

## MODELADO DEL DESPEGADO DE UNA VIGA EN DOBLE VOLADIZO UTILIZANDO UNA LEY COHESIVA

**Claudia A. Morel, Héctor D. Cóceres, Ricardo J. Barrios D'Ambra**

*Departamento de Mecánica Aplicada, Universidad Nacional del Nordeste, Av. Las Heras 727,  
Resistencia (3500), Chaco, Argentina, [cmorel@ing.unne.edu.ar](mailto:cmorel@ing.unne.edu.ar), <http://ing.edu.ar/mecap/index.html>*

**Palabras clave:** Mecánica de fractura, Método de los elementos discretos, Ley cohesiva.

**Resumen.** El ensayo de viga en doble voladizo (en inglés Double Cantilever Beam, DCB) es frecuentemente utilizado para investigar y/o determinar la resistencia al despegado de juntas adhesivas. La zona de proceso de falla puede modelarse a través del uso de leyes cohesivas.

En este trabajo se utiliza el Método de los Elementos Discretos para efectuar una simulación numérica en tres dimensiones de un ensayo en el que se puede observar el proceso de despegado de una viga en doble voladizo. El modelo incorpora una interface especial basado en leyes cohesivas.

Se incluyen las ecuaciones constitutivas del modelo de ley cohesiva acoplada utilizada. Una relación constitutiva acoplada supone que tanto las tensiones normales como las tangenciales dependen de las deformaciones normales y tangenciales.

Para el caso de una viga simétrica, con dos partes idénticas, la capa adhesiva se deforma en puro modo I. Sin embargo, el modo combinado de tensiones normales y tangenciales se puede implementar introduciendo algún desequilibrio en el modelo, por ejemplo, usando diferentes materiales y/o diferentes espesores.

Se muestran los resultados de las curvas de fuerza y desplazamiento de las simulaciones para los modelos adoptados, así como la influencia en los esfuerzos tangencial y normal de la variación de la combinación modal.

## 1 INTRODUCCIÓN

El proceso de despegado entre dos materiales unidos por un adherente puede ser estudiado utilizando leyes cohesivas. Las leyes cohesivas pertenecen a un grupo de modelos, llamados fenomenológicos, que no dependen de un mecanismo de falla específico. Emplean un modelo material, el cual es representado por una ley de tracción-separación que describe la pérdida de capacidad de carga del material en función de la separación, independientemente de los detalles físicos del daño que ocurra realmente en el material. La relación entre las tensiones y las deformaciones puede adoptar diversas funciones matemáticas.

Unas de leyes más frecuentemente utilizada es la desarrollada por [Tvergaard y Hutchinson \(1992\)](#). Este modelo utiliza un parámetro adimensional  $\lambda = [(\Delta n/\Delta n_c)^2 + (\Delta t/\Delta t_c)^2]^{1/2}$ , para acoplar los modos normal y tangencial. Donde  $\Delta n$  y  $\Delta t$ , son la separación normal y tangencial respectivamente. La tracción incrementa con  $\lambda$  hasta una meseta y luego decrece linealmente hasta la fractura, ver Figura 1. Una desventaja de este modelo es que la energía de fractura es la misma en todos los modos. Usualmente se complementa con modelos constitutivos para el continuo circundante ([Salomonsson y Anderson, 2008](#); [Tvergaard y Hutchinson, 1996](#); [Pardoen et al. 2005](#)).

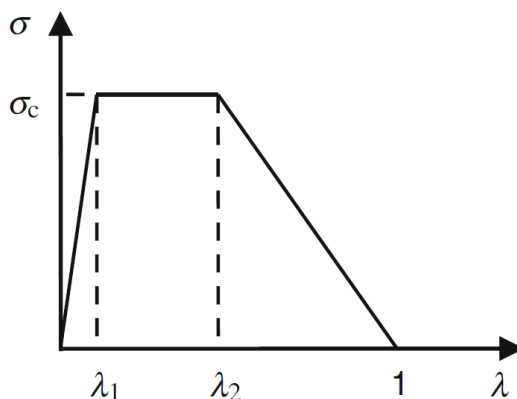


Figura 1: Ley cohesiva acoplada de Tvergaard y Hutchinson ([Högberg, 2006](#))

[Högberg \(2006\)](#) propone en su trabajo una modificación al modelo de Tvergaard y Hutchinson para poder capturar las diferencias en la energía de fractura y resistencia para diferentes combinaciones modales.

Experimentalmente, [Sørensen et al. \(2003, 2004, 2006\)](#) utilizan un ensayo de una viga doble en voladizo (DCB, por sus siglas en inglés, double cantilever beam) cargada con momentos diferenciados para cada viga para investigar las juntas adhesivas bajo cargas combinadas. La zona del proceso de falla se considera que se encuentra sometida a un proceso denominado large scale bridging (LSB). Se utiliza una relación constitutiva que supone que tanto las tensiones normales como las tangenciales dependen de las deformaciones normal y tangencial de la capa adhesiva. La conclusión es que el comportamiento en fractura de una capa adhesiva es dependiente de la combinación modal.

El propósito del presente trabajo es utilizar una ley cohesiva para simular el comportamiento de una capa adhesiva sometida a cargas en modo combinado, que sea capaz de capturar las diferencias de resistencia bajo diferentes modos de carga. El modelo usa una formulación acoplada para describir el proceso, y se pretende que la ley cohesiva pueda ser aplicable en muchas otras áreas de la Mecánica de Fractura.

## 2 LEY COHESIVA

Para evaluar el comportamiento de las capas adhesivas, se utilizan diversos ensayos. Anderson y Stigh, (2004), utilizaron experimentos en modo I (normal), que consisten en un espécimen de DCB, en la cual dos adherentes de acero se unen con una capa fina de adhesivo DOW Betamate XW1044-3. Los ensayos en modo II (corte), se llevan a cabo de forma similar con un ensayo denominado end-notch flexure specimen (ENF) (Leffler, Anderson y Stigh, 2007). La relación constitutiva de la capa adhesiva se evalúa luego utilizando un método basado en la integral J.

La representación gráfica del comportamiento constitutivo posee dos fases: un incremento de la tensión hasta un valor máximo y luego un descenso hasta cero. La primera parte describe el comportamiento elástico del adhesivo. Al llegar al valor máximo se produce la degradación del material. Este valor pico, o resistencia, se utiliza como criterio de diseño estructural. La tasa de liberación de energía (TLE) se define como el área debajo de la curva tensión deformación. La energía de fractura se usa frecuentemente como un criterio de diseño relacionado con la falla.

El parámetro de daño  $\lambda$ , es el descrito por Tvergaard (1992). Las deformaciones en modo I y modo II son acopladas a través de esta ecuación:

$$\lambda = \sqrt{\delta n^2 + \delta t^2} \quad (1)$$

donde

$$\delta n = \frac{\Delta n}{\Delta n_c}, \quad \delta t = \frac{\Delta t}{\Delta t_c} \quad (2)$$

Siendo  $\Delta n$  la deformación normal y  $\Delta n_c$  la separación crítica normal. A su vez  $\Delta t$  es la separación tangencial y  $\Delta t_c$  la separación crítica normal. Las tracciones también son normalizadas con la resistencia en sus respectivos modos:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma_c}, \quad \bar{\tau} = \frac{\tau}{\tau_c} \quad (4)$$

De esta manera todas las deformaciones y tensiones adimensionales varían en el rango de [0,1].

El comportamiento plástico de la capa adhesiva comienza cuando  $\lambda = \lambda_p$ , el cual está dado por:

$$\lambda_p^2 = \frac{\bar{\delta n}_p^2 \bar{\delta t}_p^2}{\bar{\delta n}_p^2 \cdot \text{sen}^2 \theta + \bar{\delta t}_p^2 \cdot \text{cos}^2 \theta} \quad (5)$$

Donde  $\bar{\delta t}_p = \Delta t_p / \Delta t_c$  y  $\bar{\delta n}_p = \Delta n_p / \Delta n_c$  son las separaciones normalizadas plásticas en modo I y modo II. Las gráficas teóricas de la ley cohesiva, para la tracción normal en modo puro I y para la tracción tangencial en modo puro II en función de la separación normal y tangencial se muestran en la Fig. 2. Una curva sólida y otra de puntos corresponden a una falla cohesiva por corte friccional ( $\mu > 0$ ) y para un contacto no friccional ( $\mu = 0$ ) respectivamente.

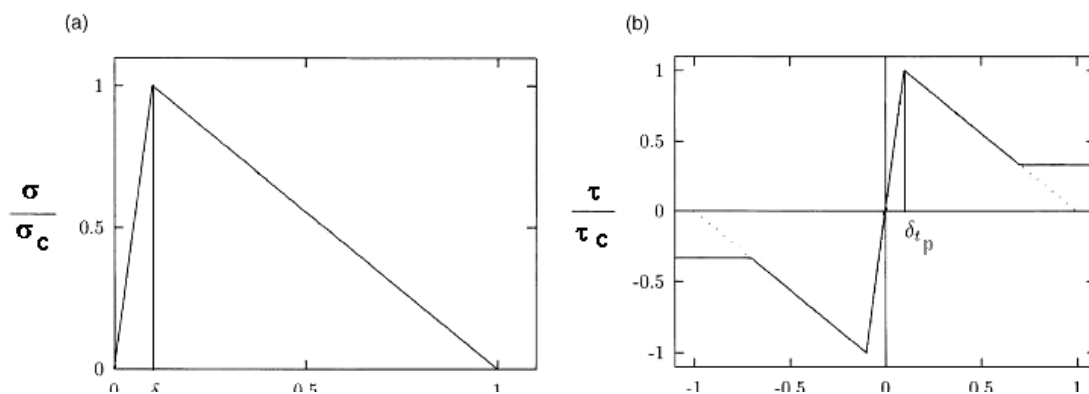


Figura 2: Ley cohesiva teórica. a) Tracción normal b) Tracción tangencial

La modalidad combinada (i.e.: grado de combinación de tracciones normales y tangenciales),  $\theta$ , es definida por la razón de las deformaciones adimensionales normal y tangencial dadas por la ecuación:

$$\tan \theta = \frac{\delta n^2}{\delta t^2} \quad (6)$$

El modo puro normal es equivalente a  $\theta = \pi/2$ , y modo puro II (corte) es  $\theta = 0$ .

Un sumario completo de las ecuaciones puede verse en el trabajo de [Högberg \(2006\)](#).

Para tener en cuenta el deslizamiento friccional, se acopla al modelo propuesto, la siguiente condición: cuando el valor de  $\bar{\tau} < \mu \cdot \sigma$  entonces,  $\bar{\tau}$  deja de actuar y da a lugar a las fuerzas de fricción, cuyo valor viene dado por  $\mu \cdot \sigma$ , donde recordamos  $\mu$  es el coeficiente de fricción y  $\sigma$ , es el valor del esfuerzo normal. Este comportamiento obedece al modelo friccional de Coulomb.

En cuanto a la aplicación numérica, la técnica utilizada para modelar la capa adhesiva es considerar esta capa como una *interface*, entre dos cuerpos unidos. En este caso la ley cohesiva considera solo la energía de fractura intrínseca debido a la separación. De esta forma el efecto debido al espesor de la capa es ignorado.

## 2.1 Modelo utilizado

Se utilizó el MED ([Kosteski, Barrios D'Ambra, Iturrioz, 2012](#)) para modelar el ensayo de viga doble en voladizo (DCB) para medir la resistencia a la adhesión. Las dimensiones utilizadas son aproximadas a las dadas por la normativa [ASTM D3807](#), que establece el método de ensayo para la determinación de la resistencia al despegado de adhesivos. Un esquema puede verse en la Fig. 3, junto con sus dimensiones. La fuerza P aplicada en los extremos de las vigas se encuentra a una distancia de 2,54 cm desde el borde. El desplazamiento  $\Delta$ , es la distancia de separación entre las vigas, a la misma distancia de aplicación de la carga P.

La viga doble en voladizo (DCB) simétrica es muy utilizada en diversos ensayos (ej. [ASTM D3807](#)). Consiste en dos vigas idénticas unidas por un adhesivo. Para esta configuración, la capa adhesiva se deforma en modo puro I (normal). Se puede lograr una combinación de modos (tangencial y normal) introduciendo un desequilibrio en el modelo, por ejemplo, permitiendo que sean de materiales diferentes o dándoles diferentes espesores. Una DCB asimétrica, tiene vigas del mismo material pero con espesores diferentes.

En estas simulaciones numéricas, en la DCB se ha mantenido constante el espesor de la

viga superior,  $T_1 = 5$  mm. El espesor de la viga inferior,  $T_2$ , varía de 5mm a 15mm para lograr diferentes combinaciones de modo. Cuando ambas vigas son iguales en espesor, se deforma en modo normal I puro.

Las simulaciones se efectúan sobre tres modelos numéricos, usando desplazamientos prescritos en los puntos de carga. Para el modelo A, se adoptaron dos vigas de igual espesor. Para el modelo B, la viga inferior posee el doble del espesor que la viga superior. Para el modelo C el espesor de la viga inferior es el triple de la viga superior.

El mallado para los tres modelos, junto a la deformada en un instante del proceso de simulación, se expone en la Fig. 4. Dicha gráfica se ha efectuado utilizando el software ANSYS como post-procesador.

El material componente de las vigas para la simulación es Polímero Reforzado con Fibra de Vidrio (GFRP, de sus siglas en inglés Glass Fiber Reinforced Ploymer) tiene las siguientes propiedades: Modulo de Elasticidad:  $2.0 \text{ E9 N/m}^2$ , Densidad:  $1400 \text{ Kg/m}^3$ . Las características del adhesivo adoptado, corresponden al material epoxi DOW Betamate XW1044-3.

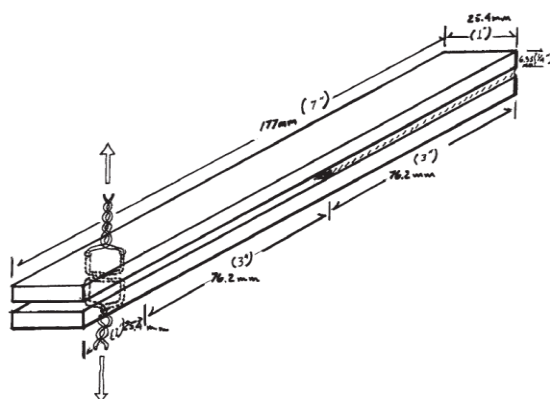


Figura 3: Esquema del modelo ensayado (ASTM D3807).

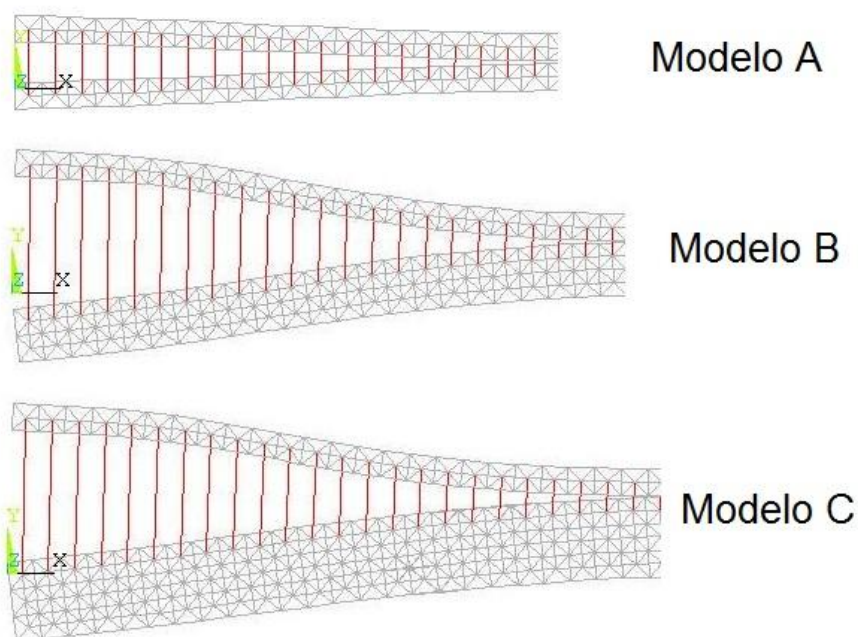


Figura 4: Mallado y deformada de las DCB para los tres modelos.

### 3 RESULTADOS

#### 3.1 Resultados

La curva carga deformación para los tres modelos (A, B y C), se muestra en la Fig. 5. En ella se observa el resultado obtenido para un ensayo de escisión (cleavage) según los lineamientos de la norma [ASTM D3807](#) utilizando el MED. En ordenadas se encuentra el valor de la carga aplicada (en Newton) y en abscisas, la separación en el extremo de las vigas (en mm). Puede observarse el incremento de la fuerza aplicada, a medida que se incrementa el espesor de la viga inferior. Estas mediciones pueden ser usadas para predecir la capacidad de carga de un material y la resistencia de paneles unidos con adhesivos que posean una fisura central.

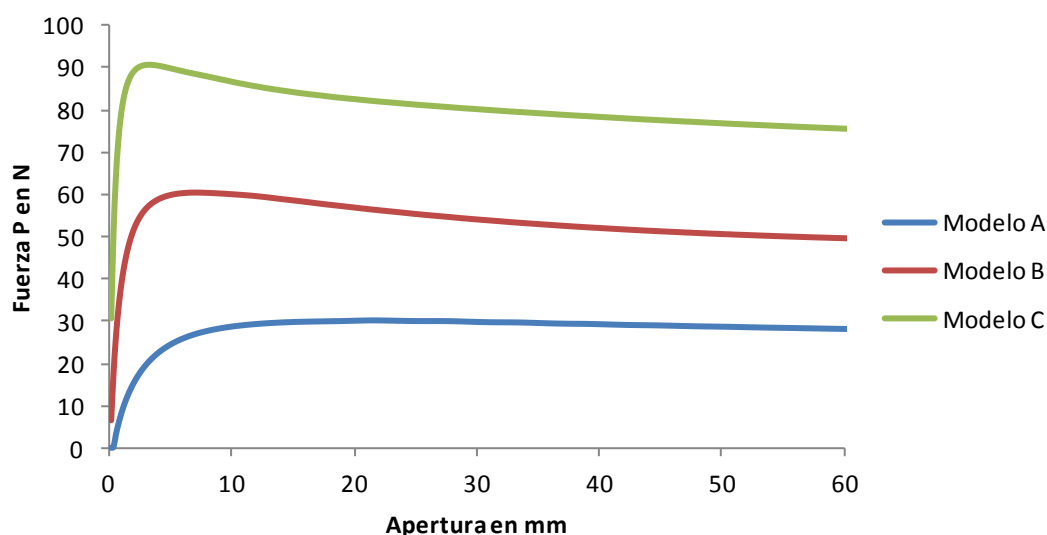


Figura 5: Curva carga-separación para modelos A, B y C.

En las Figs. 6 y 7 se muestra la variación de las leyes cohesivas para modo puro I y modo puro II, para las diferentes combinaciones modales.

En la Fig. 6, se puede ver como el esfuerzo normal disminuye su influencia a medida que se incrementa la combinación modal. La curva que pertenece al modelo A, corresponde a un Modo puro I.

De la misma forma, en la Fig. 7, se observa como el esfuerzo tangencial aumenta su participación a medida que se incrementa la combinación de modos.

En el gráfico se puede observar que en el modelo C, el valor crítico de la carga es superior al que corresponde al modelo B, y además la separación máxima para el modelo C es inferior a la del modelo B, estableciendo la importancia que adquiere el esfuerzo tangencial a medida que aumenta la combinación de los modos. Los valores del esfuerzo tangencial para el modelo A, están muy cercanos a cero, lo que indica que para el mismo, el proceso de despegado corresponde a modo puro I.

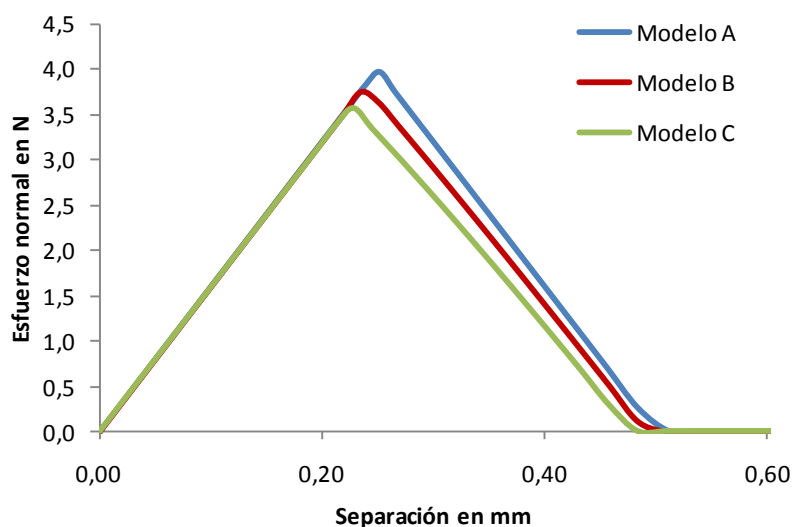


Figura 6: Variación de la ley cohesiva, tensión normal, para las diferentes combinaciones modales.

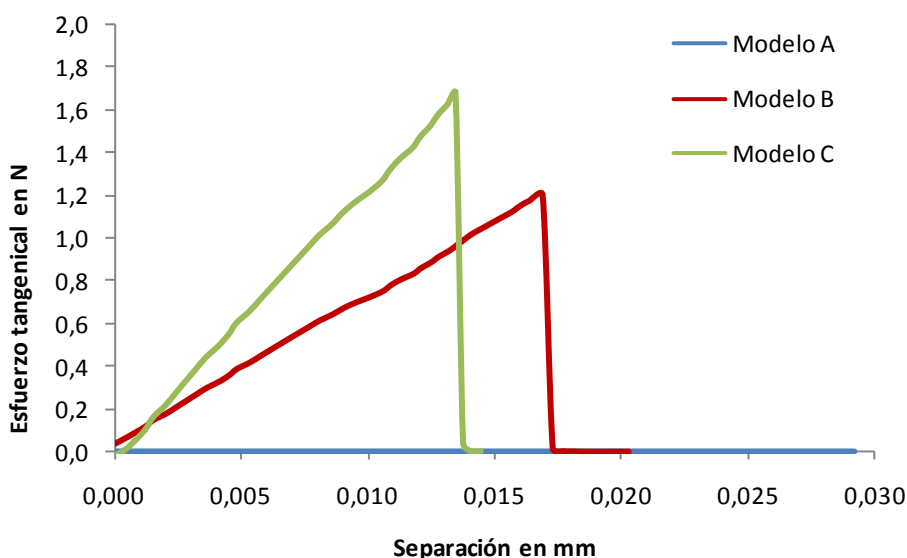


Figura 7: Variación de la ley cohesiva, tensión tangencial, para las diferentes combinaciones modales.

#### 4 CONCLUSIONES

En el presente trabajo se muestran los resultados de la simulación numérica del ensayo de despegado de una viga en doble voladizo (DCB), con el objeto de estudiar la resistencia al despegado de juntas adhesivas.

La zona del proceso de falla fue modelada utilizando una ley cohesiva acoplada multilínea que incorpora un modelo de fricción de Coulomb. Esta ley cohesiva describe la relación constitutiva tracción-separación, y permite el uso de distintos parámetros de fractura, como la energía de fractura, la resistencia y la separación crítica en diferentes modos de carga, por lo que es adecuada para representar el proceso de despegado tanto en modo I, como en modo II, y también en modo combinado.

Se presentan resultados de ensayos implementados en un modelo tridimensional de una viga en doble voladizo de GFRP, que cumple con las prescripciones de la norma [ASTM D3807](#), aplicando el Método de los Elementos Discretos (MED). Se utilizaron tres modelos

diferentes de vigas en doble voladizo (DCB), en las que se realizó una variación de sus propiedades geométricas, con el objeto de representar la combinación de modos de carga.

Los resultados de la simulación realizada muestran que la variación de la fuerza externa aplicada, así como apertura del extremo de la viga en doble voladizo, para distintos grados de combinación de los modos, puede ser recreada apropiadamente aplicando la ley cohesiva formulada, y muestran la flexibilidad del Método de los Elementos Discretos para simular tanto la ley cohesiva como la combinación de modos de carga, con suficiente precisión y bajo esfuerzo computacional, presentándose como adecuada alternativa frente a otros métodos numéricos.

## 5 AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo es parte de un proyecto del Departamento de Mecánica Aplicada de la Facultad de Ingeniería de la UNNE, aprobado por la Secretaría General de Ciencia y Técnica bajo la denominación PI 12D007 (<http://ing.unne.edu.ar/mecap/index.html>).

## REFERENCIAS

- Andersson, T and Stigh, U. The stress-elongation relation for an adhesive layer loaded in peel using equilibrium of energetic forces. *Int J Solid Struct* 41:413–434. (2004)
- ASTM D 3807. Standard Test Method for Strength Properties of Adhesives in Cleavage Peel by Tension Loading (Engineering Plastics-to-Engineering Plastics).
- Barenblatt GI The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Adv Appl Mech* 7:55–129. (1962)
- Bechel V.T., Sottos N.R. Application of debond length measurements to examine the mechanics of fiber push out. *J. Mech. Phys. Solids* Vol. 46 N°9 pp1675-1697.1998
- Chaboche J.L., Feyel F., Monerie Y., Interface debonding models: a viscous regularization with a limited rate dependency. *Int. J. Solids and Struct.* 38 (2001) 3127-3160. 2001.
- Geubelle P.H., Baylor J., Impact-induced delamination of laminated composites: a 2D simulation. *Composites B* 29, 589-602. 1998.
- Hayashi, Y. “Sobre um modelo de discretização de estruturas tridimensionais aplicado em dinâmica não linear”. Porto Alegre. *Dissertação (Mestrado), Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil*, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1982.
- Högberg J. L., Mixed mode cohesive law. *Int. J. Fract.* 141:549-559. 2006.
- Kosteski L., Barrios D'Ambra R., Iturrioz I. Crack propagation in elastic solids using the truss-like discrete element method. *International Journal of Fracture*. Volume 174, Issue 2, pp 139-161, 2012.
- Leffler, K., Alfredsson, K. S., Stigh, U. Shear behavior of adhesive layers. *Int. J Solid Struct* 44:530-545. (2007)
- Lin G., Geubelle P. H. , Sottos N. R. Simulation of fiber debonding with friction in a model composite pushout test. *Int. J. Solids and Struct.* Vol. 38, pp. 8547-8562 (2001)
- Needleman A. A continuum model for void nucleation by inclusion debonding. *J Appl Mech*;54:25–531. (1987).
- Pardoan, T., Ferracin, T., Landis, C. M., Delanny, F. Constraint effects in adhesive joint fracture. *J. Mech. Phys. Solid* Vol. 53, pp. 1951-1983. (2005)
- Riera, J.D. and Iturrioz, I.: "Discrete element dynamic response of elastoplastic shells subjected to impulsive loading", *Communications in Num. Meth. in Eng.*, Vol.11, 417-426.(1995)
- Salomonsson, K. Interphase elements connection structural finite elements formulation,



- implementation and verification. *Master thesis. Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden.* (Available at [www.his.se/MechMat](http://www.his.se/MechMat)) (2002)
- Salomonsson, K., Andersson, T. Modeling and calibration of an adhesive layer at the meso level. *Mech. Mat.* Vol. 40, n. 1, pp. 48-65. (2008)
- Scheider, I. Simulation of cup-cone fracture in round bars using the cohesive zone model. In: Bathe, K-J, editor. *Computational fluid and solid mechanics (First MIT Conference)*, vol. 1. Elsevier; pp. 460-2. 2001.
- Smith G. Bond Characteristics and Qualifications of Adhesives for Marine Applications and Steel Pipe Repair. *Master thesis. North Carolina State University, Raleigh, USA.*
- Sørensen B.F., Jacobsen T.K Determination of cohesive laws by the J integral approach. *Eng Fract Mech* 70:1841-1858. (2003)
- Sørensen, B.F.; Jørgensen, K.; Jacobsen, T.K.; Østergaard, R C. A general mixed mode fracture mechanics test specimen: the DCB-specimen loaded with uneven bending moments. Riso-R-1394 (EN). Riso National Laboratory, Roskilde, Denmark. (2004).
- Sørensen, B.F.; Jørgensen, K.; Jacobsen, T.K.; Østergaard, R. C. DCB-specimen loaded with uneven bending moments. *Int. J. of Fracture*, Vol. 141, pp. 163-176. (2006)
- Tvergaard V., Hutchinson J.W. The relation between crack growth resistance and fracture process parameters in elastic-plastic solids. *J Mech Phys Solids*; 40:1377-97. (1992)
- Tvergaard V., Hutchinson J.W. On the toughness of ductile adhesive joints. *J Mech Phys Solids*; 44 (5):789-800. (1996)