

GRILLAS DE MAPEOS ACOPLADOS PARA SEGMENTAR TEXTURAS

Virginia Cifuentes^{a,c} y Alejandro Clausse^{b,c}

^a*Comisión de Investigaciones Científicas de la Prov. de Buenos Aires (CIC-PBA),*

^b*Comisión Nacional de Energía Atómica (CNEA), CONICET*

^c*Instituto PLADEMA, Facultad de Ciencias Exactas, UNCPBA, Paraje Arroyo Seco-Campus Universitario, Tandil, Argentina, <http://www.pladema.gov.ar>, pladema@exa.unicen.edu.ar*

Palabras clave: Lattice-Boltzmann, segmentación de imágenes, detección de texturas

Resumen. Se presenta una técnica para la segmentación de texturas en imágenes digitales basada en grillas de mapeos acoplados (*coupled map lattices*, CML). Una CML son autómatas celulares con estados que toman valores reales sujetos a reglas de acoplamiento entre vecinos. Se estudió un CML con reglas de evolución cuadrática, las cuales pueden interpretarse como interacciones entre poblaciones de partículas viajando por la grilla. De este modo se obtiene un acoplamiento no lineal similar a la ecuación logística, capaz de segmentar texturas con facilidad. La densidad media y la velocidad media de estas pseudopartículas puede ser tomada como indicadores de textura. En particular se encontró que cada textura induce una relación específica entre la densidad y la velocidad media, lo cual permite la segmentación rápida por umbralizado. En experimentos numéricos preliminares sobre texturas imágenes sintéticas y naturales se alcanzaron calidades de segmentación del 95% y 85% respectivamente, incluso con texturas muy parecidas.

1 INTRODUCCIÓN

La segmentación consiste en fragmentar una imagen digital en varias partes o grupos de píxeles correspondientes a objetos o regiones afines. Es el primer paso para el reconocimiento de patrones. Básicamente, el objetivo es simplificar la imagen, cambiar su representación original por otra más fácil de analizar. Los algoritmos clásicos de segmentación abordan enfoques basados en la discontinuidad y la similitud de regiones, dos propiedades básicas de los niveles de gris (del Fresno, 2009) (McInerney y Terzopoulos, 1999). Estos procedimientos son problemáticos cuando las imágenes reúnen objetos con intensidades similares o exhiben artefactos no deseables (como ruido, distorsiones, variabilidad de intensidades o transiciones difusas entre objetos).

La segmentación de texturas propone separar los objetos a partir de sus propiedades texturales, estimando indicadores relacionados con la distribución espacial de intensidades y la interrelación de los niveles de gris entre píxeles vecinos (Backman et al, 2006). Algunas propuestas combinan la detección de texturas con los métodos de umbralado clásicos antes mencionados (Shapiro & Stockman, 2001). Otros métodos plantean modelos de interacción entre valores de grises en vecindarios (Perona et al, 1999).

Una variación de estos últimos métodos es la aplicación de autómatas celulares a la matriz de píxeles que forma cada imagen. Una alternativa es la caracterización de texturas mediante el comportamiento de caminadores aleatorios (Wechsler & Kidode, 1979; Grady, 2006). Una alternativa más flexible que los caminos aleatorios son los autómatas de Lattice Boltzmann (LB), que representan el estado de cada celda con poblaciones de partículas que se mueven entre vecindades siguiendo reglas determinísticas (Chen & Doolen, 1998). Aunque las principales aplicaciones de LB están en la simulación de fluidos, recientemente se lo ha utilizado en la creación de modelos de iluminación (Geist & Westall, 2011; Maso et al, 2010). En principio es posible aplicar LB a grillas formadas por píxeles de una imagen, en forma análoga a los caminadores aleatorios. Los estudios preliminares han mostrado resultados interesantes en esta dirección (Iarussi et al, 2011).

En Cifuentes et. al (2012) se presentó una metodología novedosa para la segmentación de imágenes digitales por textura basada en grillas de mapeos acoplados. Una grilla de mapeos acoplados (CML) es una clase de autómatas celulares sujeto a reglas de acoplamiento entre vecinos, operando sobre el dominio de números reales. Generalmente se emplean como aproximación numérica de ecuaciones de dinámica de campos (Kaneko, 1993). En Cifuentes et. al (2012) se propone un CML lineal, donde el estado de cada pixel se representa con 9 escalares, interpretando los escalares como poblaciones de pseudopartículas transportadas entre píxeles vecinos de la imagen. El CML juega el papel de un pseudogas de partículas que interactúan sólo con el medio en el que se propagan, el cual se representa con una matriz de dispersión construida usando las distribuciones de gris de los píxeles de cada vecindad.

En este trabajo se propone un CML con una regla de evolución cuadrático, el cual juega el papel de interacción entre poblaciones de pseudopartículas. De este modo se obtiene un acoplamiento no lineal similar a la ecuación logística, el cual da como resultado comportamientos más interesantes que el CML lineal (Cifuentes et al, 2012) y se muestra que capaz de segmentar texturas con facilidad.

2 GRILLA DE MAPAS ACOPLADOS

Un CML consiste en celdas acopladas con funciones de activación de valores reales actualizados en tiempo discreto. Originalmente CML se propuso como un modelo sencillo de caos espacio-temporal, aplicable a la actividad neuronal, reacciones químicas, crecimiento

poblacional y sistemas físicos complejos (Kaneko, 1989; Kaneko, 1990; Kaneko, 1993; Ouchi et al, 2000).

En nuestro caso proponemos un CML que identifica cada píxel de una imagen con una celda de la grilla. El estado de cada píxel \vec{x} está caracterizado por una función distribución $f_i(\vec{x}, t)$ que puede imaginarse como la cantidad de partículas en la celda \vec{x} en el tiempo t moviéndose en 9 direcciones discretas e_i . La función de distribución $f_i(\vec{x}, t)$ es una 9-upla, cada elemento es un escalar que describe la cantidad de partículas existentes en esa dirección. Los indicadores de textura serán construidos con los momentos de $f_i(\vec{x}, t)$ respecto de la variable e_i . El conjunto de vectores \vec{e}_i define el vecindario de un píxel, y sus valores son: $\vec{e}_0 = (0,0)^T$, $\vec{e}_1 = (1,0)^T$, $\vec{e}_2 = (1,1)^T$, $\vec{e}_3 = (0,1)^T$, $\vec{e}_4 = (-1,1)^T$, $\vec{e}_5 = (-1,0)^T$, $\vec{e}_6 = (-1,-1)^T$, $\vec{e}_7 = (0,-1)^T$ y $\vec{e}_8 = (1,-1)^T$.

La función distribución cambia de estado según reglas explícitas que se emulan mecanismos de transporte y colisión de partículas. El mapeo acoplado direccionado M en general se puede expresar como:

$$f_i(\vec{x} + \vec{e}_i, t + 1) = \sum_{j=0}^8 M_{ij} [f_j(\vec{x}, t), \vec{x}] \quad (1)$$

donde M_{ij} es una matriz de funciones que representa la transferencia de información entre las direcciones de la grilla. El objetivo es que las texturas se manifiesten en la función $f_i(\vec{x}, t)$ a través de la iteración del mapeo sobre toda la imagen.

El modelo más simple que se puede plantear es un mapeo lineal, a saber:

$$f_i(\vec{x} + \vec{e}_i, t + 1) = \sum_{j=0}^8 m_{ij}(\vec{x}) f_j(\vec{x}, t) \quad (2)$$

La matriz m_{ij} cumple el rol de una matriz de transición entre las direcciones i y j . En principio m_{ij} debe construirse de manera que represente la textura alrededor del píxel \vec{x} .

Cada píxel \vec{x} de la imagen se asocia con una matriz m_{ij} de dimensiones 9×9 , que se construye en base a los pixeles del vecindario de \vec{x} , es decir:

$$m_{ij}(\vec{x}) = F[g(\vec{x} + \vec{e}_i), g(\vec{x} + \vec{e}_j)] \quad (3)$$

donde $g(\vec{x})$ es la intensidad de gris del píxel \vec{x} . En Cifuentes et al (2012) se investigaron las siguientes instancias de la Ec. (3):

$$m_{ij}(\vec{x}) = N[g(\vec{x} + \vec{e}_i) + g(\vec{x} + \vec{e}_j)]$$

$$m_{ij}(\vec{x}) = N[g(\vec{x} + \vec{e}_i) g(\vec{x} + \vec{e}_j)]$$

$$m_{ij}(\vec{x}) = N[|g(\vec{x} + \vec{e}_i) - g(\vec{x} + \vec{e}_j)|]$$

$$m_{ij}(\vec{x}) = N[g(\vec{x} + \vec{e}_i)/g(\vec{x} + \vec{e}_j)]$$

donde $N[\cdot]$ indica la operación de normalización sobre el índice i , es decir:

$$N[a_{ij}] = a_{ij} / \sum_{i=0}^8 a_{ij}$$

lo cual asegura que m_{ij} sea una matriz estocástica y que, por lo tanto, el mapeo será un proceso estocástico con estado estacionario.

También se pueden definir variantes de m_{ij} que tengan en cuenta vecindarios más grandes. Esto se puede obtener mediante un promedio espacial m_{ij}^r con un radio de influencia r , es decir:

$$m_{ij}^r(\vec{x}) = \sum_{\rho=0}^r \sum_{k=0}^8 w_r(\vec{x} + \rho \vec{e}_k) m_{ij}(\vec{x} + \rho \vec{e}_k) \quad (4)$$

donde $w_r(\vec{x})$ es un coeficiente de ponderación que puede usarse para dar mayor peso a un píxel de acuerdo a su intensidad — por ejemplo, $w_r(\vec{x})$ proporcional a $g(\vec{x})$.

A partir de la distribución estacionaria $f_i(\vec{x})$ se pueden definir imágenes con los momentos sobre \vec{e}_j para investigar zonificaciones texturales. Los promedios estudiados fueron las siguientes:

$$\rho(\vec{x}) = \sum_{i=0}^8 f_i(\vec{x}) \quad \text{Densidad} \quad (4.1)$$

$$\vec{u}(\vec{x}) = \frac{1}{\rho(\vec{x})} \sum_{i=0}^8 \vec{e}_i f_i(\vec{x}) \quad \text{Dirección media} \quad (4.2)$$

$$E(\vec{x}) = \sum_{i=0}^8 [\vec{u}(\vec{x}) - \vec{e}_i]^2 f_i(\vec{x}) \quad \text{Dispersión cuadrática direccional} \quad (4.3)$$

$$H_1(\vec{x}) = \sum_{i=0}^8 f_i(\vec{x}) \ln f_i(\vec{x}) \quad \text{Entropía 1} \quad (4.4)$$

$$H_2(\vec{x}) = - \sum_{i=0}^8 \frac{f_i(\vec{x})}{\rho(\vec{x})} \ln \left[\frac{f_i(\vec{x})}{\rho(\vec{x})} \right] \quad \text{Entropía 2} \quad (4.5)$$

Téngase en cuenta que la dirección media $\vec{u}(\vec{x})$ es un vector.

Como un paso siguiente a los mapeos lineales acoplados para la segmentación de imágenes se propone aquí el estudio de mapeos cuadráticos:

$$f_i(\vec{x} + \vec{e}_l, t + 1) = \sum_{j=0}^8 m_{ij}(\vec{x}) f_j(\vec{x}, t) - \sum_{k=0}^8 \sum_{l=0}^8 M_{ikl}(\vec{x}) f_k(\vec{x}, t) f_l(\vec{x}, t) \quad (5)$$

donde M_{ikl} es un *kernel* de dimensión $9 \times 9 \times 9$ definido para cada píxel \vec{x} que puede ser usado para incorporar información adicional sobre la dirección de la textura, relacionando dos direcciones de entrada k y l con una de salida i . Análogamente al kernel lineal, M_{ikl} también se puede construir con los valores de intensidad de los píxeles correspondientes al vecindario de \vec{x} , es decir:

$$M_{ikl}(\vec{x}) = F[g(\vec{x} + \vec{e}_i), g(\vec{x} + \vec{e}_k), g(\vec{x} + \vec{e}_l)] \quad (6)$$

Luego de pruebas heurísticas diferentes combinaciones de m_{ij} y M_{ikl} , finalmente se decidió

estudiar funciones del tipo output/input:

$$m_{ij}(\vec{x}) = a \frac{g(\vec{x} + \vec{e}_j)}{g(\vec{x} + \vec{e}_i)} \quad (7)$$

$$M_{ikl}(\vec{x}) = b \frac{g(\vec{x} + \vec{e}_k) + g(\vec{x} + \vec{e}_l)}{g(\vec{x} + \vec{e}_i)}$$

donde a y b son constantes de control.

En el caso particular de imágenes planas en las que todos los píxeles tiene una misma intensidad g_o , m_{ij} y M_{ikl} son uniformes para todos los píxeles de la imagen. La Ec. (5) resulta entonces:

$$f_i(t+1) = a \sum_{j=0}^8 f_j(t) - 2b \sum_{k=0}^8 \sum_{l=0}^8 f_l(t) f_k(t)$$

$$= \rho(t)[a - 2b\rho(t)] \quad (8)$$

Sumando sobre i :

$$\rho(t+1) = 9\rho(t)[a - 2b\rho(t)] \quad (9)$$

Es interesante observar que la Eq. (9) es la conocida ecuación logística, paradigma de los mapeos caóticos. El punto fijo (estado estacionario) satisface:

$$\rho = (a - 1/9)/2b$$

Este punto es estable para $1/9 < a < 1/3$. Para valores de a fuera de ese intervalo la iteración lleva a ciclos periódicos y caóticos.

3 RESULTADOS

Primeramente se estudiaron varias figuras sintéticas, las cuales fueron procesadas previamente de manera que la intensidad total de cada vecindario de 3×3 sea uniforme, con la misma intensidad promedio. De esa manera se asegura que no es posible segmentar por umbralado directo del campo de grises. En los bordes de las imágenes se impusieron condiciones de contorno periódicas. En la **figura 1** se muestra una imagen compuesta por dos texturas sintéticas. Tanto el objeto (región central elíptica) como el fondo (complemento del objeto) tienen la misma textura descrita por patrones con la misma intensidad promedio, aunque la textura del objeto es rotación del patrón que compone la textura del fondo.

Se aplicó el CML dado por la Ec. (5), y luego de 26 iteraciones la simulación converge a un valor estacionario ($a = 2/9$, $b = 1/18$). Al observar las imágenes transformadas con las magnitudes dadas por las Ecs. 4.x: entropía (H), módulo de la velocidad (u) y densidad (ρ) aparecen las regiones texturalmente heterogéneas de la imagen: los bordes entre las texturas. Cuando se estudia la relación entre la densidad y el módulo de la velocidad, el mapeo no distingue entre las texturas. Esta transparencia a la dirección textural puede usarse para casos en que el patrón de texturas es relevante y no la dirección.

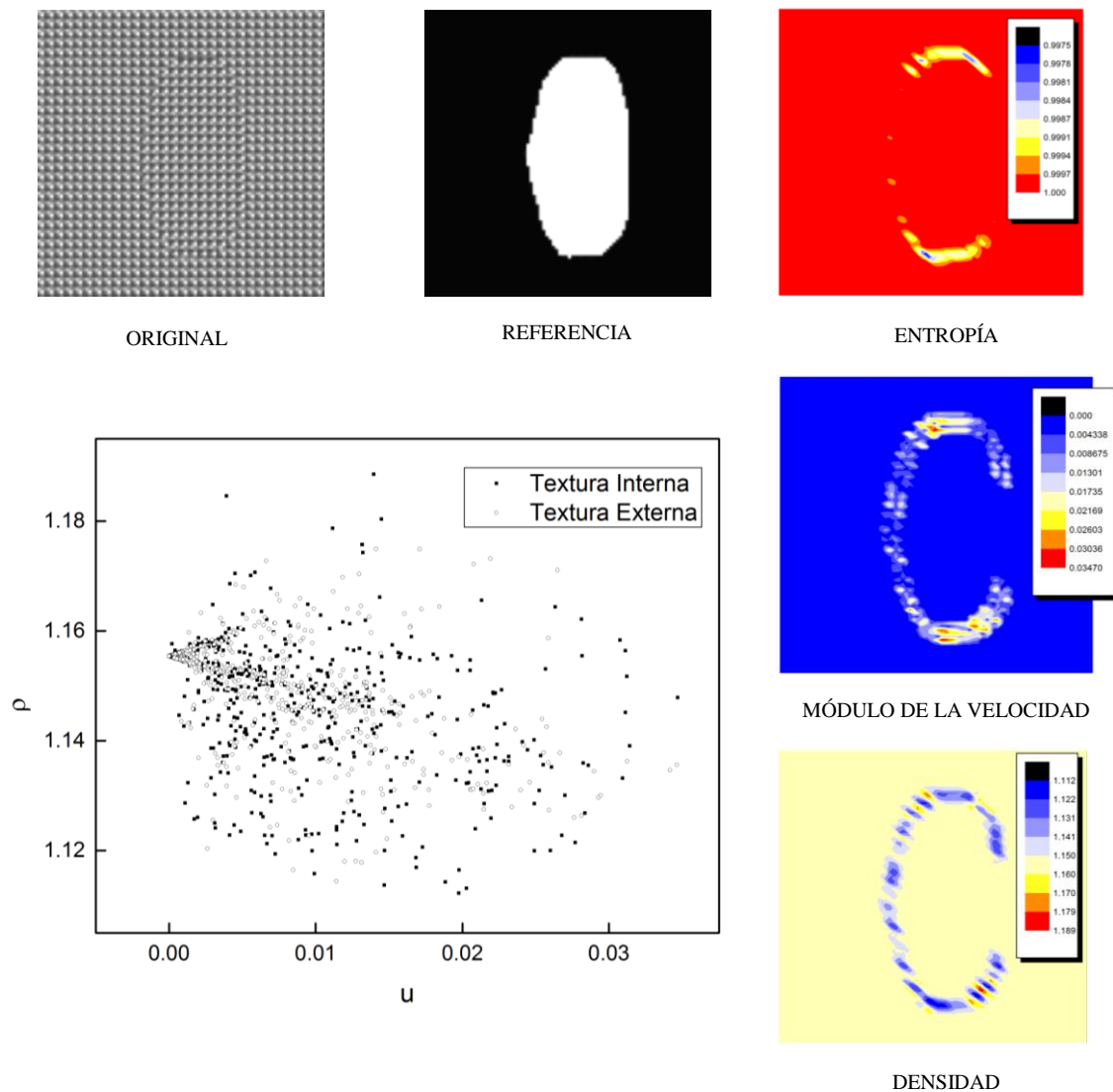


Figura 1 – Caso 1: Imagen compuesta por dos texturas con la misma intensidad promedio: un patrón es rotación del otro. Izquierda: imagen original, segmentación de referencia y representación de $\rho - u$ para asignación por promedios con $r = 1$. Derecha: entropía, módulo de la velocidad y densidad.

En la imagen sintética de la **figura 2** se construyó con un objeto irregular superpuesto sobre un fondo uniforme. La textura del objeto tiene la misma intensidad promedio que la del fondo, aunque varía la intensidad de cada pixel. Luego de aplicar el CML ($a = 2/9$, $b = 1/18$) se puede ver que, en el estado estacionario, la entropía y el módulo de la velocidad distinguen el borde, mientras que la densidad discrimina ambas texturas con una diferencia de 10%.

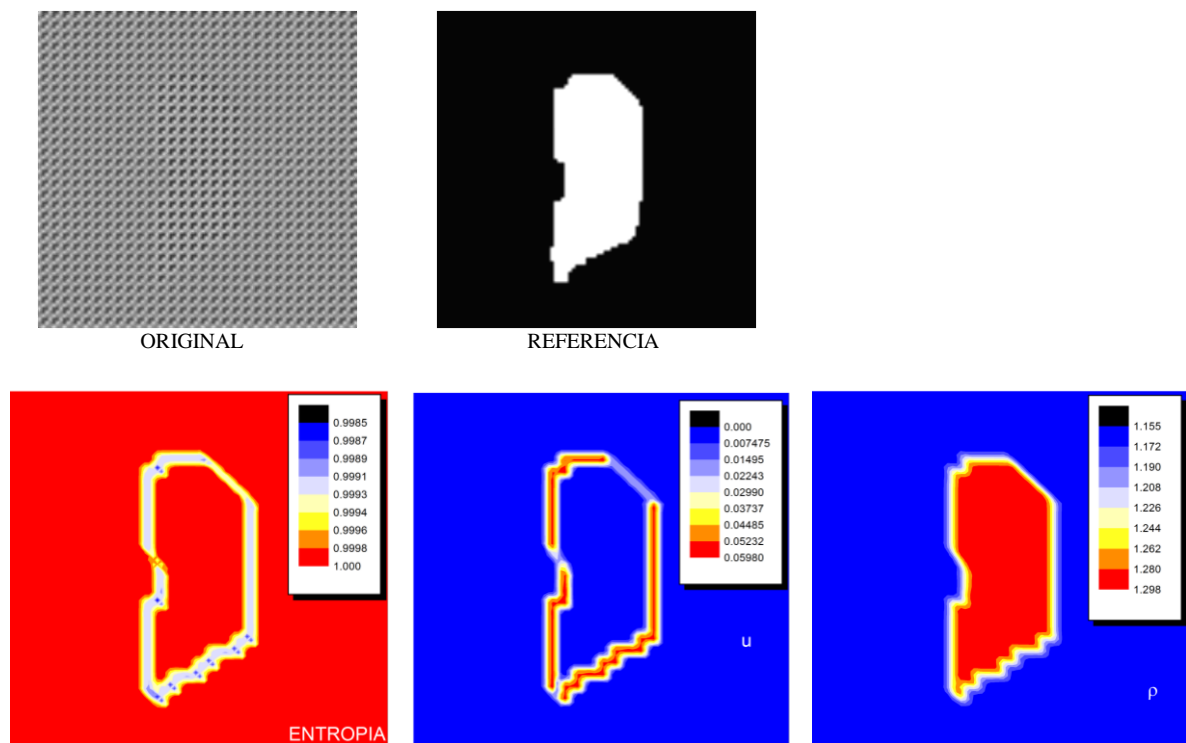


Figura 2 Caso 2: imagen compuesta por dos texturas diferentes pero con la misma intensidad promedio. Arriba: imagen original y segmentación de referencia. Abajo: mapas de entropía, módulo de la velocidad y densidad.

La calidad de las segmentaciones se evaluó usando el índice de calidad AOM (del Fresno, 2008) que mide el grado de intersección de cada segmentación con una segmentación de referencia (que en este caso se conoce por construcción). La **figura 3** muestra la variación del índice AOM con el umbral de separación ρ . Usando un promediado con radio $r = 1$ se obtiene un máximo de $AOM=0.97$ en $\rho = 1.2173$.

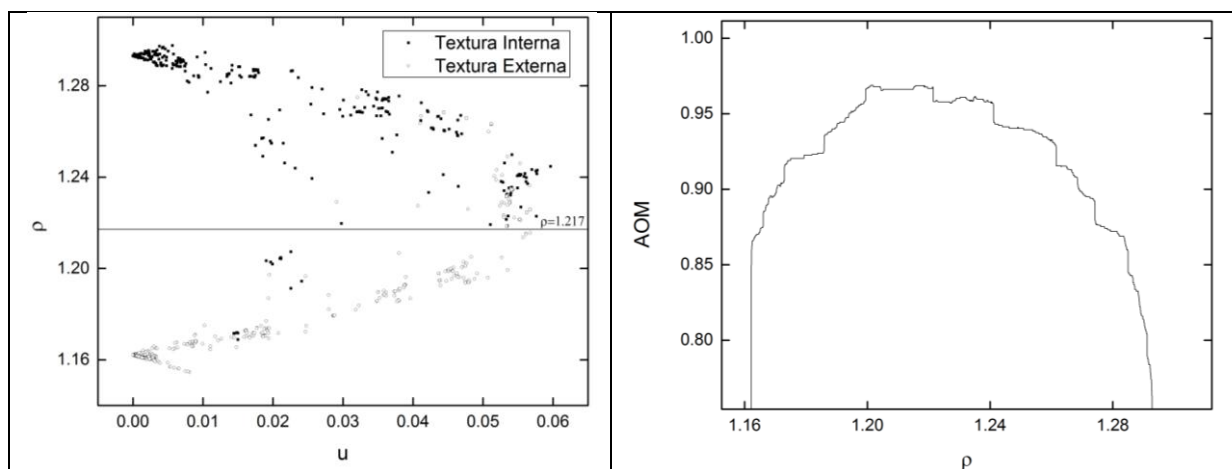


Figura 3 Caso 2: A la izquierda, representación de $\rho - u$ para asignación por promedios con radio $r = 1$. A la derecha, variación del índice AOM con el parámetro ρ .

Por último se estudió una imagen natural de árboles con distinta textura, mostrada en la **figura 4**.



Figura 4 Caso 3: imagen natural y segmentación de referencia.

Aplicando el CML ($a = 2/9$, $b = 1/18$) se calculó el índice AOM para diferentes valores de umbralado ρ_0 . Se estudiaron radios de promediado de kernels $r = 3$, $r = 9$ y $r = 16$. Como muestra la **figura 5**, el mejor ajuste de la segmentación se logró para valores de $\rho_0 = 1.01549$ para un promedio de radio $r = 9$.

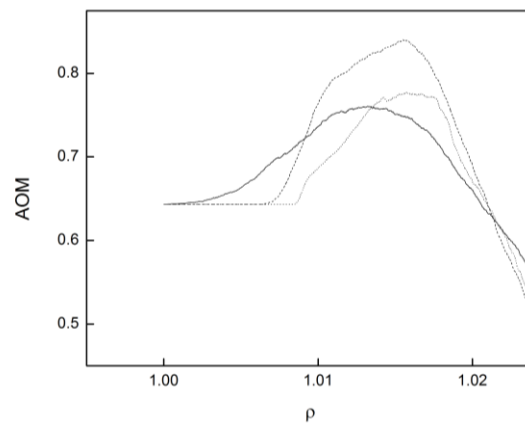


Figura 5 Caso 3: variación del índice AOM con el parámetro ρ para selección del tamaño de vecindario para promedios de $r = 3$ (línea sólida), $r = 9$ (entrecortada) y $r = 16$ (punteada).

A la izquierda de la **figura 6** se muestra la mejor segmentación final para cada máximo AOM encontrado en la **figura 5** usando vecindarios promediados de radio $r = 3$, $r = 9$ y $r = 16$ (arriba, centro y abajo respectivamente). La recta ubicada en los mapeos de densidad y módulo de la velocidad separa ambas texturas como lo indica la imagen binarizada a la izquierda.

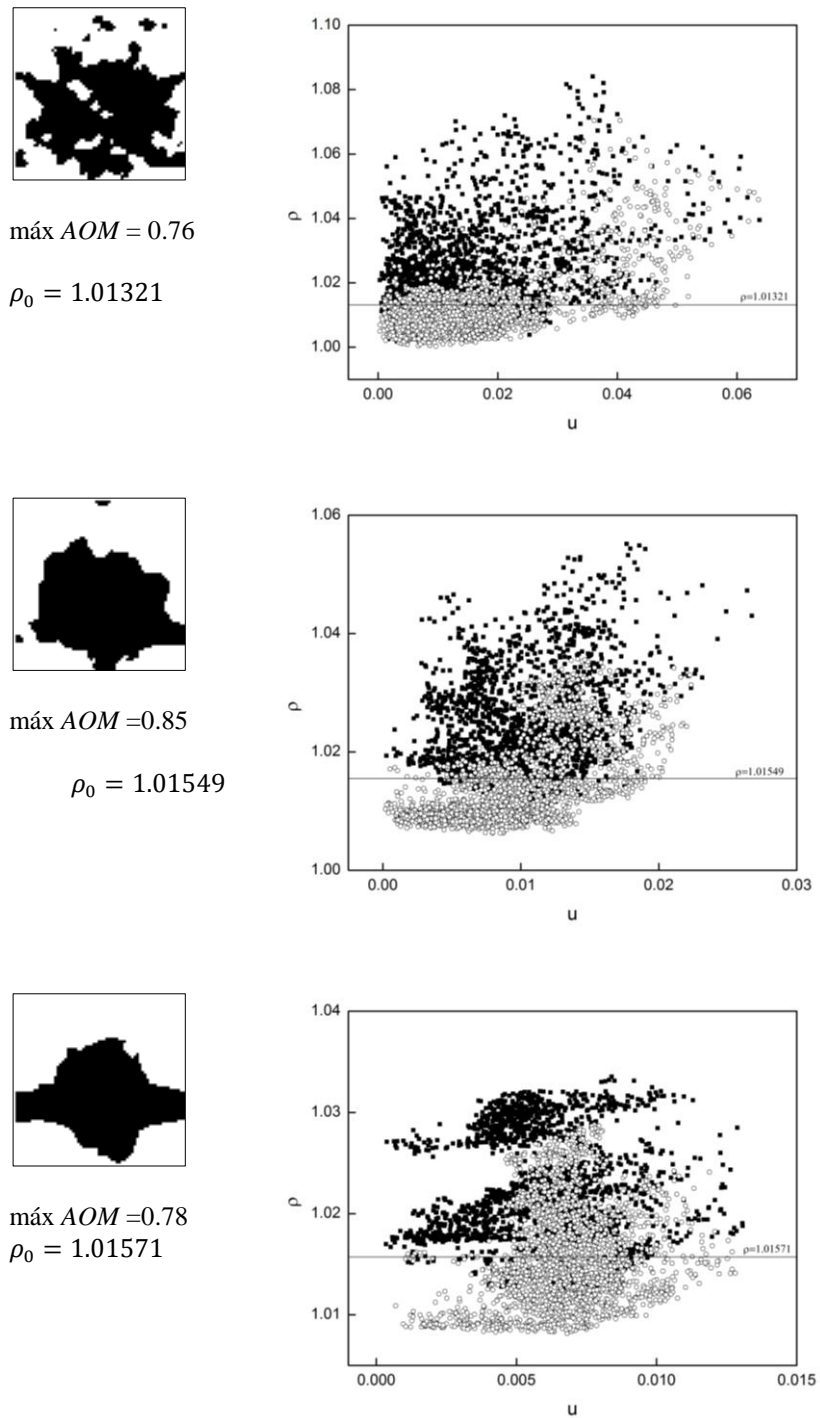


Figura 6 Caso 3. A la izquierda, segmentación final según máximo índice de AOM para vecindarios de radio $r=3$ (arriba), $r=9$ (centro) y $r=16$ (abajo). A la derecha, mapas de densidad y módulo de la velocidad.

4 CONCLUSIÓN

Se presentaron los avances alcanzados en el desarrollo de una técnica de segmentación de texturas en imágenes digitales basada en una clase de autómatas celulares con estados reales sujetos a reglas de acoplamiento entre vecinos, llamados comúnmente CML (grillas de mapeos acoplados). En este trabajo se estudió un CML de nueve estados internos por celda con reglas de evolución cuadrática. De este modo se obtuvo un acoplamiento no lineal similar a la ecuación logística, capaz de segmentar texturas con facilidad.

Se mostró cómo se puede construir indicadores de textura a través de promedios de los estados internos de vecindades. En particular se encontró que cada textura induce una relación específica entre la densidad y la velocidad media, lo cual permite la segmentación rápida por umbralado. En experimentos numéricos preliminares sobre texturas imágenes sintéticas y naturales se alcanzaron calidades de segmentación del 95% y 85% respectivamente, incluso con texturas muy parecidas. A su vez, los resultados preliminares sugieren que ejecutando el cml en ciertos rangos se obtienen comportamientos caóticos cuyas propiedades son dependientes de la textura.

REFERENCIAS

- Backman, N. J., Whitney, B. W., Furst, J. D., Raicu, D. S. A prioritized and adaptive approach to volumetric seeded region growing using texture descriptors. *Computational Imaging IV, Proceedings of SPIE* 6065: 396-403, 60651A, 2006.
- Chen S., Doolen G. D.: Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows. *Annual Reviews Fluid 1102 Mechanics* 30:329-64, 1998.
- Cifuentes, V., Iarussi, E., Clausse, A. Método de lattice-Boltzmann para segmentación de texturas en imágenes. *Mecánica Computacional* 31:3027-3036, 2012.
- del Fresno M, Vénere M, and Clausse A.: A combined region growing and deformable model method for extraction of closed surfaces in 3D CT and MRI scans. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 33(5):369-376, 2009.
- Geist, R., and Westall, J.: Lattice-Boltzmann Lighting Models, *GPU Computing GEMS Emerald Edition*, Wen-mei Hwu, Editor, Morgan Kaufmann, 2011.
- Grady, L.: Random Walks for Image Segmentation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 28(11):1-17, 2006.
- Higuera, F., Succi, S., Benzi, R.: Lattice Gas Dynamics with Enhanced Collisions. *Europhysics Letters* 9: 345-349, 1989.
- Iarussi, E., Cifuentes, V. y Clausse, A.: Modelo de Iluminación en Medios Difusos basado en Autómatas de Lattice-Boltzmann para la Detección de Texturas en Imágenes Digitales. *Mecánica Computacional* 30:1915-1924, 2011.
- Kaneko K. Pattern Dynamics in Spatiotemporal Chaos. *Physica D* 34:1-41, 1989.
- Kaneko K. Simulating Physics with Coupled Map Lattices. Pattern Dynamics, Information Flow, and Thermodynamics of Spatiotemporal Chaos. Formation, Dynamics, and Statistics of Patterns 1:1-52. Ed. K. Kawasaki, A. Onuki y M. Suzuki, World Scientific, 1990.
- Kaneko K. Coupled Map Lattice – Introduction, Phenomenology, Lyapunov Analysis, and Applications. Theory and Applications of Coupled Map Lattices. Ed. K. Kaneko, John Wiley and Sons, pp. 1-49, 1993.
- McInerney, T., Terzopoulos, D. Topology Adaptive Deformable Surfaces for Medical Image Volume Segmentation. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(10): 840-850, 1999.
- Maso G., Bulant C., D'Amato J., Clausse A., Pomarico J., Iriarte D., Di Rocco H.: Autómata de Lattice Boltzmann para Modelar la Difusión Óptica en Materiales Traslúcidos. *39º Jornadas de Informática e Investigación Operativa* (ISSN 1850-2849) 39:1860-1867,

Buenos Aires, 2010.

Ouchi D.N.B., Kaneko, K. Coupled Map with Local and Global Interactions. *Chaos* 10:359-365, 2000.

Perona, P., Malik, J. Scale-Space and Edge Detection Using Anisotropic Diffusion. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12(7):629-639, 1990.

Shapiro, L. G., and Stockman, G. C.: *Computer Vision*, Upper Saddle River: Prentice-Hall, 2001.

Wechsler, H., and Kidode, M.: A Random Walk Procedure for Texture Discrimination. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-1(3):272-280, 1979.