

## **APLICACIÓN DE TÉCNICAS DE EVOLUCIÓN DIFERENCIAL PARA IDENTIFICAR LÍNEAS DE RÓTULAS EN PLACAS**

**María Virginia Quintana**

*INIQUI – CONICET. Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de Salta, Av. Bolivia 5150, 4400 Salta, Argentina, [vquintan@unsa.edu.ar](mailto:vquintan@unsa.edu.ar)*

*Facultad de Ingeniería e Informática- Universidad Católica de Salta, Campo Castañares, 4400 Salta, Argentina, [virginiaquintana@argentina.com](mailto:virginiaquintana@argentina.com)*

**Palabras claves:** Evolución Diferencial, Placas, Líneas de rótulas

**Resumen.** El efecto de un daño interno que provoca la ruptura de fibras en una o varias capas en placas compuestas se puede modelar con la presencia de una línea de rótulas plásticas o elásticas que suele ser recta en el caso de materiales compuestos reforzados con fibras unidireccionales. Dado que la presencia de un daño en un elemento estructural introduce una flexibilidad local que modifica su comportamiento dinámico, el objetivo de este trabajo es aplicar técnicas de evolución diferencial para detectar, a partir de las características dinámicas del sistema, la presencia de una zona debilitada en placas. La posición, la longitud y la flexibilidad de la línea de rótulas son variables desconocidas y se pretende identificarlas. La estrategia de búsqueda consiste en implementar técnicas de evolución diferencial (ED) combinadas con un algoritmo variacional directo que modela el comportamiento de la placa. El algoritmo mencionado permite obtener las características dinámicas de la placa debilitada durante el proceso de optimización reduciendo el tiempo de cálculo en cada paso de la evaluación. Para verificar la robustez de la técnica propuesta en obtener los parámetros desconocidos que caracterizan la zona debilitada se realizaron 100 pruebas de optimización. Se consideraron dos casos de estudios: una placa con una fisura de borde a borde y una placa con una fisura interna.

## 1 INTRODUCCIÓN

Las técnicas dinámicas son consideradas como los métodos de prueba no destructivos más relevante para determinar la presencia de daños en elementos estructurales [Sinha y col. (2002); Patil y Maiti (2005)]. Las pruebas de identificación de daños pueden exigirse en los procedimientos de control de calidad o de producción o bien cuando la estructura puede estar dañada por cargas accidentales y su integridad debe ser verificada. Cuando el análisis de los resultados se realiza en el dominio de la frecuencia, es posible identificar las frecuencias naturales de vibración y sus correspondientes formas modales. Las variaciones de estas características dinámicas con respecto a las del elemento estructural perfectamente íntegro se utilizan para verificar si algún tipo de daño está presente. Resultados numéricos previos confirman que los procedimientos basados en las variaciones de las frecuencias y de los desplazamientos modales son más fiables que aquellos procedimientos clásicos basados solamente en las frecuencias de vibración (Savoia y Vincenzi, 2008; Mottershead y Friswell, 1993; Maia y col., 1997).

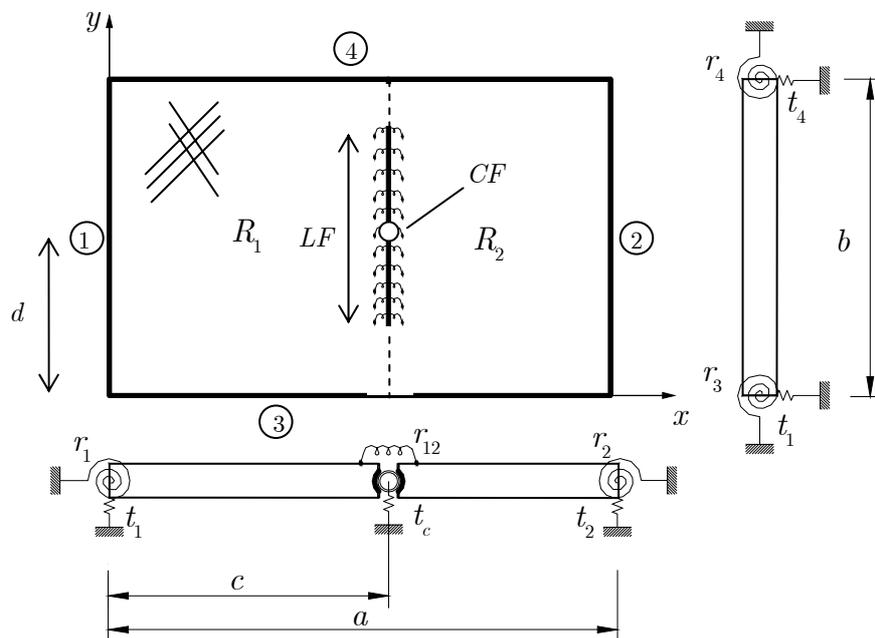
En particular, las técnicas dedicadas a identificar la presencia de daños de placas compuestas de varias capas reforzadas con fibra son estudiadas en el dominio de la frecuencia (Ewins, 2000). El efecto de un daño interno que provoca la ruptura de una o varias capas de fibras se puede modelar con la presencia de una línea de rótula plástica o elástica, que suele ser recta, en el caso de los materiales compuestos de varias capas con fibras unidireccionales. La posición y la longitud de la fisura se desconocen y deben ser identificadas. Este problema inverso requiere la minimización de una función de costo que evalúe la diferencia entre la repuesta dinámica de la estructura dañada con respecto a la estructura íntegra o no dañada, la que se obtiene mediante la aplicación de expresiones analíticas o numéricas relacionadas con el modelo estructural teórico.

El proceso de minimización en sí mismo se lleva a cabo mediante diferentes métodos de optimización que permiten la estimación de los parámetros desconocidos (Tang y col., 2006; Yang y col., 2007). Dentro de estos, se encuentran los algoritmos heurísticos, tales como los Algoritmos Genéticos (AG) y las Técnicas Evolutivas (TE), los cuales parecen ser una alternativa prometedora a los enfoques tradicionales. En sentido general, la Evolución Diferencial (ED) es una técnica de búsqueda del óptimo de una función basada en la teoría de la evolución natural que trata de encontrar la mejor solución factible a un problema. Varios investigadores utilizaron estas técnicas para identificar sistemas estructurales y propiedades mecánicas de materiales compuestos (Cunha y col., 1999; Franco y col., 2004). En particular, las técnicas de ED han ganado atención y un gran rango de aplicaciones para resolver problemas complejos de optimización desde que Storn y Price (1995) introdujeron el algoritmo en el año 1995. Han sido aplicadas con éxito en diferentes campos (Goldberg, 1989; Storn y Price, 1997) sin embargo no han alcanzado el mismo nivel de desarrollo dentro del campo de la ingeniería civil. Una de las ventajas de estos algoritmos es que son eficaces aún cuando varios parámetros desconocidos deben ser determinados, circunstancias en las cuales los algoritmos clásicos a menudo fallan debido al mal condicionamiento del problema de optimización (Vanderplaats, 1984).

Por lo expuesto anteriormente, en este trabajo se aplican las técnicas de ED en combinación con un algoritmo variacional para identificar la presencia de una zona debilitada (posición, longitud, severidad de la grieta, etc.) en placas construidas con materiales compuestos reforzados con fibra a partir de las características dinámicas del sistema.

## 2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

La idea básica en las metodologías para identificar zonas dañadas en elementos estructurales es comparar la respuesta del sistema en su estado íntegro con las respuestas obtenidas cuando algún daño está presente. La placa laminada se modela mediante un macroelemento utilizando la teoría clásica de placas. Se asume que la zona debilitada por el efecto del daño es una línea recta con rótulas elásticas (ver Figura 1). La posición, la longitud y la rigidez de los resortes elásticos son parámetros desconocidos que caracterizan la zona debilitada del elemento y por lo tanto deben ser identificados para poder evaluarla.



**Figura 1.** Descripción general de la geometría de la placa.

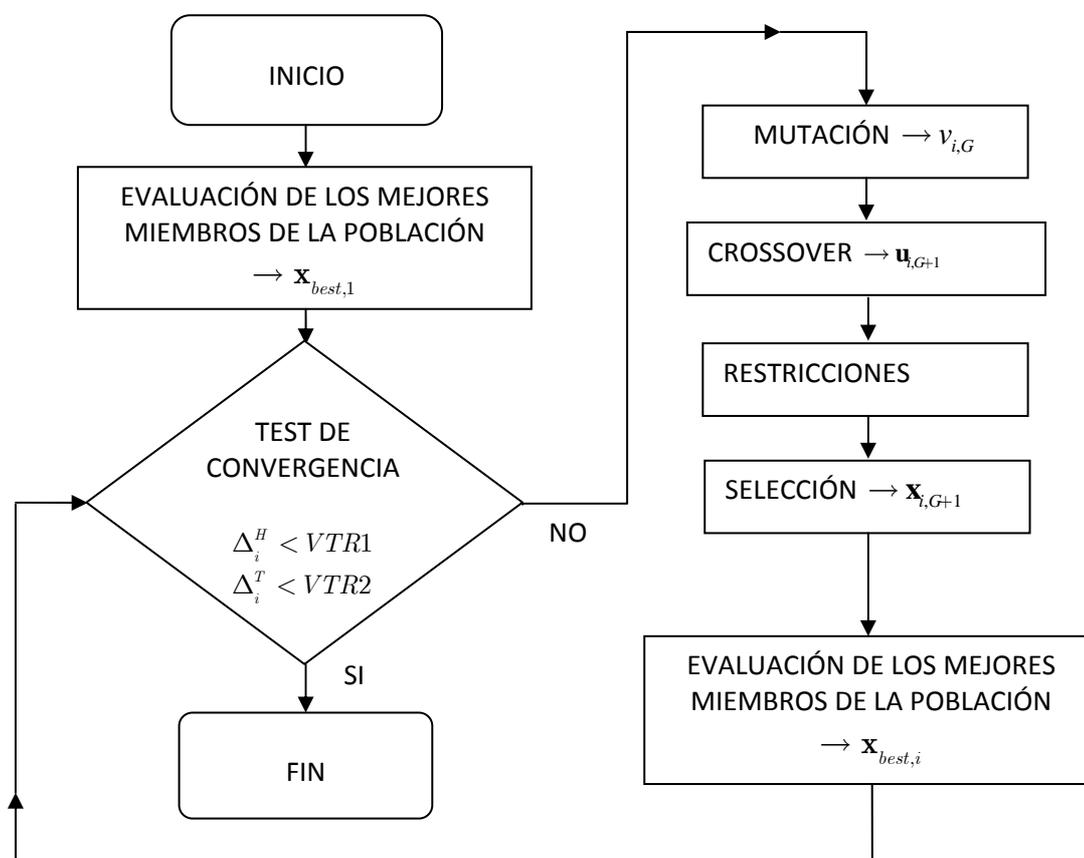
Los datos de entrada son los valores de las frecuencias de vibración y de los desplazamientos modales en posiciones arbitrarias de la placa dañada. Luego mediante un algoritmo de evolución diferencial se realiza la identificación dinámica de las variables desconocidas. En general, en los métodos de identificación, las características dinámicas del sistema en cada etapa de la simulación se obtienen mediante la aplicación del método de los elementos finitos (MEF). En este trabajo, se sustituye la aplicación del MEF por un algoritmo variacional directo basado en el método de Ritz y desarrollado por la autora (Quintana y Grossi, 2012 y 2014). Este algoritmo, en comparación al MEF, tiene la ventaja de modelar a la placa como un macro elemento lo que permite reducir los tiempos de cálculos.

En los problemas de identificación dinámica, los parámetros desconocidos del modelo numérico se ajustan mediante una función objetivo, con el fin de obtener las predicciones numéricas de los valores modales lo más cercanos posible a los valores medidos experimentalmente. La función propuesta depende de la diferencia entre los valores de las frecuencias y de las deformaciones modales obtenidos del modelo con los datos exactos impuestos y aquellos obtenidos con los valores provisionales de los parámetros desconocidos en cada simulación.

### 3 ALGORITMOS DE EVOLUCIÓN DIFERENCIAL

En sentido general la ED es una técnica de búsqueda del óptimo de una función basada en la teoría de la evolución natural que trata de encontrar la mejor solución factible a un problema. Comienza con la creación aleatoria de una población inicial de un grupo de individuos. Sigue un proceso de evolución de la población a partir del descarte de algunos miembros y la formación de otros nuevos siguiendo un criterio de comparación que es función de los miembros existentes. El algoritmo combina distintos individuos de la población para generar los nuevos miembros. Si bien la combinación es aleatoria, la selección se realiza de forma tal que los miembros de mejor “Fitness”, es decir aquellos para los cuales la función objetivo alcanza valores mínimos, tengan más posibilidades de ser electos. Los individuos nuevos que son aceptados deben heredar algunas de las características de los miembros anteriores y algunos de ellos deben mutar de forma aleatoria. Finalmente, la nueva población que está formada por el conjunto de los nuevos individuos y por otros preexistentes, se somete nuevamente a un proceso de selección, de acuerdo a su “Fitness”, para formar con ellos una nueva generación. Lo que caracteriza a la ED es el uso de vectores de prueba, los cuales compiten con los individuos de la población actual con el fin de sobrevivir (Storn y Price, 1997).

El esquema general de un algoritmo de ED se muestra en la Figura 2 y se puede resumir en los siguientes pasos (Tang y Xue, 2008):



**Figura 2.** Diseño general de un algoritmo de Evolución Diferencial (ED).

### 3.1 Implementación de la ED

Los pasos principales para aplicar la metodología de ED se pueden resumir en los siguientes:

**Paso 1:** Ingreso de los parámetros requeridos por la ED y sus respectivas restricciones. Generación aleatoria de una población inicial  $\mathbf{x}_{i,G}$  (vectores) dentro de los límites impuestos por las restricciones, esto es:

$$\mathbf{x}_{i,G} = \left( x_{i1,G}, x_{i2,G}, \dots, x_{iD,G} \right)^T \in S, \quad i = 1, 2, \dots, NP, \quad (1)$$

donde  $S \in R^D$  es el espacio de búsqueda,  $NP$  es la cantidad de vectores generados y  $D$  es el número de parámetros de optimización (variables del problema) que contiene cada vector  $\mathbf{x}_{i,G}$ . El subíndice  $G$  indica la iteración  $G$  –ésima, llamada también generación  $G$  –ésima de los vectores de parámetros o población. Se supone que el número  $NP$  de vectores de la población se mantiene constante durante el proceso de optimización.

**Paso 2:** Evaluación del “Fitness” de cada uno de los miembros de la población de la primera generación. Se evalúa la función objetivo en todos los individuos y se determina el vector  $\mathbf{x}_{best,1}$  como aquel que produce el valor mínimo. Este paso requiere la definición previa de la función objetivo

**Paso 3:** Realización de la operación llamada *mutación* para cada individuo de la población con el fin de obtener la contraparte de mutantes para cada uno de ellos. El objetivo de la mutación es permitir la diversidad de los parámetros en el espacio de búsqueda y proveer un mecanismo para escapar de óptimos locales al explorar nuevas áreas en el dominio de búsqueda. Para cada vector  $\mathbf{x}_{i,G}$  se genera un *vector de mutantes*  $\mathbf{v}_{i,G+1}$  utilizando aleatoriamente tres vectores de la población  $G$  –ésima y algunas de las siguientes estrategias (Storn y Price, 1997):

- Combinación aleatoria (ver la Figura 3):

$$\mathbf{v}_{i,G+1} = \mathbf{x}_{r_1,G} + F \cdot \left( \mathbf{x}_{r_2,G} - \mathbf{x}_{r_3,G} \right), \quad (2)$$

donde  $r_1, r_2, r_3 \in \{1, 2, \dots, NP\}$  son números enteros diferentes entre sí y  $F$  es una constante positiva (parámetro de escala) que controla la amplitud de la mutación. Se supone que el parámetro  $F$  varía en el intervalo  $[0, 2]$ .

- “Mejor” combinación

$$\mathbf{v}_{i,G+1} = \mathbf{x}_{best,G} + F \cdot \left( \mathbf{x}_{r_1,G} - \mathbf{x}_{r_2,G} \right), \quad (3)$$

- “Mejor - Aleatoria” combinación:

$$\mathbf{v}_{i,G+1} = \mathbf{x}_{i,G} + F \cdot (\mathbf{x}_{best,G} - \mathbf{x}_{i,G}) + F \cdot (\mathbf{x}_{r_1,G} - \mathbf{x}_{r_2,G}). \tag{4}$$

La eficacia del método depende de la regularidad de la función objetivo. Para las funciones regulares con sólo un mínimo (global), la estrategia de "mejor" combinación converge más rápidamente ya que el mejor vector obtenido a partir de la generación anterior se interpreta como el vector base. En presencia de más de un mínimo, la combinación "aleatoria" o la combinación "mejor-aleatoria" son las mejores opciones, evitando la convergencia a mínimos locales.

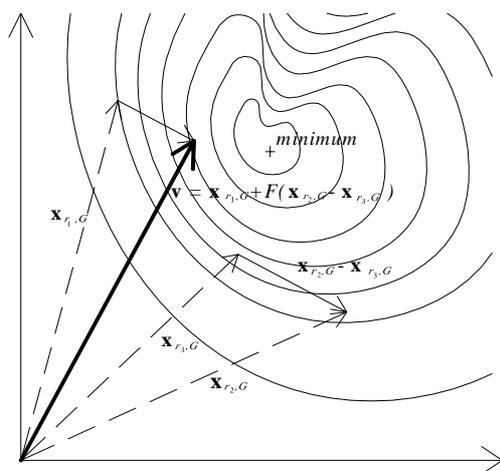


Figura 3. Proceso de mutación en la combinación aleatoria.

**Paso 4:** Operación de *cruce* entre cada individuo y su homólogo mutante correspondiente con el fin de aumentar la diversidad de los vectores.

El *vector de prueba*  $\mathbf{u}_{i,G+1}$  se obtiene aleatoriamente al intercambiar los valores de los parámetros de optimización entre los vectores originales de la población  $\mathbf{x}_{i,G}$  y los de la población de mutantes  $\mathbf{v}_{i,G+1}$ , esto es:

$$\mathbf{u}_{i,G} = (u_{1i,G}, u_{2i,G}, \dots, u_{Di,G})^T, \tag{5}$$

donde

$$u_{ji,G+1} = \begin{cases} v_{ji,G+1} & \text{if } rand(j) \leq CR \\ x_{ji,G} & \text{if } rand(j) > CR \end{cases} \tag{6}$$

$j = 1, 2, \dots, D$  y  $u_{ji}$  es la componente  $j$ -ésima del vector  $\mathbf{u}_i$ . Por otra parte,  $rand(j)$  es el  $j$ -ésimo valor de un vector de números aleatorios distribuidos uniformemente y  $CR$  la constante de cruce ( $0 < CR < 1$ ). Esta constante indica el porcentaje de mutaciones que se tiene en cuenta en el vector de prueba  $\mathbf{u}_{i,G+1}$ .

**Paso 5:** Aplicación de las *restricciones de borde* a los parámetros de optimización con el fin de evitar algún individuo con un conjunto de parámetros físicamente no posibles y que devuelva un valor exagerado de la función de costo.

Por lo general, en aplicaciones de ingeniería, los parámetros de optimización están obligados a pertenecer a determinados intervalos, es decir:

$$x_{j,i,G} \in [x_{j,i,\min}, x_{j,i,\max}] \quad (7)$$

donde  $j = 1, 2, \dots, D$  y  $D$  es el número de parámetros de optimización.

La introducción de las restricciones a los parámetros de optimización es útil dado que limita el análisis solo a rangos de parámetros desconocidos que son significativos desde el punto de vista físico. Para ello, se introduce un algoritmo de proyección. Después de la operación de mutación, si se obtiene un vector fuera de rango se considera su proyección sobre el intervalo de restricción previsto (ver Savoia y Vincenzi, 2008 para más detalles).

**Paso 6:** Proceso de *selección* entre cada individuo y su correspondiente homólogo de prueba con el fin de generar el miembro nuevo de la siguiente generación.

Con el fin de decidir si un vector  $\mathbf{u}_i$  puede ser un elemento de la nueva población de la generación  $G + 1$ , cada vector  $\mathbf{u}_{i,G+1}$  se compara con el vector anterior  $\mathbf{x}_{i,G}$ . Si el vector  $\mathbf{u}_{i,G+1}$  da un valor de la función objetivo  $H$  menor al valor que produce  $\mathbf{x}_{i,G}$  entonces se selecciona  $\mathbf{u}_{i,G+1}$  como el nuevo vector de la población  $G + 1$ , de lo contrario se mantiene el vector anterior, esto es:

$$\mathbf{x}_{i,G+1} = \begin{cases} \mathbf{u}_{i,G+1} & \text{if } H(\mathbf{u}_{i,G+1}) < H(\mathbf{x}_{i,G}) \\ \mathbf{x}_{i,G} & \text{if } H(\mathbf{u}_{i,G+1}) \geq H(\mathbf{x}_{i,G}) \end{cases} \quad (8)$$

donde  $i = 1, 2, \dots, NP$ .

**Paso 7:** *Evaluación* del “Fitness” de cada uno de los miembros de la población de la generación  $G + 1$  y determinación del mejor individuo de la nueva población actual. Si el “Fitness” de este nuevo individuo es mejor que el “Fitness” del vector  $\mathbf{x}_{best}$  entonces se actualiza el vector  $\mathbf{x}_{best}$  con los parámetros del mejor individuo actual y se obtiene su valor objetivo.

**Paso 8:** Aplicación del criterio de convergencia. Si un criterio de parada se cumple, entonces se procede a la salida del vector  $\mathbf{x}_{best}$  y su valor objetivo, de lo contrario se vuelve al paso 3.

En el criterio de convergencia, se comparan los valores de la función de costo obtenidos a partir de los vectores de la población  $G + 1$ . Los vectores se ordenan en función de dichos valores de la siguiente manera:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{1,G+1} \prec \tilde{\mathbf{x}}_{2,G+1} \prec \dots \prec \tilde{\mathbf{x}}_{NP,G+1}, \quad (9)$$

tal que:

$$H(\tilde{\mathbf{x}}_{1,G+1}) < H(\tilde{\mathbf{x}}_{2,G+1}) < \dots < H(\tilde{\mathbf{x}}_{NP,G+1}), \quad (10)$$

En el criterio de convergencia se define en primer lugar la cantidad de vectores de control  $NC$ . Luego la prueba de convergencia se escribe en función de los valores que toma la función de optimización evaluada en los vectores de control, esto es:

$$\Delta_i^H = \frac{|H(\tilde{\mathbf{x}}_{i,G+1}) - H(\tilde{\mathbf{x}}_{i+1,G+1})|}{|H(\tilde{\mathbf{x}}_{i,G+1})|} < VTR_1, \quad (11)$$

donde  $i = 1, \dots, NC$  y  $VTR_1$  es la precisión deseada.

La prueba de la convergencia (11) puede ser insuficiente cuando la función objetivo tiene un gradiente bajo cercano al mínimo buscado. Por esta razón, se introduce una segunda prueba de convergencia, lo que condiciona la distancia relativa entre los componentes de los vectores de control a un valor mínimo, es decir:

$$\Delta_{ij}^x = \frac{|\tilde{x}_{ji,G+1} - \tilde{x}_{j+1,G+1}|}{|\tilde{x}_{ji,G+1}|} < VTR_2, \quad (12)$$

donde  $VTR_2$  es la precisión deseada.

### 3.2 Función Objetivo

La *función objetivo* o *función de costo* a minimizar durante el procedimiento de identificación, se define como el error relativo entre las frecuencias y los vectores propios  $(\omega_i(\mathbf{x}), \phi_i(\mathbf{x}))$  obtenidos al adoptar un conjunto  $\mathbf{x}$  de parámetros de identificación y la solución de referencia  $(\bar{\omega}_i, \bar{\phi}_i)$ , es decir:

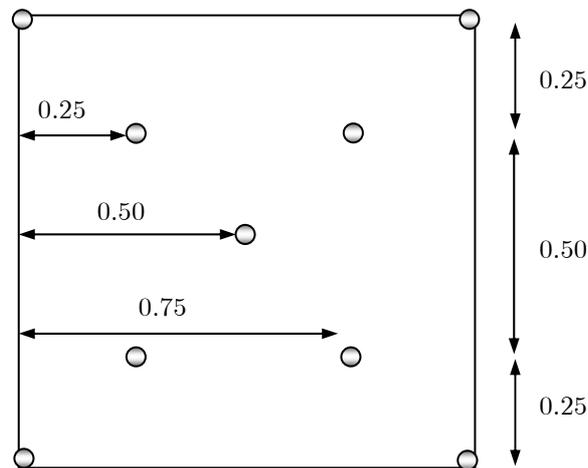
$$H = \sum_{i=1}^N \left[ \alpha_1 \left( \frac{\omega_i - \bar{\omega}_i}{\bar{\omega}_i} \right)^2 + \alpha_2 \frac{1}{P} \sum_{j=1}^P \left( \frac{\phi_{ij} - \bar{\phi}_{ij}}{\bar{\phi}_{ij}} \right)^2 \right] \quad (13)$$

donde  $\omega_i$  y  $\phi_i$  denotan la  $i$ -ésima frecuencia no amortiguada y el vector propio correspondiente,  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son constantes de ponderación, el número de formas modales consideradas y  $P$  las componentes del vector propio consideradas.

La solución de referencia (con los valores exactos de los parámetros) y las simulaciones numéricas para un conjunto de parámetros dados se obtienen mediante el algoritmo variacional mencionado en la sección anterior.

#### 4 CASOS ANALIZADOS

Para verificar la robustez en identificar los parámetros a partir de las características modales de la estructura se realizaron 100 pruebas de optimización en placas cuadradas simplemente apoyadas en todos sus bordes y de espesor uniforme  $h$ . Se consideraron dos casos distintos de estudios: una situación de daño simulado por una fisura de borde a borde y otra por una fisura interna, en ambos casos los parámetros a determinar fueron la posición de la fisura (es decir de la línea con rótulas) y la constante del resorte rotacional que simula la flexibilidad local introducida por la fisura. La función de costo se define de acuerdo a la expresión (13) con  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ ,  $N = 4$  formas modales propias y  $P = 9$ , es decir 9 componentes modales según la disposición que se muestra en la Figura 4.



**Figura 4.** Posición de las componentes modales consideradas.

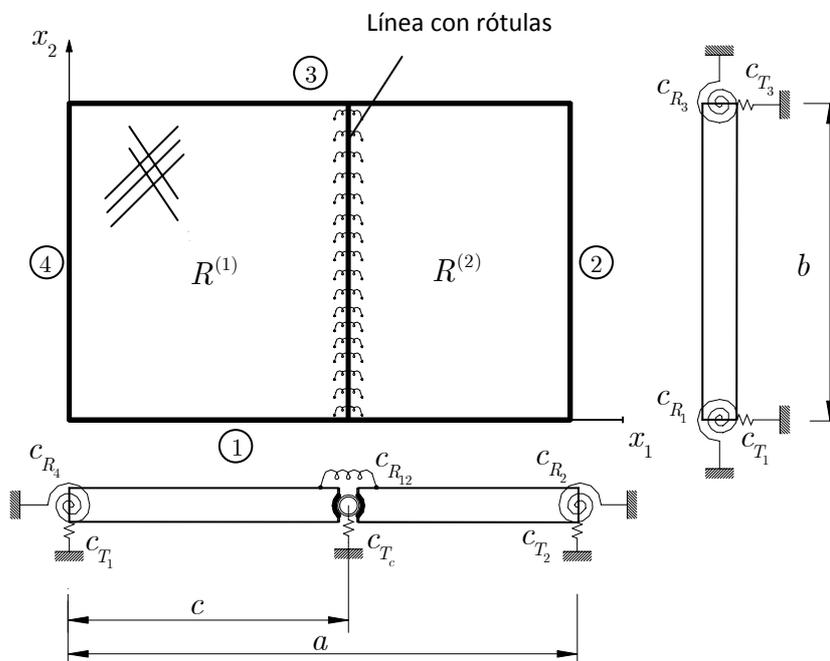
El material de la placa es un compuesto grafito-epoxi, las propiedades físicas de cada lámina son  $E_1 = 25\text{Gpa}$ ,  $E_2 = 4.8\text{Gpa}$ ,  $\mu_{12} = 0.306$ ,  $G_{12} = 1.36\text{Gpa}$  y la secuencia de apilamiento de las capas tiene el diseño  $0^\circ/90^\circ/0^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ$ . Tanto la solución de referencia como las simulaciones se obtuvieron utilizando 8 términos en las funciones de aproximación del algoritmo variacional.

Las pruebas numéricas se realizaron utilizando la mejor estrategia de combinación (3) y la estrategia de combinación aleatoria (2) adoptando el valor  $F = 0.6$ . Las pruebas de convergencia se definen a partir de las expresiones (11) y (12) utilizando tres vectores de control y las constantes de convergencia  $VTR1 = 0.01$  y  $VTR2 = 0.02$ . En ambos casos se utilizaron 15 vectores en cada población ( $NP = 15$ ).

En todos los casos se realizó el análisis estadístico de los valores de los parámetros de identificación obtenidos en las pruebas numéricas. Mediante tablas se muestran los valores de convergencia del método y su correspondiente coeficiente de variación (C.V.).

#### 4.1 Placa con una línea con rótulas de borde a borde

En primer lugar se analiza una placa con una línea con rótulas de borde a borde, tal como se muestra en la Figura 5.



**Figura 5.** Placa cuadrada con una línea intermedia con rótulas restringidas elásticamente.

En este caso el problema de identificación tiene dos variables, la posición de la línea  $\bar{c} = c/a$  y la rigidez del resorte rotacional  $R_{12}$ . Por conveniencia numérica, el valor del parámetro  $R_{12}$  se normaliza de la siguiente manera:

$$R_{12} = \frac{R_D}{1 - R_D}, \text{ entonces } R_D \in [0,1) \quad (14)$$

por lo tanto la variable  $R_{12}$  es remplazada por  $R_D$ . En vista de lo anterior, el espacio de búsqueda de los parámetros de optimización se limita a:  $R_D \in [0,1)$  y  $\bar{c} \in (0,1)$ .

En la Tabla 1 se muestra el análisis estadístico de los resultados obtenidos después de la aplicación del algoritmo ED utilizando las estrategias de combinación propuestas. Se presentan los valores de referencias de los parámetros (los valores obtenidos con un caso arbitrario de una placa fisurada), el rango de variación (valor mínimo y valor máximo) de los valores de los parámetros obtenidos durante el proceso de optimización, el valor medio y el coeficiente de variación (desviación estándar dividida por el valor medio). En ambos casos, se puede observar que los valores medios de los parámetros de identificación alcanzados son muy cercanos a los valores de referencias, observándose una mejor concordancia cuando se utiliza la mejor estrategia de combinación.

Parámetros de Identificación	Valor de Referencia	Mejor combinación				Combinación aleatoria			
		Valor Max.	Valor Mín.	Valor Medio	C.V. %	Valor Max.	Valor Mín.	Valor Medio	C.V.%
$R_D$	0,1	0,104	0,091	0,099	4%	0,115	0,091	0,100	7%
$\bar{c}$	0,4	0,425	0,399	0,403	2%	0,472	0,399	0,409	6%

**Tabla 1.** Análisis estadístico de los valores de los parámetros de optimización obtenidos con dos estrategias distintas de combinación ( $NP = 15, N = 4, P = 9$ ).

#### 4.2 Placa con una línea con rótulas interna

En esta sección se analiza una placa con una línea con rótulas interna, tal como se muestra en la Figura 1. En este caso el problema tiene 4 parámetros de identificación, la posición de la línea  $\bar{c}$ , el centro de la línea  $CF$ , su longitud  $LF$  y la variable  $R_D$ .

En la Tabla 2 se muestra los resultados obtenidos para el problema planteado cuando se considera una fisura equivalente a una constante de rigidez rotacional  $R_D = 0.1$  y tres parámetros de identificación:  $CF$ ,  $LF$  y  $\bar{c}$ . Por otro lado en la Tabla 3 se presentan los resultados obtenidos cuando se considera fija la posición de la línea  $\bar{c} = 0.4$  y desconocidos los parámetros:  $CF$ ,  $LF$  y  $R_D$ . Finalmente en la Tabla 4 se analizan los resultados obtenidos cuando se consideran desconocidos los cuatro parámetros que definen la línea interna con rótulas.

En todas las tablas se presentan los valores de referencias de los parámetros, el rango de variación (valor mínimo y valor máximo) obtenidos durante el proceso de optimización, el valor medio y el coeficiente de variación (desviación estándar dividida por el valor medio). Los resultados son, por supuesto, más dispersos que en el caso analizado anteriormente ya que el problema es más severo porque se incrementó el número de parámetros a identificar.

En la Tabla 2, se puede observar que cuando la rigidez del resorte se asume conocida, los resultados obtenidos con la estrategia de combinación aleatoria son levemente mejores. En este caso el valor de la posición de la línea es el más cercano al esperado, no obstante la dispersión en los resultados es alta. En la Tabla 3 se observa que los valores de  $CF$  y  $LF$  son cercanos a los valores de referencia y el coeficiente de variación se encuentra en el rango de 5%-15%. En el caso de la predicción de  $R_D$ , los valores obtenidos tienen una mayor dispersión. Lo mismo sucede en el caso del problema de identificación mostrado en la Tabla 4. Los valores de  $R_D$  son bastante dispersos y los valores del resto de los parámetros se encuentran en un rango de variación del 12% al 16% cuando se utiliza la estrategia combinación aleatoria de vectores, la que resulta evidentemente mejor para el caso analizado.

La dispersión en los valores  $R_D$  podría estar causada por la forma de la función objetivo, es casi insensible a la variación de la rigidez cuando se considera una línea con rótulas internas o bien a la presencia de mínimos locales que el método no logró detectar.

Parámetros de Identificación	Valor de Referencia	Mejor combinación				Combinación aleatoria			
		Valor Max.	Valor Mín.	Valor Medio	C.V. %	Valor Max.	Valor Mín.	Valor Medio	C.V. %
$CF$	0,45	0,768	0,145	0,458	47%	0,744	0,295	0,506	36%
$LF$	0,6	0,567	0,091	0,348	50%	0,570	0,309	0,405	25%
$\bar{c}$	0,4	0,636	0,457	0,565	11%	0,620	0,446	0,562	13%

**Tabla 2.** Análisis estadístico de los valores de los parámetros de optimización  $CF$ ,  $LF$  y  $\bar{c}$  obtenidos con dos estrategias distintas de combinación ( $NP = 15$ ,  $N = 4$ ,  $P = 9$ ).

Parámetros de Identificación	Valor de Referencia	Mejor combinación				Combinación aleatoria			
		Valor Max.	Valor Mín.	Valor Medio	C.V. %	Valor Max.	Valor Mín.	Valor Medio	C.V. %
$CF$	0,45	0,612	0,395	0,462	15%	0,534	0,373	0,435	12%
$LF$	0,6	0,605	0,543	0,582	4%	0,600	0,517	0,568	5%
$R_D$	0,1	0,984	0,091	0,559	56%	0,826	0,104	0,498	45%

**Tabla 3.** Análisis estadístico de los valores de los parámetros de optimización  $CF$ ,  $LF$  y  $R_D$  obtenidos con dos estrategias distintas de combinación ( $NP = 15$ ,  $N = 4$ ,  $P = 9$ ).

Parámetros de Identificación	Valor de Referencia	Mejor combinación				Combinación aleatoria			
		Valor Max.	Valor Mín.	Valor Medio	C.V. %	Valor Max.	Valor Mín.	Valor Medio	C.V. %
$CF$	0,45	0,57	0,34	0,46	19 %	0,65	0,40	0,49	16%
$LF$	0,6	0,59	0,26	0,50	25 %	0,59	0,38	0,54	14%
$R_D$	0,1	0,91	0,29	0,72	31 %	0,75	0,21	0,52	37%
$\bar{c}$	0,4	0,58	0,42	0,49	13 %	0,58	0,44	0,51	12%

**Tabla 4.** Análisis estadístico de los valores de los parámetros de optimización  $CF$ ,  $LF$ ,  $R_D$  y  $c$  obtenidos con dos estrategias distintas de combinación ( $NP = 15$ ,  $N = 4$ ,  $P = 9$ ).

## 5 CONCLUSIONES

Se demostró que la técnica de evolución diferencial en combinación con el algoritmo variacional directo, es muy eficaz cuando se analiza el caso de una placa con una línea con rótulas de borde a borde. La estrategia de mejor combinación se muestra como la mejor opción y el valor de los dos parámetros a identificar se determinó con precisión aceptable. En este caso se demostró que las frecuencias y los desplazamientos modales son sensibles tanto a la posición de la línea con rótulas como a la rigidez del resorte rotacional.

Si bien las técnicas de evolución diferencial también son eficaces cuando son varios los parámetros desconocidos que deben ser determinados el análisis estadístico de los resultados obtenidos para el caso de una placa con una línea interna con rótulas no fueron del todo satisfactorio.

En este último caso se recomienda hacer una extensa investigación, teniendo en cuenta las diferentes estrategias de optimización, variando el número de vectores de la población inicial o estableciendo diferentes criterios en la definición de la función objetivo con el fin de seleccionar un criterio que proporcione mayor precisión en los resultados, es decir, que la varianza de los parámetros optimizados con respecto a los valores exactos se reduzca significativamente.

## 6 AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue financiado por el Consejo de Investigación de la Universidad Nacional de Salta (CIUNSa N° 2153) y por el Consejo de Investigación de la Universidad Católica de Salta (Proy. N° 111/13).

## REFERENCIAS

- Cunha J, Cogan S, Berthod C., 1999. Application of genetic algorithms for the identification of elastic constants of composite materials from dynamic tests. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*; 45(7):891–900.
- Ewins, D.J., 2000. *Modal Testing: Theory and Practice*. New York: John Wiley & Sons.
- Franco G, Betti R, Lus H., 2004. Identification of structural systems using an evolutionary strategy. *Journal of Engineering Mechanics*; 130 (10):1125–39.
- Friswell, M. I., Penny, J. E. T., and Wilson, D. A. L., 1994. Using Vibration Data And Statistical Measures To Locate Damage In Structures, *Modal Analysis. The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, 9 (4), 239–254.
- Goldberg, D.E. 1989. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley.
- Maia N.M.M., Silva J.M.M. y He J. 1997. *Theoretical and experimental modal analysis*. Research Studies Press, Somerset, England.
- Patil D.P., Maiti S.K., 2005. Experimental verification of a method of detection of multiple cracks in beams based on frequency measurements. *Journal of Sound and Vibration* 281, 439-451.
- Quintana M. V., Grossi R. O. 2012. Free vibrations of generally restrained plates with an internal line hinge. *Applied Acoustic* 73(4): 356-365.
- Quintana M.V., Grossi R.O., 2014. Free vibrations of a Trapezoidal Plate with an Internal Line Hinge. *The Scientific World Journal*, 2014, 10 pages, doi:10.1155/2014/252084.
- Savoia M., Vincenzi L., 2008. Differential Evolution Algorithm for Dynamic Structural Identification. *Journal of Earthquake Engineering*. 12, 800-821.
- Sinha J.K., Friswell M.I., Edwards S., 2002. Simplified models for the location of cracks in beam structures using measured vibration data. *Journal of Sound and Vibration*, 251, 13-38.
- Storn R, Price K. 1995 *Differential Evolution—a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces*. Technical Rep. No.TR-95-012, International Computer Science Institute, Berkley (CA).
- Storn, R., Price, K., 1997. *Differential Evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces*. *Journal of Global Optimization*, 11: 341-359.
- Tang H, Xue S, Chen R, Sato T., 2006. Online weighted LS-SVM for hysteretic structural system identification. *Engineering Structures*; 28: 1728–35.
- Vanderplaats, G.N. 1984. *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*. Mc Graw-Hill.
- Yang J, Pan S, Lin S., 2007. Least-squares estimation with unknown excitations for damage identification of structures. *Journal of Engineering Mechanics*; 133(1):12–21.