

MODELO PARA EL ANÁLISIS ESTRUCTURAL DEL COMPORTAMIENTO DE MAMPOSTERÍA MEDIANTE TÉCNICAS DE HOMOGENEIZACIÓN

Ricardo D. Quinteros^a, Facundo Bellomo^a, Liz G. Nallim^a, Sergio Oller^b

^a *Facultad de Ingeniería, ICMASa, INIQUI (CONICET), Universidad Nacional de Salta (UNSa)
Avenida Bolivia, 5150, 4400 Salta, Argentina
e-mail: rdquinteros@conicet.gov.ar, <http://www.unsa.edu.ar>, <http://www.conicet.edu.ar>*

^b *CIMNE. Centro Internacional de Métodos Numéricos en la Ingeniería.
e-mail: oller@cimne.upc.edu, web page: <http://www.cimne.com>
UPC. Universidad Politécnica de Cataluña (Barcelona Tech)
Edif. C1, Campus Nord, Jordi Girona 1-3, 08034 Barcelona, Spain.
e-mail: sergio.oller@upc.edu, web page: <http://www.upc.edu>*

Palabras clave: Modelos Constitutivos, Técnicas de Homogeneización, Materiales Compuestos, Mampostería

Resumen. En este trabajo se presenta un modelo para el análisis del comportamiento estructural de la mampostería basado en una técnica de homogeneización fenomenológica. La rigidez, la resistencia y demás propiedades mecánicas de los materiales componentes intervienen activamente en la definición del comportamiento y el modo de falla del conjunto, por lo que resulta necesario recurrir a métodos y técnicas que permitan representar y reproducir el comportamiento tanto lineal como no-lineal del compuesto, ya sea a través de micro-modelos o macro-modelos. En este estudio, en particular, se emplean macro-modelos basados en técnicas de homogeneización, que permiten representar el comportamiento del compuesto sorteando las heterogeneidades presentes en la mayoría de los materiales estructurales, tratando al mismo como un material homogéneo anisótropo con propiedades medias (homogeneizadas). Así es posible derivar el comportamiento global de la estructura a partir del comportamiento de los materiales constituyentes adoptando modelos constitutivos diferentes para cada uno de ellos. En este trabajo, la técnica de homogeneización que se utiliza es apropiada para aquellos materiales que tienen una configuración periódica y permite trabajar en dos escalas: una escala micro-mecánica, donde quedan especificadas las propiedades mecánicas y geométricas de los materiales componentes, y una escala macromecánica en la cual el material es tratado como si fuese homogéneo. Concretamente en este trabajo, en el que se modelan estructuras de mampostería periódica se consideran dos componentes: ladrillo y juntas de mortero. En particular, para el mortero, se emplea un modelo de daño que considera degradación diferenciada para las partes volumétrica y desviadora del tensor constitutivo, el cual fue propuesto previamente por los autores.

El trabajo se completa con una serie de ejemplos que permiten apreciar los resultados obtenidos en paneles de mampostería de ladrillos sometidos a cargas horizontales, a través de un análisis push-over, en combinación con distintos niveles de cargas verticales de pre-compresión inicial. Estos resultados permiten analizar la evolución del daño con el nivel de carga y los modos de falla de los paneles, con distintas combinaciones de carga y relaciones de aspecto.

1 INTRODUCCIÓN

Las construcciones basadas en estructuras de mampostería son objeto de una importante y creciente atención por parte de la comunidad científica debido a variados motivos, como la preponderancia que este material tiene como parte de las construcciones existentes, y su continua utilización en nuevas estructuras. Es por ello que para la evaluación de la vulnerabilidad de estas estructuras se requiere una estimación fiable de la resistencia residual, que permita estudiar la seguridad real de tales construcciones, especialmente ante acciones horizontales, para analizar y optimizar el diseño y la planificación de técnicas de operaciones de reparación y/o refuerzo.

Por lo tanto, resulta clara la importancia que tiene el desarrollo de metodologías para el análisis de estructuras de mampostería, que permitan la predicción de su comportamiento, incluyendo los rangos lineal y no lineal hasta alcanzar la falla, con una adecuada identificación de los posibles mecanismos de falla. Además, las tendencias actuales de diseño sísmico de estructuras, basadas en el desempeño estructural, requieren conocer con cierto nivel de detalle el comportamiento no lineal hasta alcanzar altos niveles de deformación lateral.

1.1 BREVE REVISIÓN DE ANTECEDENTES DE MODELOS PARA MAMPOSTERÍA

La mampostería presenta un comportamiento mecánico muy particular originado principalmente en su falta de homogeneidad y anisotropía. Los métodos tradicionales de análisis simplificado no pueden contemplar todos los fenómenos complejos inherentes al comportamiento de la mampostería, tales como apertura de grietas, falla por compresión y deslizamiento en las juntas por cortante. El enfoque numérico ofrece una posibilidad efectiva para enfrentar a este problema, y en este sentido hay varios métodos y herramientas computacionales que han sido desarrollados para la evaluación del comportamiento mecánico estructural de la mampostería. Estos enfoques utilizan diferentes teorías con distintos niveles de complejidad y coste computacional, todos ellos caracterizados por diversos fundamentos teóricos y niveles de detalle.

El método más sencillo para el modelado de estructuras de mampostería se basa en representar la misma como una combinación de elementos estructurales, tales como barras, vigas, placas o láminas. Este es el caso de los métodos simplificados a través de *macro-elementos*. En la literatura se pueden encontrar varios modelos basados en el concepto del método de marco equivalente (Roca et al., 2005; Penelis, 2006; Chen et al., 2008; Belmouden y Lestuzzi, 2009; Grande et al., 2011), donde los muros de la construcción se modelan empleando elementos tales como barras, vigas de antepecho y elementos de unión. Estos modelos se caracterizan por un coste computacional muy bajo, ya que cada macro-elemento representa todo un panel de la pared, lo que reduce drásticamente el número de grados de libertad de la estructura.

Sin embargo, tales elementos simplificados por lo general proporcionan una descripción gruesa del comportamiento del elemento de mampostería real. Dependiendo del nivel de precisión y la simplicidad que se desea, es posible utilizar las siguientes estrategias de modelado (Figura 1):

- *Micro-modelos* (Lourenço y Rots, 1997; Lotfi y Shing, 1994; Xu et al., 2012; entre otros): analizan la mampostería como un ensamblaje discontinuo de unidades o ladrillos conectados por juntas en su posición real. Se distinguen entre otros:

- Micro-modelos detallados: Los ladrillos y morteros se representan mediante elementos finitos de comportamiento continuos, mientras que el comportamiento de la interfaz mortero-ladrillo se representa con elementos finitos discontinuos;
- Micro-modelos simplificados: las unidades están representadas a través de elementos de comportamiento continuo mientras que el comportamiento de las juntas de mortero y la interfaz ladrillo-mortero se agrupa en elementos discontinuos;

- *Macro-modelos* (Lourenço et al., 1998; Lourenço, 1997): en este caso ladrillo, mortero e interfaz ladrillo-mortero están representados por un mismo elemento finito. El material se estudia a nivel macroscópico y se modela como un continuo homogéneo y ortótropo. Entre estos modelos, puede citarse también a Pelà et al (2014) quienes desarrollan un modelo de daño fenomenológico ortótropo que resulta de un modelo isótropo con un tratamiento de mapeo de espacios diferenciados a tracción y a compresión.

Dentro de este tipo de discretización suele englobarse a las técnicas de homogeneización que básicamente consisten en sustituir la compleja geometría de la celda básica por una geometría simplificada, de modo que es posible una solución cerrada del problema homogeneizado. Estas técnicas de homogeneización permiten establecer relaciones constitutivas en términos de tensiones y deformaciones promedio a partir de la geometría y de las relaciones constitutivas de los componentes individuales. Se puede obtener mucha información del estudio de las estructuras de mampostería regulares, en las que se produce una repetición periódica de la microestructura debido a una disposición constante de las unidades o ladrillos.

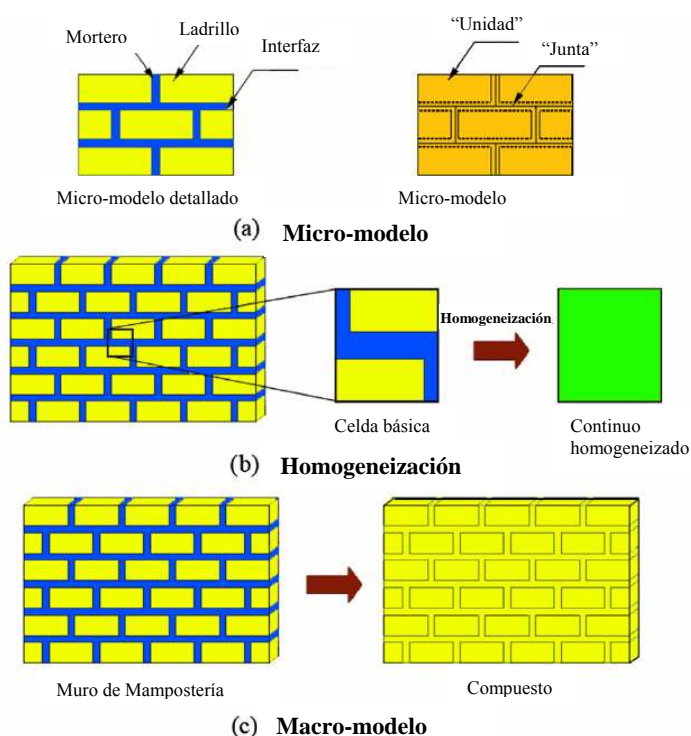


Figura 1: Estrategias de modelación para mampostería (Bayraktar et al., 2010)

Mediante técnicas de homogeneización, el problema se estudia en una celda unitaria y periódica con la que se puedan obtener valores medios para el material homogeneizado, partiendo del conocimiento de las propiedades mecánicas de los materiales constituyentes y

de la geometría de la celda elemental. La efectividad de este planteo ha sido demostrada por diversos autores como [Anthoine \(1995\)](#), [Lopez et al \(1999\)](#) o [Sacco \(2009\)](#). El enfoque de homogeneización más popular sustituye la compleja geometría de la celda básica por una geometría simplificada, de modo que es posible obtener una solución de forma cerrada del problema homogeneizado ([Pande et al., 1989](#); [Maier et al., 1991](#)). Recientemente, las técnicas de homogeneización se han aplicado de manera efectiva al análisis límite ([Milani et al., 2007](#); [Zucchini & Lourenço, 2009](#); [Zucchini & Lourenço, 2007](#); [Addessi & Sacco, 2012](#)).

1.2 COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LA MAMPOSTERÍA FRENTE A SOLICITACIONES HORIZONTALES

La mampostería es un material que presenta diferentes propiedades en función de la dirección en la que estén orientadas las juntas de mortero, las que constituyen planos de debilidad. La falla de la estructura de mampostería va precedida generalmente por un desarrollo masivo de fisuración en dichas juntas, por lo que éstas son las limitantes en la capacidad resistente final. La vulnerabilidad sísmica está estrictamente relacionada con la respuesta de los paneles de mampostería sometidos a cargas laterales. Por tanto, es interesante comprender el comportamiento de muros de mampostería mediante la simulación de tales situaciones de carga.

Los ensayos experimentales muestran que son posibles diferentes mecanismos de falla debido a las acciones combinadas de carga verticales y de cortante (Figura 2). El mecanismo de falla real depende de la relación entre las dimensiones del panel (cuando se considera sin agujero) o de las porciones individuales que constituyen el panel (cuando las ventanas o puertas interrumpen la continuidad del panel), depende también de los parámetros del material y de la carga vertical aplicada.

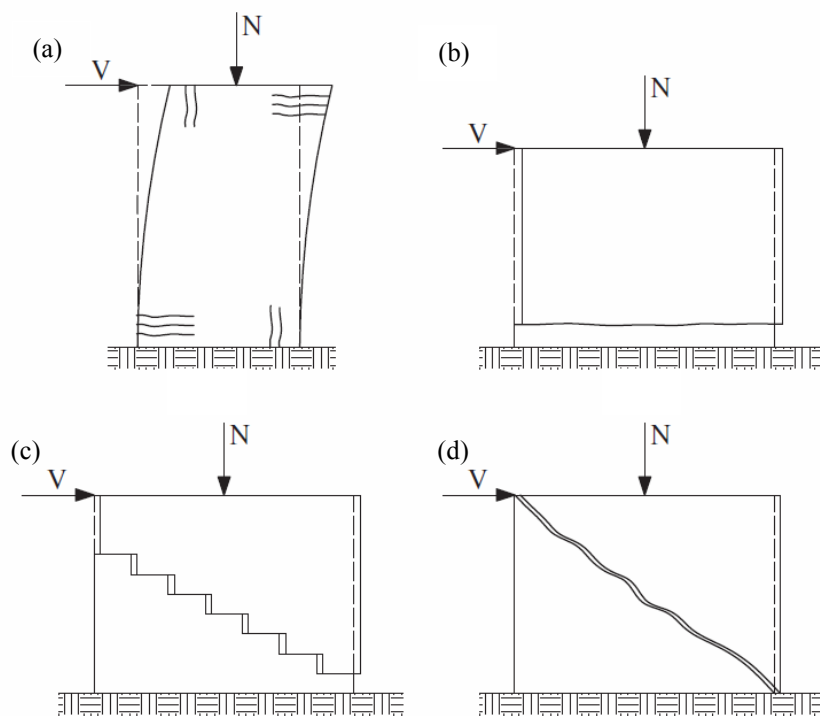


Figura 2: Mecanismos típicos de falla: (a) a flexión; (b) por deslizamiento horizontal; (c) deslizamiento diagonal; (d) agrietamiento diagonal.

2 MODELO DE HOMOGENEIZACIÓN ACOPLADO CON DAÑO

2.1 TENSOR CONSTITUTIVO HOMOGÉNEO

Para este trabajo, se considera la mampostería con una estructura periódica, lo que permite que el enfoque de homogeneización planteado sea posible de aplicar. Es necesario definir una celda unidad o celda representativa, de tal forma que repetida en toda la dimensión de la estructura represente a la estructura original. Una vez definida la celda se utilizan los conceptos de compatibilidad y equilibrio de la mecánica clásica con el fin de obtener una relación constitutiva del material compuesto en función de los parámetros mecánicos y geométricos de los componentes (ladrillo y junta de mortero). Para el presente trabajo se analiza el caso presentado en la Figura 3, tomando como base el trabajo de López et al. (1999).

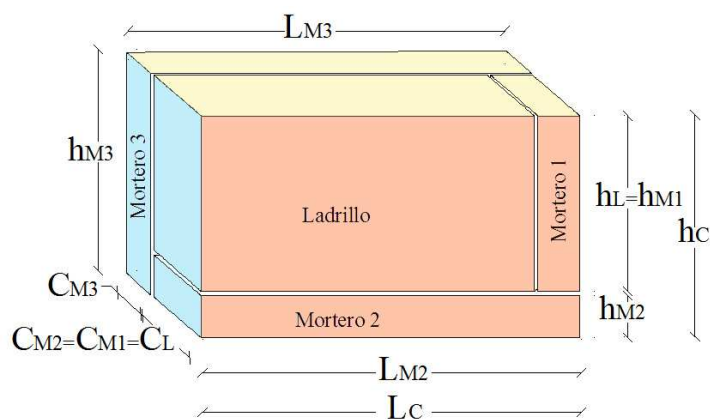
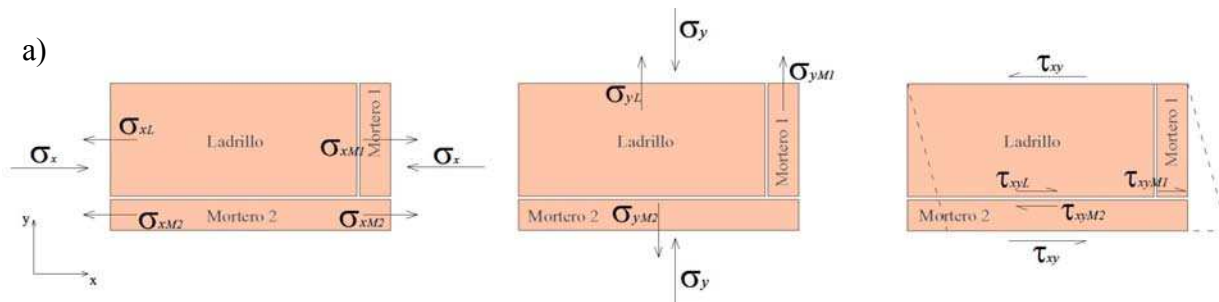


Figura 3. Modelo tridimensional de la celda analizada. Parámetros geométricos (Oller, 2003)

A fin de conocer los componentes homogeneizados del tensor constitutivo del material compuesto se analiza, en la celda patrón, las ecuaciones de compatibilidad y equilibrio de los diversos modos de deformación correspondientes a tensiones de tracción o compresión en las tres direcciones cartesianas x , y y z , así como las deformaciones por corte en los correspondientes planos xy , xz e yz (ver Figura 4).



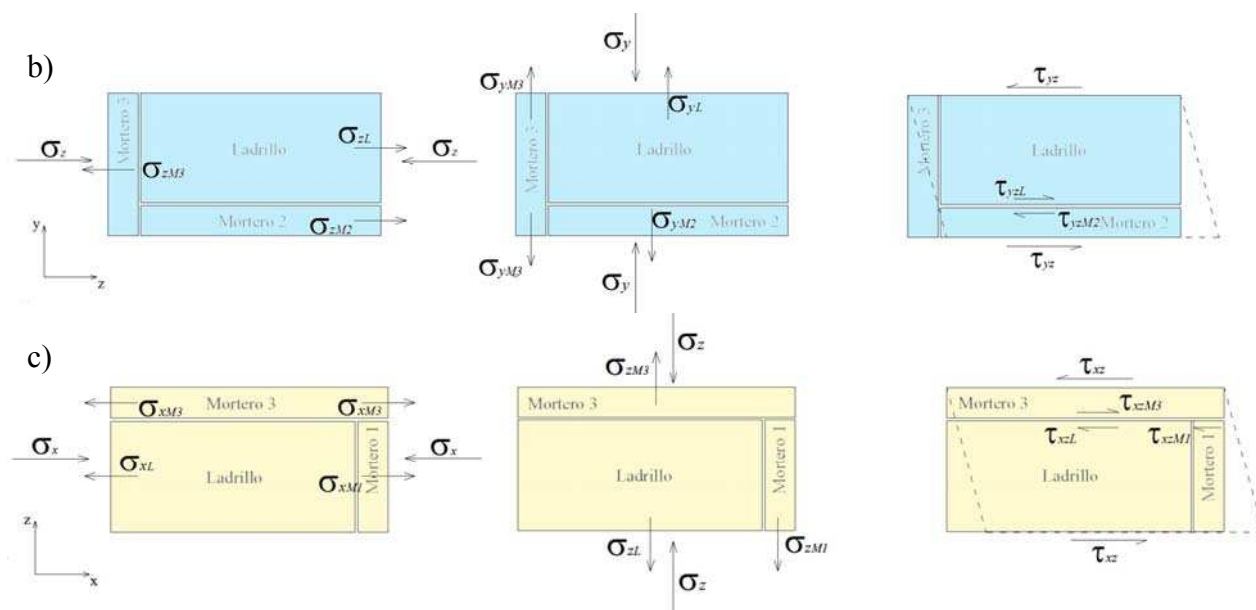


Figura 4. Modos de deformación a) Plano xy, b) Plano yz y c) Plano xz

Mediante la aplicación de las condiciones y ecuaciones de compatibilidad y equilibrio en cada modo, y operando algebraicamente se obtienen los valores homogeneizados del tensor constitutivo homogéneo en función de las características geométricas de la celda unidad y de las características mecánicas, para cada dirección, de los materiales componentes (Lopez et al, 1999 y Quinteros et al, 2012b). Así se obtienen para los módulos longitudinales las expresiones dadas por las ecuaciones (1 a 3):

$$E_{xC} = \frac{1}{B_{xL} D_x} \tag{1}$$

$$E_{yC} = \frac{1}{\frac{h_{M2}}{h_C E_{yM2}} + \frac{B_{yL} h_L}{E_{yL} h_C}} \tag{2}$$

$$E_{zC} = \frac{1}{D_z} \tag{3}$$

donde

$$D_x = \frac{L_L}{E_{xL} L_C} + \frac{L_{M1}}{E_{xM1} L_C}, \quad B_{xL} = \frac{h_C L_{M2}}{E_{xM2} h_{M2} \left(\frac{L_L}{E_{xL}} + \frac{L_{M1}}{E_{xM1}} + \frac{h_L L_{M2}}{E_{xM2} h_{M2}} \right)} \tag{4}$$

$$B_{yL} = \frac{L_C - B_{yM1}L_{M1}}{L_L}, \quad B_{yM1} = \frac{L_C h_L}{E_{yL} L_L \left(\frac{L_{M1} h_L}{E_{yM1} L_L} + \frac{h_{M1}}{E_{yM1}} \right)} \quad (5)$$

$$D_z = \frac{B_{zL} C_L}{E_{zL} C_C} + \frac{C_{M3}}{E_{zM2} C_C}, \quad B_{zL} = A_{zL} \frac{h_C C_{M2}}{E_{xM2} h_{M2}}, \quad A_{zL} = \frac{h_{M2} E_{zM2} E_{zL}}{h_L E_{zL} C_{M2} + h_{M2} E_{zM2} C_L} \quad (6)$$

Mientras que para los módulos de corte se obtienen las siguientes expresiones dadas por las ecuaciones (7 a 9):

$$G_{xyC} = \frac{1}{\frac{h_{M2}}{G_{xyM2} h_C} + \frac{A_{xyL} h_L}{G_{xyL} h_C}} \quad (7)$$

$$G_{yzC} = \frac{1}{\frac{h_{M2}}{G_{yzM2} h_C} + \frac{A_{yzL} h_L}{G_{yzL} h_C}} \quad (8)$$

$$G_{xzC} = \frac{1}{\frac{C_{M3}}{G_{xzM3} C_C} + \frac{A_{xzL} C_L}{G_{xzL} C_C}} \quad (9)$$

donde

$$A_{xyL} = \frac{G_{xyL} L_C}{G_{xyM1} L_{M1} + G_{xyL} L_L}, \quad A_{yzL} = \frac{G_{yzL} C_C}{G_{yzM3} C_{M3} + G_{yzL} C_L}, \quad A_{xzL} = \frac{G_{xzL} L_C}{G_{xzM1} L_{M1} + G_{xzL} L_L} \quad (10)$$

Una vez conocidos los parámetros mecánicos homogeneizados de la celda periódica analizada, es posible obtener los valores que toman los coeficientes de Poisson en función de dichos parámetros. Para ello se ha continuado con el análisis de los modos de deformación y se obtienen los coeficientes de Poisson a través de su definición, dada por la ec. (11).

$$v_{ijC} = \left(-\frac{\varepsilon_{jC}}{\varepsilon_{iC}} \right)_i, \quad i, j = x, y, z \quad (11)$$

donde el subíndice i en el cálculo del coeficiente de Poisson indica que se calculan los valores de las deformaciones longitudinales para carga uniaxial en la dirección i ($i = x, y, z$) analizando las deformaciones transversales producidas en la dirección j ($j = x, y, z$).

Teniendo en cuenta la expresión (11) y considerando que $E_{xL} = E_{yL} = E_{zL} = E_L$, $E_{xMi} = E_{yMi} = E_{zM_i} = E_{Mi}$, $i = 1, 2, 3$; se obtienen para los coeficientes de Poisson las siguientes expresiones (ec. (12)):

$$\begin{aligned}
v_{xyC} &= \frac{\left[(v_L / E_L) B_{zL} h_L + (v_{M2} / E_{M2}) B_{xM2} h_{M2} \right] E_{xC}}{h_{M2} + h_L}, & v_{yxC} &= \frac{E_{yC}}{E_{xC}} v_{xyC} \\
v_{yzC} &= \frac{\left[(v_L / E_L) B_{zL} h_L + (v_{M2} / E_{M2}) (h_C - B_{zL} h_L) \right] E_{zC}}{h_C}, & v_{zyC} &= \frac{E_{zC}}{E_{yC}} v_{yzC} \\
v_{xzC} &= \frac{\left[(v_{M3} / E_{M3}) C_{M3} B_{xM3} + (v_L / E_L) B_{zL} C_L \right] E_{xC}}{C_{M3} + C_L}, & v_{zxC} &= \frac{E_{zC}}{E_{xC}} v_{xzC}
\end{aligned} \quad (12)$$

2.2 MODELO DE DAÑO DIFERENCIADO

Para simular un material friccional se recurre a la elección de modelos constitutivos que buscan simular al sólido real como un material ideal mediante el uso de hipótesis simplificativas, en particular modelos de fractura o daño que indican que el comportamiento no lineal de un material friccional se debe fundamentalmente al fenómeno de fisuración. Se usa para ello un modelo de degradación elástica diferenciado, presentado previamente por los autores (Quinteros et al, 2012a) que permite degradar en forma diferenciada la parte volumétrica y desviadora del comportamiento constitutivo del material. El modelo propuesto está basado en una generalización del modelo de degradación simple de Kachanov (1986). Análogamente a la degradación simple, el modelo permite diferentes grados de degradación del módulo volumétrico secante y del módulo de corte secante (Oller, 1988), esto es:

$$K_S^D = (1 - d_K) K_0 \quad (13)$$

$$G_S^D = (1 - d_G) G_0 \quad (14)$$

donde K_0 y G_0 son, respectivamente, los módulos volumétrico y de corte iniciales y los dos factores de reducción $(1 - d_K)$ y $(1 - d_G)$ están directamente relacionados con el trabajo elástico de deformación volumétrica y con el trabajo elástico de deformación distorsional, respectivamente. Por lo tanto, las expresiones de los módulos degradados resultan finalmente:

$$K_S^D = K_0 e^{-\left(\Phi_K K_0 \varepsilon_v^e\right)^2 / 2} \quad (15)$$

$$G_S^D = G_0 e^{-\left(3\Phi_G G_0 \gamma_{oct}^e\right)^2 / 2} \quad (16)$$

con:

$$\Phi_K = \frac{2}{K_0 \left(\varepsilon_v^e\right)_1^2} \ln \left(\frac{\left(K_S^D\right)_1}{K_0} \right) \quad (17)$$

$$\Phi_G = \frac{2}{3G_0 \left(\gamma_{oct}^e\right)_1^2} \ln \left(\frac{\left(G_S^D\right)_1}{G_0} \right) \quad (18)$$

siendo $(K_S^D)_1$ el módulo volumétrico secante en el límite elástico, $(\varepsilon_v^e)_1$ la deformación volumétrica en el límite de elasticidad y $(G_S^D)_1$ es el módulo distorsional secante en el límite elástico, y $(\gamma_{oct}^e)_1$ es la distorsión octaédrica en el límite de elasticidad.

Se considera las relaciones $(K_S^D)_1/K_0 \approx \frac{3}{4}$ y $(G_S^D)_1/G_0 \approx \frac{1}{2}$ en el momento en que se inicia el crecimiento del módulo de Poisson (Chen, 1982), el que constituye el límite convencional de inicio del comportamiento no lineal, admitido por el modelo.

Finalmente, la relación tensión - deformación en el modelo presentado, puede escribirse como:

$$\sigma_{ij} = K_S^D \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2G_S^D e_{ij} \quad (19)$$

donde ε_{kk} es la deformación volumétrica, δ_{ij} la función Delta de Kronecker y e_{ij} el tensor desviador de deformaciones.

2.3 TRATAMIENTO DE LA ANISOTROPÍA

La mampostería presenta un comportamiento marcadamente direccional; además, el modelo empleado en este trabajo se basa en una homogeneización fenomenológica, en la que es necesario considerar el comportamiento marcadamente direccionado que presentan las juntas, en función de su orientación en la mampostería. Por ello, para el tratamiento de la anisotropía, se usa la técnica de mapeo de espacios basada en la Teoría de Transformación de Espacios que permite representar el comportamiento del sólido anisótropo real mediante un sólido ficticio isótropo ideal (Betten 1981 y Oller, 1991). De esta manera, el problema se resuelve en el espacio isótropo ficticio, lo que permite utilizar modelos elastoplásticos y/o de daño desarrollados para materiales isótropos.

Los tensores de tensión en ambos espacios están relacionados mediante una transformación del tipo:

$$\tau_{ij} = A_{ijkl}(\sigma_{ij}, \hat{d})\sigma_{kl} \quad (20)$$

donde τ_{ij} y σ_{kl} son los tensores de tensión en los espacios anisótropo real e isótropo ficticio respectivamente. El tensor de cuarto orden A_{ijkl} contiene la información sobre la anisotropía inicial en resistencias. En el caso más general, este tensor es función del tipo de estado tensional y de la evolución del proceso no lineal. Se propone en este trabajo la siguiente expresión para este tensor de anisotropía:

$$A_{ijkl} = S_{klmn} A_{ijkl}^t(\hat{d}) + (I_{klmn} - S_{klmn}) A_{ijkl}^c(\hat{d}) \quad (21)$$

donde I_{klmn} es el tensor identidad de cuarto orden. Los tensores $A_{ijkl}^t(\hat{d})$ y $A_{ijkl}^c(\hat{d})$ son los tensores de transformación correspondientes a procesos de tracción y compresión simple y son funciones de la variable de daño \hat{d} (Oller et al, 1988 y Luccioni, 1993).

El tensor S_{klmn} tiene en cuenta el tipo de estado tensional y se calcula como:

$$S_{klmn} = \delta_{kr} \delta_{ls} \delta_{mr} \delta_{ns} \frac{|\sigma_{rs}| + \sigma_{rs}}{2\sigma_{rs}} \quad (22)$$

El umbral de daño se define mediante una función de discontinuidad:

$$F(\sigma_{ij}, \alpha_k) = \bar{F}(\tau_{ij}, \bar{\alpha}_k) = 0$$

donde F y \bar{F} representan las funciones de fluencia en los espacios anisótropo real e isotropo ficticio, y α_k y $\bar{\alpha}_k$ son variables internas correspondientes a dichos espacios (Figura 5).

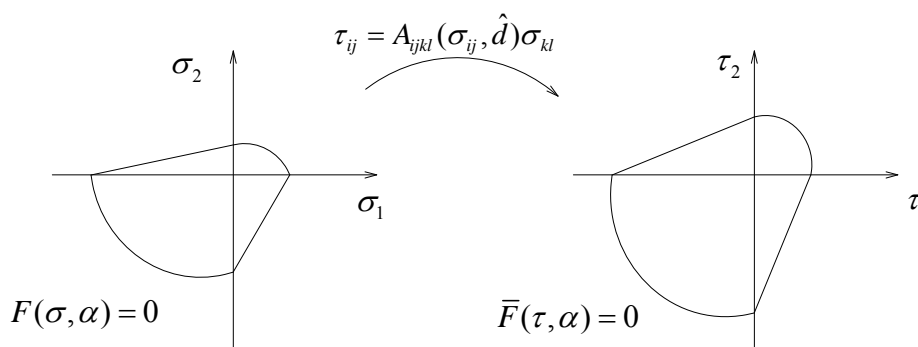


Figura 5. Transformación de espacios

2.4 CRITERIO DE MOHR-COULOMB MODIFICADO

Se muestra a continuación la formulación de la superficie de discontinuidad utilizada para delimitar el comportamiento elástico de los componentes. Se considera que la falla está regida por el comportamiento del mortero, lo que le confiere a la mampostería las características de un material friccional, dependiente de la cohesión del mismo. Por ello, el criterio de falla utilizado es el de Mohr-Coulomb modificado (Oller, 1991). Este criterio, formulado por Coulomb en 1773 y desarrollado en profundidad por Mohr en 1882, forma parte de los criterios que dependen de dos parámetros, siendo éstos la cohesión interna entre partículas del sólido c y el rozamiento interno entre ellas, medido por el ángulo ϕ . En función de las tensiones principales, la expresión matemática que lo define está dada por:

$$F(\sigma, c, \phi) = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) + \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) \text{sen} \phi - c \cos \phi = 0 \quad (23)$$

Debido al valor de ángulo de fricción ϕ del mortero, que normalmente oscila entre 30° y 35° , el criterio original de Mohr-Coulomb presenta el inconveniente de no cumplir con la relación inicial entre la resistencia uniaxial de tracción y compresión:

$$R^0 = \frac{|\sigma_c^0|}{|\sigma_T^0|} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \quad (24)$$

Evaluada la relación dada por la ecuación (24) en los valores de ϕ típicos para el mortero, se concluye que el valor del mismo está lejos del que corresponde a este material:

$R^0 = \left| \frac{\sigma_C^0}{\sigma_T^0} \right| \approx 10$. La opción para solucionar este problema, sería aumentar el ángulo de fricción, lo que provocaría un exceso de dilatación; o bien formular una modificación del criterio original, como lo hiciera Oller (1991), que consiste en afectar la tensión principal mayor σ_1 por un parámetro de ajuste α_R que permite regular la relación de resistencia uniaxial hasta cumplir con el valor deseado. De esta manera, la ecuación (23) queda expresada como:

$$F(\sigma, c, \phi, \alpha_R) = \left(\frac{\alpha_R \sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) + \left(\frac{\alpha_R \sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) \operatorname{sen} \phi - c \cos \phi = 0 \quad (25)$$

Operando algebraicamente, la ecuación (25) puede escribirse como:

$$\sigma_3 = \alpha_R \sigma_1 R_{Mohr} - 2c \sqrt{R_{Mohr}} \quad (26)$$

con $R_{Mohr} = R^0$ como se definió anteriormente en la ecuación (24).

A partir de la ecuación (26) se puede obtener el valor de α_R necesario para cumplir con la relación de resistencia uniaxial requerida $R'_{Mohr} = \alpha_R R_{Mohr}$, cualquiera que sea el ángulo de rozamiento interno ϕ que se proponga (cuidando que este ángulo esté comprendido entre $0^\circ < \phi < 90^\circ$). Esto implica (ec. (26)) que:

$$\begin{aligned} \text{si } \sigma_1 = 0 & \quad \rightarrow \quad \sigma_3 = 2c \sqrt{R_{Mohr}} \\ \text{si } \sigma_3 = 0 & \quad \rightarrow \quad \sigma_1 = \frac{2c}{\alpha_R \sqrt{R_{Mohr}}} \end{aligned}$$

Por lo tanto, de la ecuación (24) resulta:

$$R^0 = \frac{|\sigma_3|}{|\sigma_1|} = \frac{2c \sqrt{R_{Mohr}}}{\frac{2c}{\alpha_R \sqrt{R_{Mohr}}}} = \alpha_R R_{Mohr} = R'_{Mohr} \quad (27)$$

obteniéndose así la expresión del ángulo de rozamiento interno en función de las variables del modelo:

$$\phi = 2 \left[\arctan \left(\sqrt{\frac{R'_{Mohr}}{\alpha_R}} \right) - \frac{\pi}{4} \right] \quad (28)$$

2.5 IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL

La metodología desarrollada, así como la formulación obtenida en este trabajo ha sido implementada en el programa de elementos finitos PLCD4.05 (PLCD Manual, 1991-presente) desarrollado en lenguaje FORTRAN por el Departamento de Resistencia de Materiales y Estructuras de la Universidad Politécnica de Cataluña. Los archivos de entrada de datos y los de salida, correspondientes al pre y el post-proceso, respectivamente, fueron ejecutados con el software GID desarrollado por CIMNE.

3 ENSAYOS *PUSH OVER* DE PANELES DE MAMPOSTERÍA (PREVIAMENTE COMPRIMIDOS)

La campaña de ensayos llevados a cabo por [Raijmakers & Vermeltoort \(1992\)](#) y por [Vermeltoort & Raijmakers \(1993\)](#) fueron utilizados por numerosos autores como pruebas de validación de sus modelos ([Zucchini & Lourenço, 2009](#); [Addessi & Sacco, 2012](#); [Xu et al, 2012](#); [Akhavessy & Milani, 2013](#)), y son también empleados en este trabajo. En estos ensayos (Figura 6) se aplicaron cargas laterales crecientes a muros de mampostería que tenían una compresión vertical inicial.

Los muros tienen una relación de aspecto cercana a la unidad, sus dimensiones son 990mm x 1000mm. Fueron construidos con 18 hiladas de ladrillos de arcilla macizos de 204mm x 52mm x 100mm y juntas de mortero de 10mm (Figura 6). La primera y la última hilada de ladrillos se encuentran empotradas en vigas metálicas que cumplen la función de restringir la rotación del panel, distribuir de manera uniforme las cargas y asegurar su fijación en la base. Los muros fueron previamente comprimidos con cargas distribuidas de tres intensidades, 0.30, 1.21 y 2.12 MPa, lo que equivale a fuerzas verticales resultantes de 30, 120 y 210 kN respectivamente. Luego, se aplica en la parte superior una carga horizontal monotónica creciente, con el fin de analizar su comportamiento a esfuerzos cortantes. Las propiedades mecánicas de los materiales simples empleados en la simulación son las siguientes: para los ladrillos $E = 16000\text{MPa}$, y coeficiente de Poisson $\nu = 0.15$; mientras que para el mortero se utiliza un tensor constitutivo isótropo con $E = 1000\text{MPa}$ y coeficiente de Poisson $\nu = 0.15$. El valor de la tensión límite a la compresión del mortero es de 10MPa .

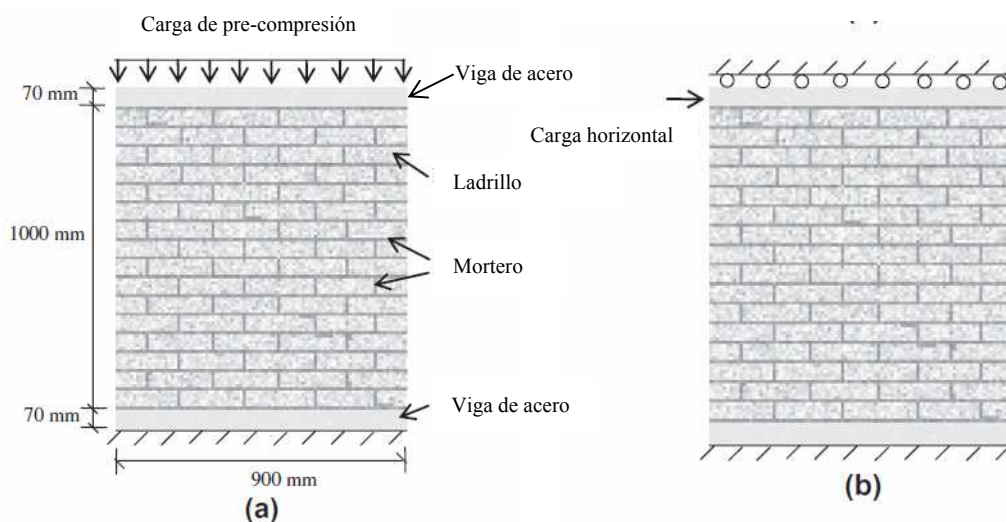


Figura 6. Esquema de ensayo *push over* en muros de mampostería pre-comprimidos ([Vermeltoort & Raijmakers \(1993\)](#))

En la Figura 7 se observa el mapa de daño obtenido con el presente modelo, para el caso de una carga de pre-compresión de 120 kN en una secuencia de desplazamientos horizontales de 0.5, 1, 2 y 2.5 mm respectivamente.

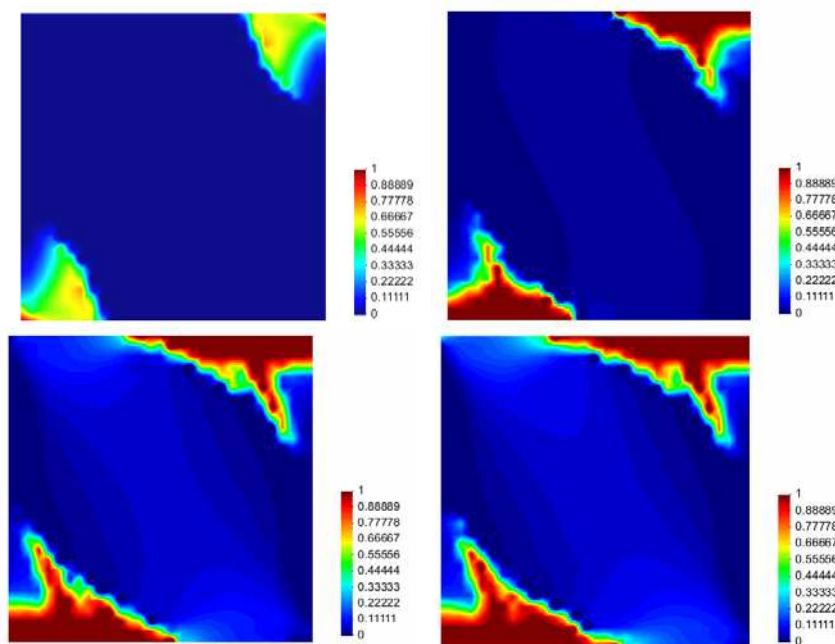


Figura 7. Distribución del daño para una carga de pre-compresión de 120 kN y diferentes niveles de desplazamientos horizontales

En la Figura 8 se observa el mapa de daño obtenido con el presente modelo, para el caso de una carga de pre-compresión de 210 kN en una secuencia de desplazamientos horizontales de 0.5, 1, 1.5, 2 y 2.5 mm respectivamente.

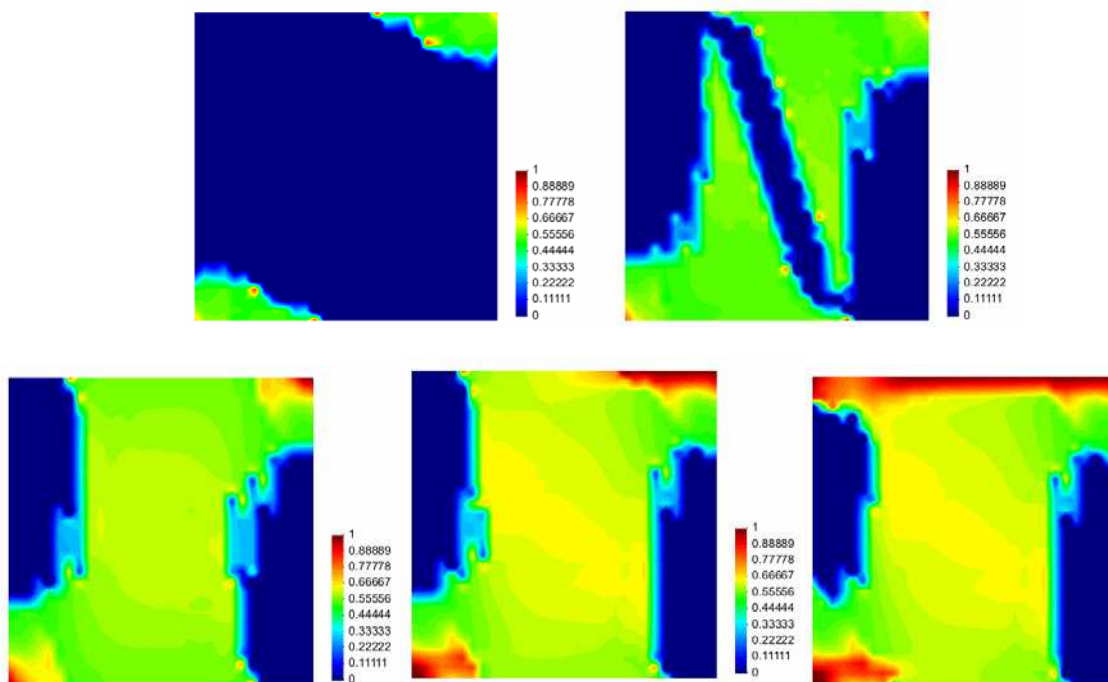


Figura 9. Distribución del daño para una carga de pre-compresión de 210 kN y diferentes niveles de desplazamientos horizontales

Finalmente, en las Figuras 10.a y 10.b se comparan las curvas fuerza - desplazamiento horizontal obtenidas con el modelo de homogeneización y daño propuesto, con las obtenidas de manera experimental por [Raijmakers & Vermeltoort \(1992\)](#) y aquella obtenida mediante una simulación numérica por [Zucchini & Lourenço \(2009\)](#).

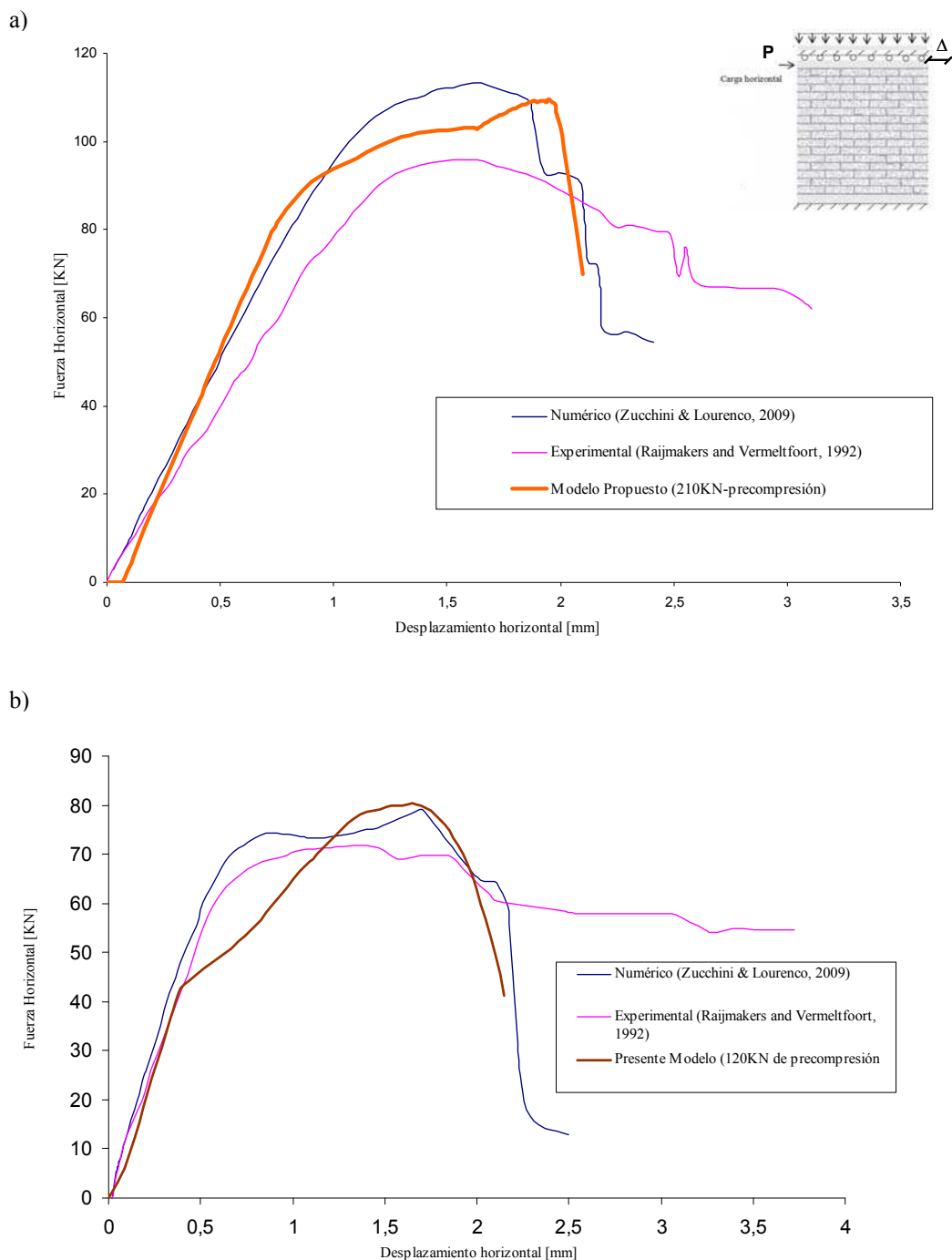


Figura 4.32. Curva Fuerza-desplazamiento horizontal de panel con carga de pre-compresión de: **a)** 210 kN y **b)** 120 kN

4 CONCLUSIONES

En el presente trabajo se propone una metodología que acopla una técnica de homogeneización con un modelo de daño diferenciado, apropiada para el análisis de muros de mampostería sometidos a diversas tipologías de cargas. La formulación desarrollada es apropiada para el análisis no lineal de mampostería constituida por ladrillos y mortero ubicado en juntas horizontales y verticales, conformando una estructura periódica.

A partir del análisis de los modos de deformación de una celda unidad en tres dimensiones (volumen elemental representativo), se obtienen las ecuaciones a nivel de la macro-escala, las cuales contienen la información de los diferentes mecanismos cinemáticos de deformación en las coordenadas espaciales (x,y,z) , así como la geometría y el comportamiento constitutivo de los componentes de la celda unidad.

A nivel de los componentes, en este trabajo se ha considerado para los ladrillos una ley de comportamiento elástico lineal, mientras que para el mortero se utiliza un modelo de degradación elástica diferenciada (Quinteros et al, 2012), que permite degradar de manera selectiva los módulos de rigidez volumétrico y desviador a través de dos variables internas y de sus respectivas ecuaciones de evolución, asociadas a cada fenómeno particular, resultando apropiado para representar el proceso de fractura en cualquier tipo de material friccional.

Es notorio en las simulaciones numéricas realizadas, la incidencia que tienen en el comportamiento las condiciones de contorno de los paneles, fundamentalmente en aquellos casos de cargas en el plano de la mampostería, ya que la respuesta es totalmente distinta si la cara superior se encuentra libre o restringida al giro, porque ello marcará su tipología de falla. El recurso empleado en las campañas experimentales para lograr este efecto, es la colocación de una viga rígida en la parte superior del panel lo que, a su vez, permite la aplicación de una compresión inicial. La combinación de las condiciones de borde y esfuerzos de pre-compresión dominan la falla. Ante un comportamiento de flexión puede ocurrir una fractura en la base debido a las tensiones de tracción generando una rotación sobre la esquina superior opuesta, o bien pueden producirse fisuras tempranas provocadas por esfuerzos de tracción que reduzcan la sección efectiva del panel, lo que deriva en una concentración de tensiones de compresión en la base del panel ocasionando su falla. La falla puede producirse también asociada a los esfuerzos de corte, donde la fisuración se propaga, ya sea siguiendo la dirección de las juntas, o traspasando la sección del ladrillo. Un mecanismo de falla por flexión predominante es característico de paneles sometidos a menores valores de pre-compresión.

5 AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se realizó con el apoyo de la Universidad Nacional de Salta, a través del Proyecto CIUNSa N°1903 y de la Secretaría de Políticas Universitarias mediante la financiación del Proyecto Redes V.

REFERENCIAS

- Addessi D., Sacco E. (2012). A multi-scale enriched model for the analysis of masonry panels. *International Journal of Solids and Structures*, 49:865-880.
- Akhavissy A.H. , Milani G. (2013) . Pushover analysis of large scale unreinforced masonry structures by means of a fully 2D non-linear model *Construction and Building Materials* 41: 276–295
- Anthoine A. (1995). Derivation of the in-plane elastic characteristics of masonry through

- homogenization theory. *International Journal of Solids and Structures*, 32(2):137-163.
- Belmouden Y., Lestuzzi P. (2009). An equivalent frame model for seismic analysis of masonry and reinforced concrete buildings. *Construction and Building Materials*, 23(1):40-53.
- Betten J. (1981). Creep Theory of Anisotropic Solids. *Journal of Rheology*, 25(6):565-581.
- Chen S.Y., Moon F.L., Yi T. (2008). A macroelement for the nonlinear analysis of in-plane unreinforced masonry piers. *Engineering Structures*, 30:2242-2252.
- Chen W.F. (1982). *Plasticity in reinforced concrete*. Mc Graw Hill.
- Grande E., Imbimbo M., Sacco E. (2011). A beam finite element for nonlinear analysis of masonry elements with or without fiber-reinforced plastic (FRP) reinforcements. *International Journal of Architectural Heritage*, 5(5-6):693-716.
- Kachanov L.M. (1986). *Introduction to Continuum Damage Mechanics*. Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, The Netherlands.
- López J., Oller S., Oñate E., Lubliner J. (1999). A homogeneous constitutive model for masonry. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 46:1651-1671.
- Lotfi H.R., Shing P.B. (1994). Interface model applied to fracture of masonry structures, *J. Struct. Eng.*, 120(1):63-80.
- Lourenço P.B. (1997). An anisotropic macro-model for masonry plates and shells: Implementation and validation. Report N° 03.21.1.3.07, Delft University of Technology. Delft, The Netherlands. University of Minho. Guimarães, Portugal.
- Lourenço P.B., Rots J.G., Blaauwendraad J.. (1998). Continuum model for masonry: Parameter estimation and validation. *J. Struct. Eng. ASCE*, 124(6):642-652.
- Lourenço P.B., Rots J.G.. (1997). A multi-surface interface model for the analysis of masonry structures. *J. Eng. Mech. ASCE*, 123(7):660-668.
- Luccioni B. (1993). *Formulación de un Modelo Constitutivo para el Tratamiento de Materiales Ortótropos*. Tesis Doctoral. Universidad Nacional de Tucumán. Dirigida por S. Oller y R Danesi. Tucumán, Argentina.
- Maier G., Papa E., Nappi A. (1991). On damage and failure of unit masonry. *Experimental and Numerical Methods in Earthquake Engineering*, Balkema, Brussels and Luxembourg, 223-245.
- Milani G., Lourenço P.B., Tralli. A. (2007). 3D homogenized limit analysis of masonry buildings under horizontal loads. *Eng. Struct.*, 29:3134-3148.
- Oller S. (1988). *Un Modelo de Daño Continuo para Materiales Friccionales*. Ph.D. Tesis. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Barcelona, España.
- Oller S. (1991). *Modelización numérica de materiales friccionales*. Monografía N° 3, Ed. CIMNE. Barcelona, España.
- Oller S., Oliver J., Lubliner J., Oñate E. (1988). *Un Modelo Constitutivo de Daño Plástico para Materiales Friccionales*. Parte I: Variables Fundamentales, Funciones de Fluencia y Potencial. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 4:397-431.
- Pande G.N., Liang J.X., Middleton J. (1989). Equivalent elastic moduli for unit masonry. *Comp. Geotech*, 8:243-265.
- Pelà L., Cervera M., Oller S., Chiumenti M. (2014). A localized mapped damage model for orthotropic materials *Engineering Fracture Mechanics* 124–125: 196–216
- Penelis G.G., Kappos A.J. (1997). *Earthquake-resistant concrete structures*. London: E&FN Spon.
- PLCD Manual. Non-linear thermomechanic finite element code oriented to PhD student education, code developer at CIMNE, 1991 – to present.

- Quinteros R., Oller S., Nallim L. (2012a). Modelo de Degradación Diferenciada para Materiales Compuestos. *Mecánica Computacional Vol XXXI*, 1591-1606. X Congreso Argentino de Mecánica Computacional (MECOM 2012)
- Quinteros R., Oller S., Nallim L. (2012b). Nonlinear homogenization techniques to solve masonry structures problems. *Composite Structures*, 94:724-730.
- Raijmakers, T.M.J., Vermeltoort, A.Th. (1992). Deformation Controlled Tests in Masonry Shear Walls. Report B-92-1156, TNO-Bouw, Delft, The Netherlands.
- Roca P., Molins C., Mari A.R. (2005). Strength capacity of masonry wall structures by the equivalent frame method. *Journal of Structural Engineering ASCE*, 131(10):1601-1610.
- Sacco E. (2009). A nonlinear homogenization procedure for periodic masonry. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 28(2):209-222.
- Vermeltoort, A.Th., Raijmakers, T.M.J. (1993). Deformation Controlled Tests in Masonry Shear Walls. Part 2. Report TUE/BKO/93.08. Eindhoven University of Technology, Eindhoven, The Netherlands.
- Xu C., Xiangli C., Bin L. (2012). Modelling of influence of heterogeneity on mechanical performance of unreinforced masonry shear walls. *Construction and Building Materials*, 26:90-95.
- Zucchini A., Lourenço P.B. (2007). Mechanics of masonry in compression: Results from a homogenization approach. *Comp. Struct.*, 85:193-204.
- Zucchini A., Lourenço P.B. (2009). A micro-mechanical homogenization model for masonry: Application to shear wall. *Int. J. Solids Struct.*, 46:871-886.