. *Micromechanical modeling of the elasto-plastic behavior of heterogeneous nodular cast iron*, Tesis Doctoral, Università degli Studi di Parma, Italia, 2004.
- Collini, L. y Nicoletto, G. Determination of the relationship between microstructure and constitutive behaviour of nodular cast iron with a unit cell model. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 40(2):95–106, 2005.
- Dardati, P. M., *Simulación micromecánica de la solidificación de la fundición dúctil*, Tesis Doctoral, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina, 2005.
- Drugan W. J. y Willis J. R. A micromechanics-based nonlocal constitutive equation and estimates of representative volume element size for elastic composites. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 44:497–524, 1996.
- Drugan, W. Micromechanics based variational estimates for a higher non-local constitutive equation and optimal choice of effective moduli of elastic composites, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48:1359-1387, 2000.
- Fras, E. A Computer-aided Simulation of the Kinetics of Solidification of the Eutectic Ductile Cast Iron, *Proceedings of the 3th International Symposium on the Metallurgy of Cast Iron*, 29-31:191-199, 1984.
- Godoy, L. A. Modelos y Enfoques para Problemas con Acoplamiento de Micro y Macro Estructuras. *Mecánica Computacional*, XXII(22):1964-1984, 2003.
- Guo, X., Stefanescu, D.M., Chuzhoy, L., Pershing M.A., y Biltgen G.L. A mechanical properties model for ductile iron. *AFS Transactions*, 105:47–54, 1997.
- Ibarra Pino A. A. y Cisilino, A. P. Estimación del comportamiento elástico aparente del hueso trabecular mediante métodos de homogenización, *Mecánica Computacional*, XXX(44):3413-3430, 2011.
- Lundback, E., Svensson, I.L. y Person, P. Modelling of structure formation and relation to mechanical properties of nodular cast iron, *Modelling of metal forming processes*, 288:37–46, 1988.
- Miehe C., Schotte J., and Schröder J. Computational micro-macro transitions and overall moduli in the analysis of polycrystals at large strains. *Computational Materials Science*, 16(1-4):372–382, 1999.
- Panchal, S. Indian foundry industry, *International Foundry Forum*, Barcelona, 2010.

- Pundale, S.H., Rogers, R.J., y Nadkarni, G.R. Finite element modeling of elastic modulus in ductile irons: Effect of graphite morphology, *AFS Transactions*, 102(98):99–105, 2000.
- Rodriguez, F. J., Boccardo A. D., Dardati, P. M., Carazo F. D., Celentano, D. J. y Godoy, L. A. Implementación de un modelo de solidificación de fundición nodular en un programa de elementos finitos para propósitos generales, *Mecánica Computacional*, XXXI(12):2093-2118, 2012.
- Sanchez-Palencia E. Homogenization in mechanics. A survey of solved and open problems, *Seminario de matemática*, Universidad Politécnica de Torino, 1986.
- Segurado J. *Micromecánica computacional de materiales compuestos reforzados con partículas*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, España, 2004.
- Sikora J., Boeri R. y Rivera G. Characteristics of Austenite in Ductile iron: its Influence on the Microstructure and Properties, *Proceedings of the International Conference on the Science of Casting and Solidification*, Rumania, 28-31, 2001.
- Su, K., Ohnaka, I., Yamauchi, I., y Fukusako, T., Computer Simulation of Solidification of nodular Cast Iron, *Proceedings of the 3th International Symposium on the Metallurgy of Cast Iron*, 181-189, 1984.
- Temizer, I. *Micromechanics: Analysis of Heterogeneous Materials*, Lecture Notes, Department of Mechanical Engineering, Bilkent University, 2012
- Wenzhen, L. y Baicheng, L. Microstructure simulation and properties prediction of spheroidal graphite iron castings, *International Proceedings of 62nd World Foundry Congress*, 2-10, 1996.
- Zahr Viñuela, J. A. *Comportamiento mecánico de materiales compuestos de matriz metálica y refuerzo de partículas. Un enfoque basado en celdas multipartícula*, Tesis Doctoral, Universidad Carlos III de Madrid, España, 2010.
- Zohdi, T.I. y Wriggers P. *Introduction to Computational Micromechanics. Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics. Volume 20*, Springer-Verlag, Berlín-Heidelberg, 2005