

## COMPARACION BI Y TRIDIMENSIONAL DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR EN CAVIDADES CON UNA SUPERFICIE CORRUGADA

Ester S. Esteban<sup>a</sup>, Ana M. Aramayo<sup>b</sup>, Luis Cardón<sup>a</sup>

<sup>a</sup>INENCO–Instituto de Energía No Convencional, Universidad Nacional de Salta, Facultad de Ciencias Exactas. Av. Bolivia 5150-4400, [estebans@unsa.edu.ar](mailto:estebans@unsa.edu.ar)

<sup>b</sup>Departamento de Matemática. Facultad de Ciencias Exactas. UNSa, Av. Bolivia 5150 – 4400, Tel: 0387-4255424 - fax 0387 – 4255888, [aaramayo@unsa.edu.ar](mailto:aaramayo@unsa.edu.ar)

**Palabras Clave:** convección natural, geometría de la cavidad, número de Nusselt y número de Rayleigh.

**Resumen:** En trabajos previos se estudiaron numéricamente la transferencia de calor en régimen de convección natural en una cavidad tridimensional de sección transversal trapezoidal y base cuadrada. Los tipos de superficie superior considerada fueron: lisa, ondulada y diente de sierra, con diferentes ángulos de inclinación, amplitudes y números de ondas.

En este trabajo se compara los resultados tridimensionales (3D) anteriores con los correspondientes a una geometría bidimensional (2D). Se ha calculado el gradiente de temperatura en la superficie superior a fin de determinar si existe una dirección preferencial del flujo de calor.

De acuerdo a trabajos bidimensionales existentes en la bibliografía, a medida que aumenta el número de Rayleigh ( $Ra$ ) el flujo dentro de la cavidad va perdiendo el comportamiento simétrico observado a bajos  $Ra$ , cuando la forma de la superficie superior no es simétrica respecto a su línea media. En este trabajo, se analiza el comportamiento del flujo para superficies con simetría axial respecto a su línea media.

Además se estudia, para cavidades 2D y 3D, la factibilidad de correlacionar el número de Nusselt con:  $Ra$ , ángulo de inclinación y número de onda de la superficie superior.

## 1. INTRODUCCION

En el trabajo de Hammami et al. (2007) se presenta un estudio numérico de transferencia de calor y masa por convección natural en una cavidad tridimensional, con corte transversal trapezoidal. Los autores evalúan el comportamiento térmico e hidrodinámico del sistema. La cavidad estudiada consiste de cuatro paredes aisladas térmicamente; con base horizontal a temperatura constante y una pared superior, a temperatura menor que la base, que se inclina un ángulo  $\alpha$  respecto a la horizontal. Sus resultados muestran que la configuración del flujo obtenida depende fuertemente del ángulo de inclinación de la pared superior fría. Con el aumento del ángulo de inclinación se obtiene un flujo comparable al obtenido para un recinto triangular. Los autores obtienen correlaciones del número de Nusselt global, en la pared inferior, con el número de Rayleigh ( $Ra_H$ ), ángulo de inclinación y razón de aspecto ( $L/H$ ).

En el trabajo presentado por Hasan, et al (2012) se estudia la convección natural laminar de un flujo bidimensional estacionaria en un recinto rectangular con superficie superior corrugada sinusoidalmente. Varían el número de onda y la razón de aspecto del recinto, considerando amplitud de onda constante. Impone un flujo de calor constante en la superficie superior, en tanto que las superficies laterales e inferior se mantienen aisladas, el fluido en el interior es aire. El número de Rayleigh varía entre  $10^3$  y  $10^6$ . Se ha encontrado que la convección se ve muy influenciada por la geometría del recinto, tanto por la frecuencia de corrugación, como por la razón de aspecto.

En un trabajo posterior Hasan, et al (2012) estudian numéricamente la convección natural en el interior de un recinto cuadrado diferencialmente calentado. El recinto tiene dos paredes activas corrugadas sinusoidalmente, con distintos números de onda y amplitudes. Consideran valores de Rayleigh,  $Ra$ , entre  $10^5$  a  $10^8$ , el fluido en el interior del recinto es aire. Muestran que el fenómeno transitorio está fuertemente influenciado por la variación del número de  $Ra$ , la frecuencia y amplitud de la onda. Varían la amplitud de onda entre 0.1 y 0.6 y el número de onda entre 1 y 5. De los resultados obtenidos muestran que la convección en el interior del recinto cuadrado se ve influenciado por la variación de geometría de las paredes corrugadas. Por un lado, al incrementar el número de  $Ra$  se requiere más tiempo para alcanzar el estado estacionario. Manteniendo todos los otros parámetros constante, el aumento de la amplitud de la corrugación permite alcanzar más rápidamente el estado estacionario. Un efecto similar se produce al aumentar el número de onda. El incremento de  $Ra$ , produce un incremento de la transferencia de calor; en cambio, un incremento del número de onda y de la amplitud, una disminución de la transferencia de calor.

Aunque la definición del número de Nusselt, en convección natural basada en la distancia de las paredes activas, es utilizada en cavidades bidimensionales formadas por dos paredes verticales activas y las restantes aisladas, el trabajo de Bairi (2008) propone una modificación a la misma cuando se trate de cavidades con área paralelogramáticas. Este número de Nusselt adaptado mantiene su sentido físico y tiene en cuenta la geometría de la cavidad considerada.

El trabajo de Bairi (2013) propone una correlación del número de Nusselt con el número de Rayleigh y Fourier (tiempo adimensional), que permiten la determinación de la transferencia de calor en recintos paralelogramáticos 2D en régimen de convección natural transitoria, para fluido aire. Este trabajo utiliza la definición dada en Bairi (2008), el intervalo de  $Ra$  considerado va de  $10^5$  a  $10^9$ , ampliando el anterior y validado por resultados experimentales. Destaca que el campo de aplicación de esta correlación es bastante amplia: aeronáutica, edificios y energía solar.

En el trabajo presentado por Aramayo, et al (2013) se ha realizado un estudio de la transferencia de calor en cavidades tridimensionales con diferentes geometrías para la superficie superior. Los resultados obtenidos, mostraron que si se pretende aumentar la

transferencia de calor es necesario modificar la geometría del techo respecto de un techo liso. Los valores de transferencia de calor, para todos los casos simulados, se obtuvieron a través de la expresión clásica de número de Nusselt, la cual no tiene en cuenta la característica tridimensional de la cavidad ni la geometría del techo.

Siguiendo la metodología de los autores Bairi (2008), en este trabajo se analiza el número de Nusselt en función del número de Rayleigh y de la geometría del recinto, se plantea una correlación múltiple que tenga en cuenta la tridimensionalidad del recinto, a través de una relación de áreas, entre las superficies superior e inferior. Para el caso bidimensional se realizan simulaciones a fin de poder compararlas, si es posible, con los perfiles encontrados para el caso tridimensional en un plano a  $x=0.015\text{m}$ .

El interés de obtener este tipo de correlaciones del número de Nusselt con  $Ra$ , y en nuestro caso, con el tipo de geometría para el techo del recinto radica en la determinación del coeficiente de transferencia de calor  $h$ .

## 2. MODELO MATEMATICO Y NUMERICO

### 2.1. Ecuaciones a resolver

La convección natural transitoria en recintos está gobernada por las siguientes ecuaciones:

$$\text{De continuidad:} \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

De momento:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla \cdot (\nabla \mathbf{u}) - \beta_T \mathbf{g}(T - T_{ref}) \quad (2)$$

De energía:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \alpha \nabla \cdot (\nabla T) \quad (3)$$

donde  $\mathbf{u}$ , es el campo de velocidad,  $T$  de temperatura,  $P$  de presión,  $\mathbf{g}$  es la aceleración de la gravedad,  $T_{ref}$  la temperatura de referencia,  $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido,  $\rho$  es la densidad,  $\beta_T$  el coeficiente de expansión volumétrico y  $\alpha$  la difusividad térmica del fluido, evaluados a la temperatura de referencia,  $T_0 = 293^\circ\text{K}$ .

Se han considerado las siguientes condiciones de borde e iniciales:

paredes verticales:  $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ ,  $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$ , siendo  $n$  la dirección normal a cada superficie.

pared inferior:  $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ ,  $T = T_C = 363^\circ\text{K}$ , pared superior:  $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ ,  $T = T_F = 273^\circ\text{K}$ ,

inicialmente todo el recinto se encuentra estanco y a la temperatura de referencia.

### 2.2. Cálculo del gradiente de temperatura y número de Nusselt

A fin de estudiar la transferencia de calor es necesario determinar la componente normal del gradiente de temperatura, a través de la siguiente expresión:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \nabla T \cdot \vec{n} \quad (4)$$

La transferencia de calor se determina mediante el número de Nusselt promedio,  $Nu$ . Este valor es interés en las paredes activas, en este trabajo se lo calcula en la pared superior, distinguiéndose dos casos:

- Para un recinto tridimensional:

$$\overline{Nu} = \frac{H_{max}}{S \cdot \Delta T} \iint_A \frac{\partial T}{\partial \vec{n}} ds \quad (5)$$

donde  $H_{max}$  es la altura máxima del recinto,  $S$  área del techo,  $\Delta T$  salto de temperatura impuesto entre la base y el techo,  $\vec{n}$  normal a la superficie considerada,  $ds$  diferencial de superficie.

- Para un recinto bidimensional:

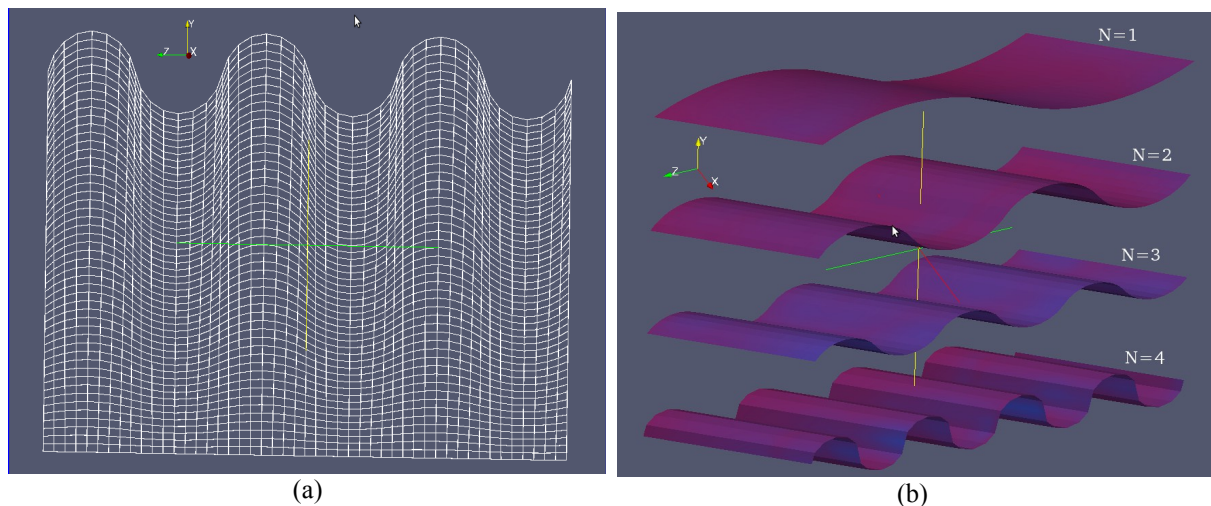
$$\overline{Nu} = \frac{H_{prom}}{L \cdot \Delta T} \int_L \frac{\partial T}{\partial \vec{n}} dl \quad (6)$$

donde  $H_{prom}$  es la altura promedio del recinto,  $L$  la longitud de la curva que delimita la parte superior del recinto,  $\Delta T$  salto de temperatura impuesto,  $\vec{n}$  normal a la curva considerada,  $dl$  diferencial de longitud de curva.

Se ha utilizado el programa OpenFOAM® para la simulación numérica del problema de convección natural tipo Rayleigh-Benard, en una cavidad bi y tridimensional. OpenFOAM®, dispone de un preprocesador denominado BlockMesh, el cual requiere un diccionario en el que se especifique los vértices de cada subdominio y la geometría de las aristas que unen a dichos vértices. Se ha elaborado un programa en el lenguaje C, que permite obtener el diccionario antes mencionado.

### 2.3. Casos considerados

La figura 1 muestra el dominio bidimensional (fig. 1-a) y los casos considerados para la superficie superior de un recinto tridimensional: variación del número de onda  $N=1, 2, 3, 4$  (fig. 1-b), del ángulo  $\gamma=0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$  (fig.1-c); en algunos casos se ha considerado  $\gamma=2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 40^\circ, 45^\circ, 50^\circ, 60^\circ$  y las curvas donde se ha calculado los gradientes de temperatura (fig.1-d).



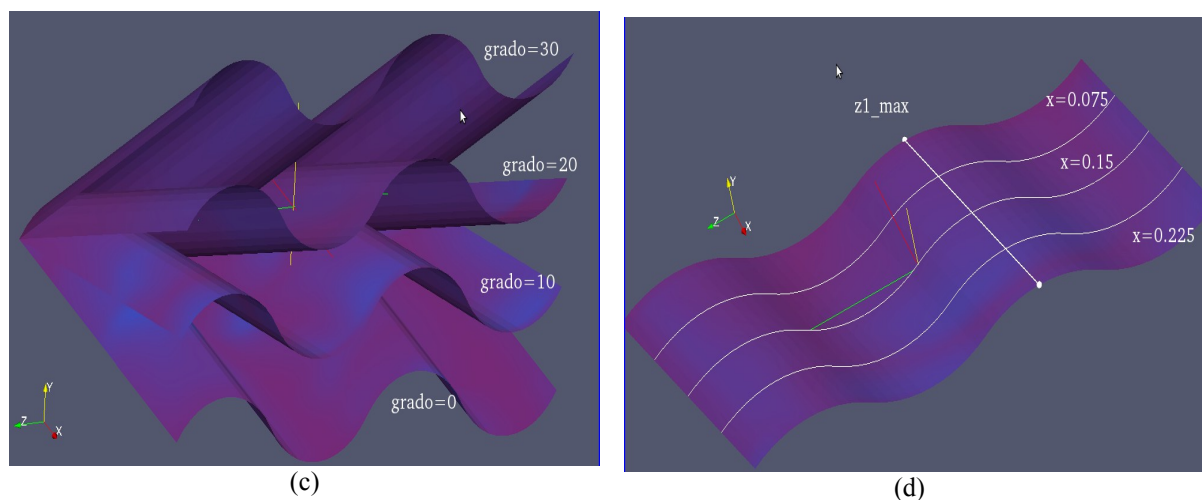


Figura 1. Casos considerados.

### 3. CASO BIDIMENSIONAL Y TRIDIMENSIONAL

En la figura 2 se muestra la magnitud de velocidad para el caso  $N=4$ ,  $A=0.02$  m y  $\gamma=20^\circ$ , el gráfico 2-a corresponde al recinto bidimensional y el 2-b a un plano a  $x=0.015$  m para un recinto tridimensional. Como se puede apreciar, en el caso bidimensional se forman celdas convectivas en tanto que para el caso tridimensional estas no están del todo definidas.

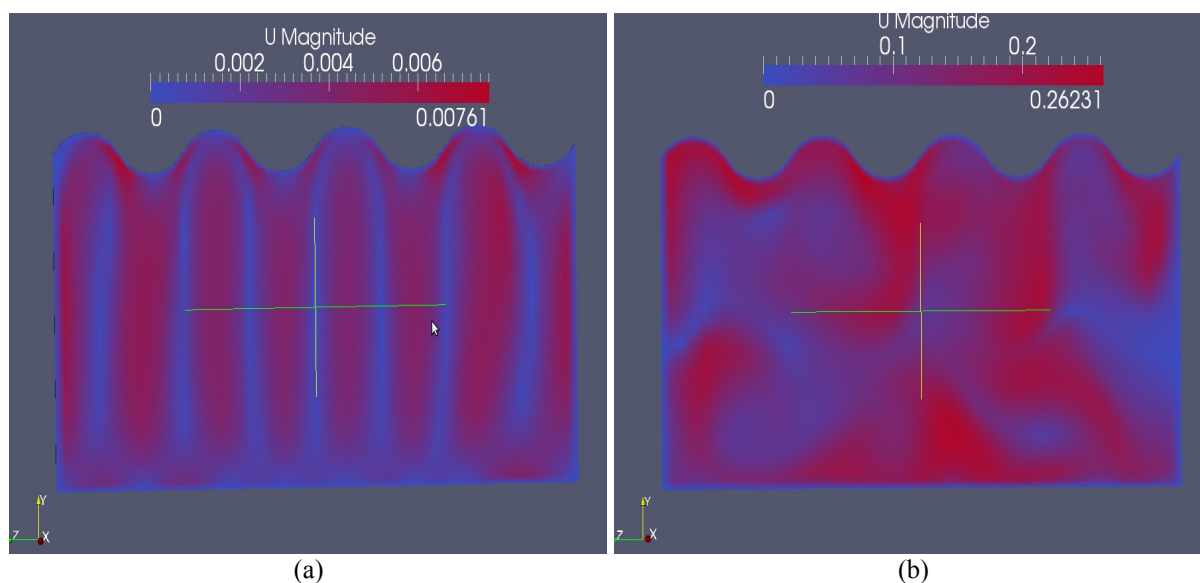


Figura 2. Campos de velocidad caso bidimensional y tridimensional

### 4. GRADIENTES DE TEMPERATURA PARA UNA CAVIDAD TRIDIMENSIONAL

En esta sección se presentan los valores de la componente normal de los gradientes de temperatura (ec. 4) calculados en la superficie superior, en el estado estacionario, que permitirán describir el comportamiento del flujo para casos significativos.

Con el objeto de caracterizar la dependencia de la transferencia de calor con las distintas geometrías estudiadas, es conveniente visualizar el comportamiento de los gradientes de temperatura en la superficie superior.

Se ha graficado la variación de los gradientes de temperatura sobre distintas curvas

definidas por los tipos de superficie a  $x=0.0075$ ,  $0.015$  y  $0.0225$  m ( fig. 3). Para cada valor  $x=cte$  la altura varía de acuerdo con la inclinación del techo.

Además, se presentan los perfiles de los gradientes de temperatura a  $z=cte$ , correspondientes a los valores máximos y mínimos determinados por las amplitudes de tipos de geometría considerada.

La figura 3, muestra los gradientes de temperatura en  $x=0.015m$  (ubicación media de la cavidad), para los dos tipos de superficie (onda y sierra) para el caso  $A=0.02$  m y  $\gamma=0^\circ$ . El gráfico 3-a corresponde a  $N=1$ , el 3-b a  $N=2$ , el 3-c a  $N=3$  y el 3-d a  $N=4$ .

Del análisis de los perfiles mostrados en la fig. 3, se puede notar que a medida que aumenta el número de onda los gradientes de temperatura presentan mayores ondulaciones, acompañando a la geometría de la superficie.

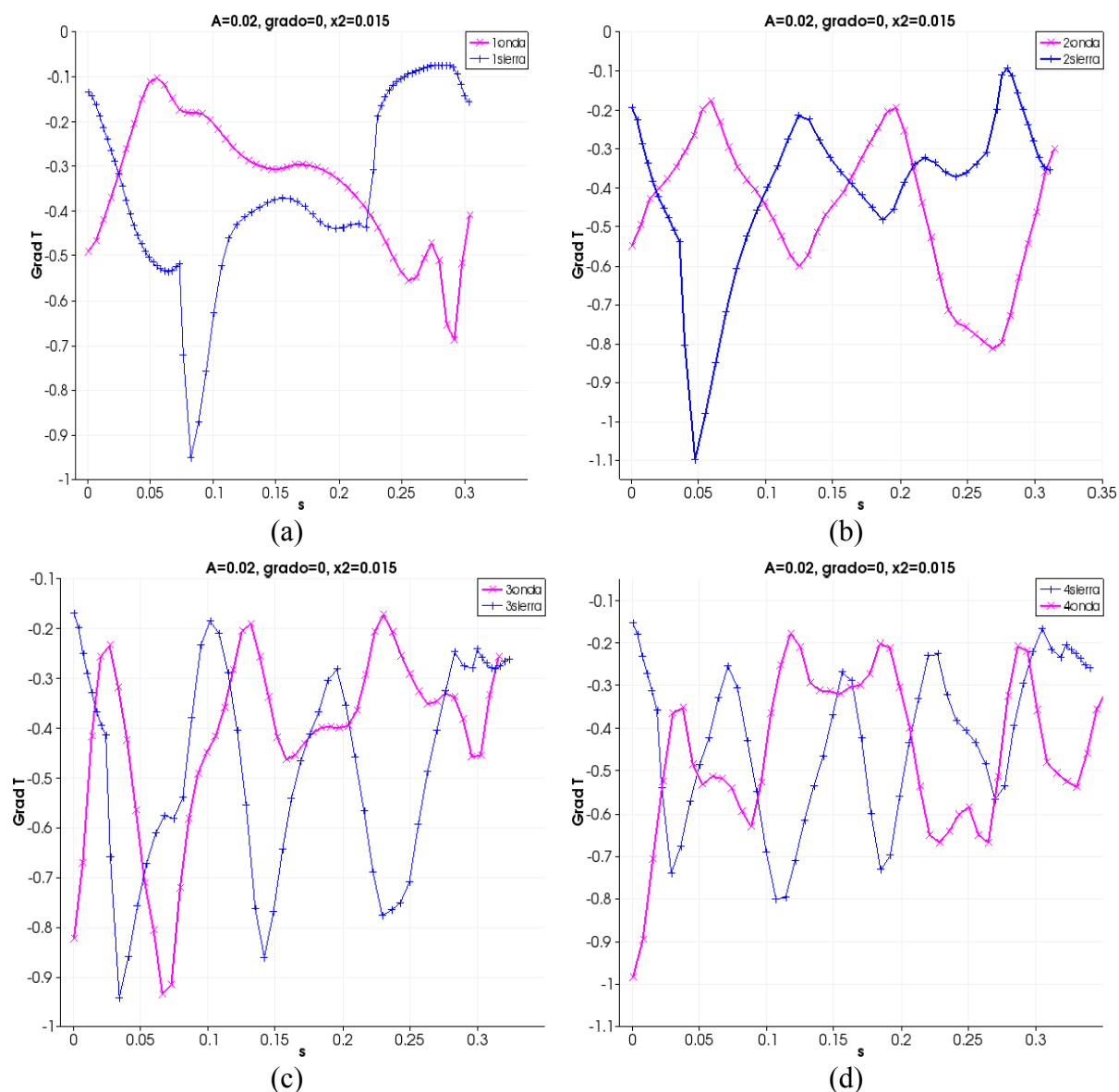


Figura 3. Gradientes de temperatura para  $\gamma=0$ ,  $A=0.02$  a  $x=0.015$ .

En la figura 4 se muestra la variación del gradiente  $T$  a lo largo de las curvas descritas en la figura 1-d, parametrizadas con el número de onda, con  $\gamma=30^\circ$  y  $A=0.02$  m. En la columna

izquierda los correspondientes a cavidades con techo tipo onda y con tipo sierra, en la columna derecha. Las gráficas 4-a y 4-b corresponden a  $x=0.0075\text{ m}$ , las gráficas 4-c y 4-d a  $x=0.015\text{ m}$  y las gráficas 4-e y 4-f a  $x=0.0225\text{ m}$ .

En cada gráfico el gradiente de temperatura se graficó en función de la longitud de arco ( $s$ ) de la curva determinada por la intersección de la superficie superior y el plano  $x=cte$ . Por lo tanto, todas las curvas resultantes comienzan en  $s=0$ , sin embargo el valor final de las mismas dependen del número de onda y de la amplitud.

El intervalo de variación del gradiente de temperatura, para techos tipo onda es de 0.7 a 0.8, independiente de la posición  $x$ , en tanto que para sierras, esta variación incrementa con el aumento de  $x$ .

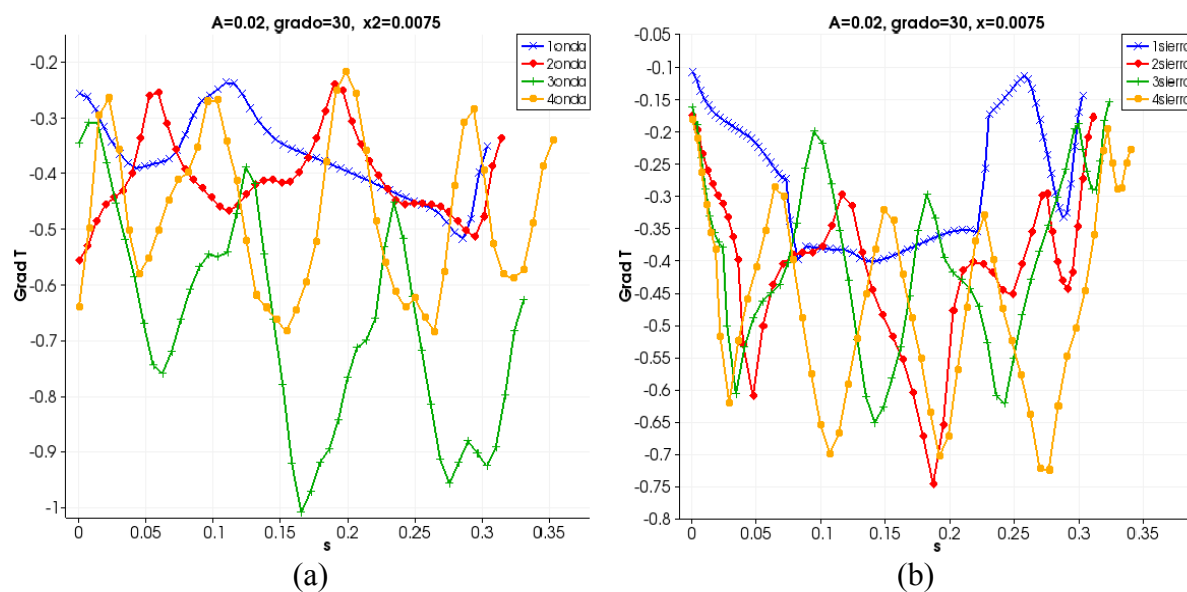
Para el caso tipo sierra independiente del número de onda, en las tres posiciones de  $x$ , a mitad del recinto ( $z=0.015\text{ m}$ ) se observa un mínimo en el gradiente de  $T$ , el cual se acentúa a medida que aumenta el valor de  $x$ , coincidente con el aumento de la altura del recinto.

En la figura 5 se muestra la variación del gradiente de temperatura en función de la longitud de arco, parametrizado con la inclinación del techo,  $N=2$  y  $A=0.04\text{ m}$ . La columna izquierda corresponde a cavidades con techo tipo onda y la columna derecha a sierra.

Para techo tipo onda los perfiles obtenidos (fig. 5-a, 5-c y 5-e) presentan cierta dependencia con la inclinación del techo, la cual se cuantifica con el valor de  $Nu$ , análisis que se realiza en la siguiente sección. Sin embargo, para techo tipo sierra el comportamiento de los perfiles son prácticamente independiente de ángulo de inclinación, a excepción del obtenido a  $x=0.015\text{ m}$ ,  $\gamma=0^\circ$  (fig. 5-d) el cual es significativamente diferente a los demás ángulos.

En la figura 6 se compara los perfiles del gradiente de temperatura obtenidos para techos sin y con simetría axial respecto a su línea media, para  $A=0.02\text{ m}$ , cavidades con techo tipo onda  $N=3$  (columna izquierda) y  $N=4$  (columna derecha); a distintas inclinaciones.

Para  $N=4$  los gradientes correspondientes a los casos no simétricos alcanzan, para todas las inclinaciones, valores superiores a los correspondientes a los simétricos. En tanto que para  $N=3$  no se observa este mismo comportamiento.



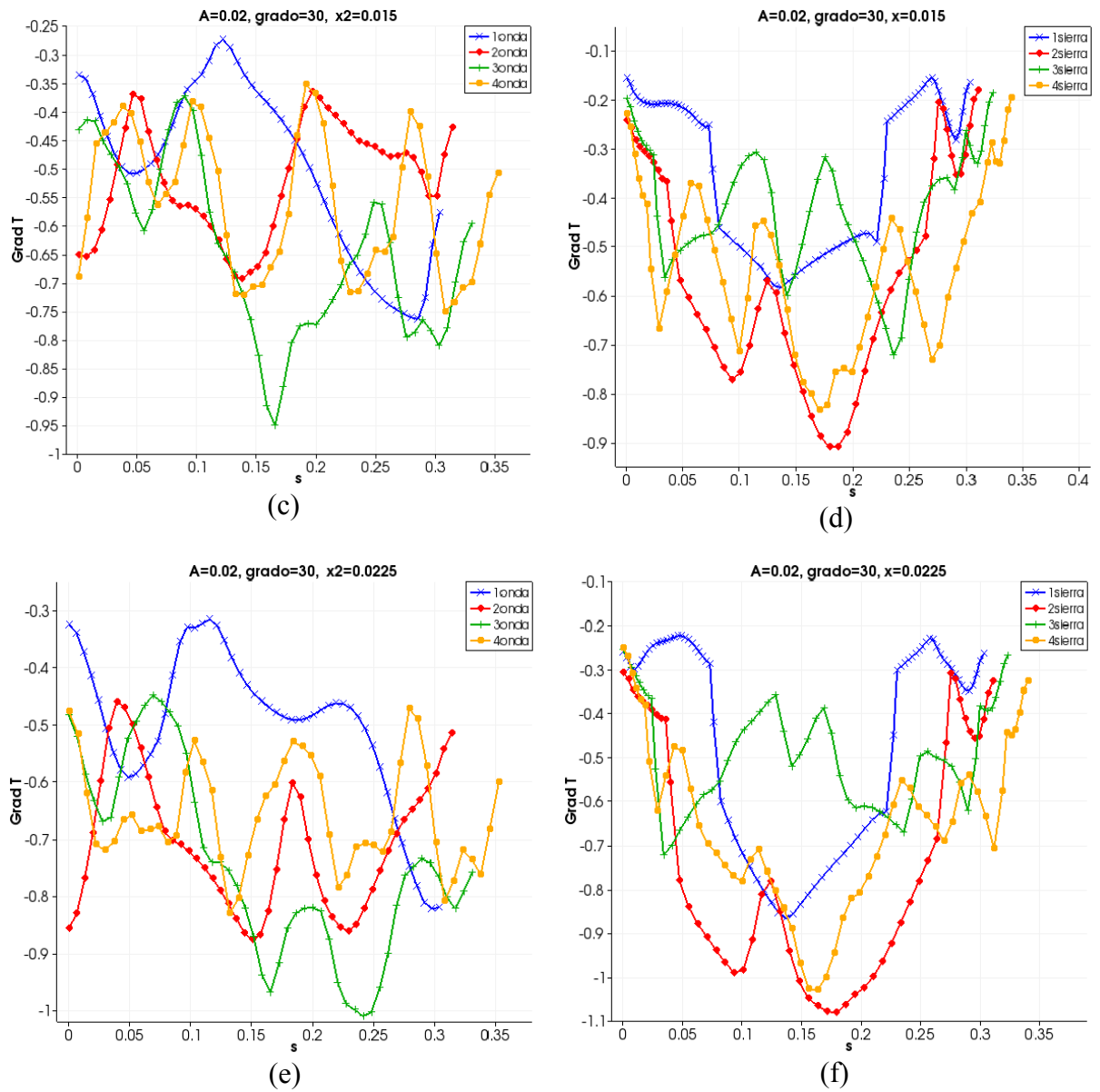


Figura 4. Gradiente  $T$ , para  $A=0.02$  m en distintos planos a  $x=0.0075$ ,  $0.015$  y  $0.0225$  m.



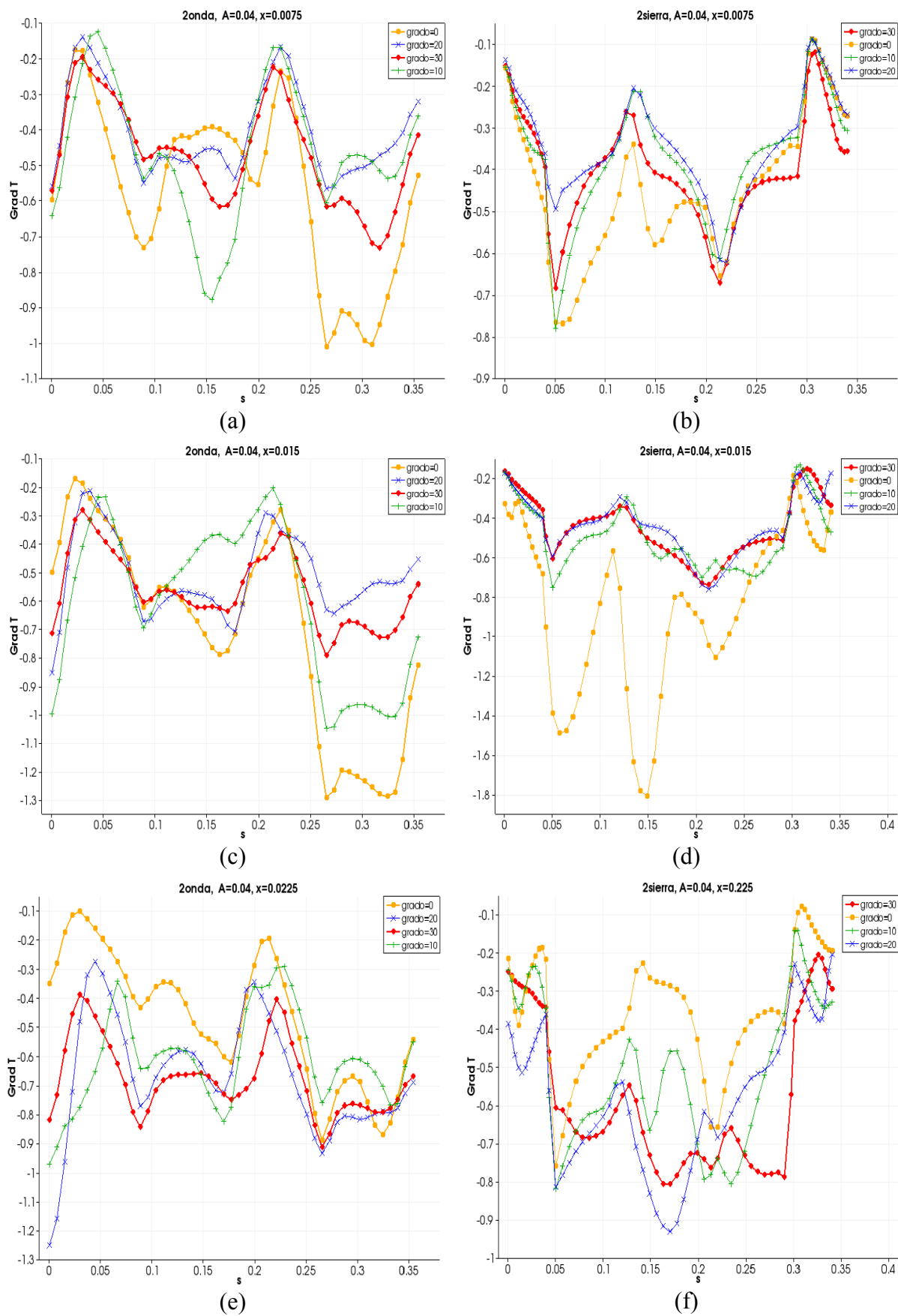
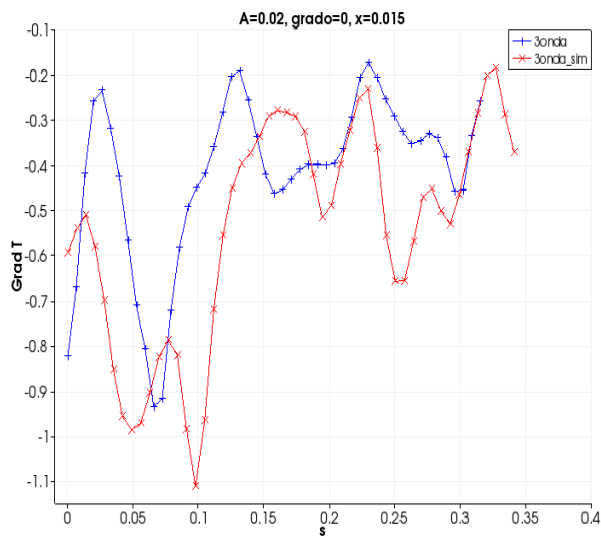
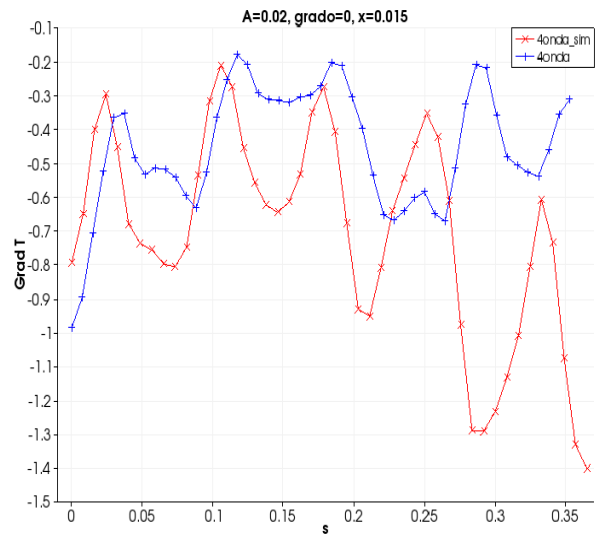


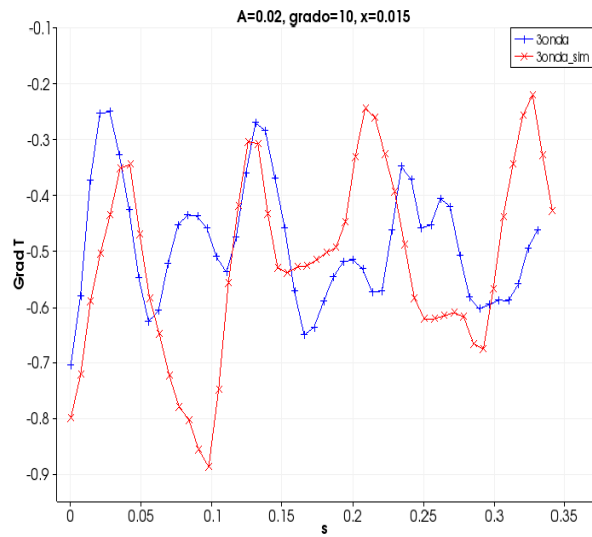
Figura 5. Gradiente  $T$ , para  $N=2, A=0.04 \text{ m}$  a  $x=0.0075, 0.015$  y  $0.0225 \text{ m}$ .



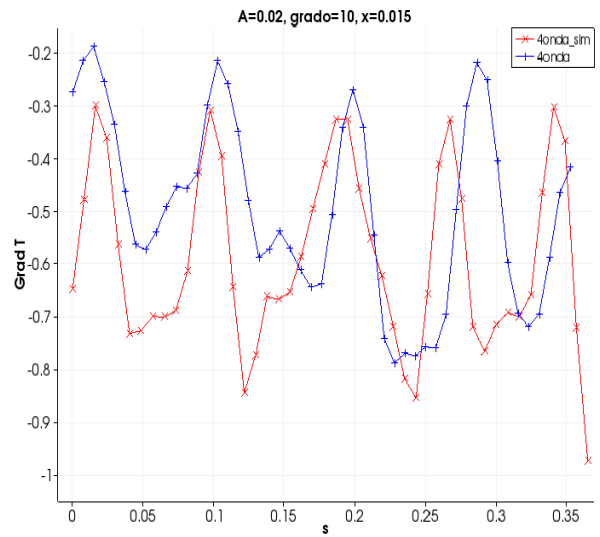
(a)



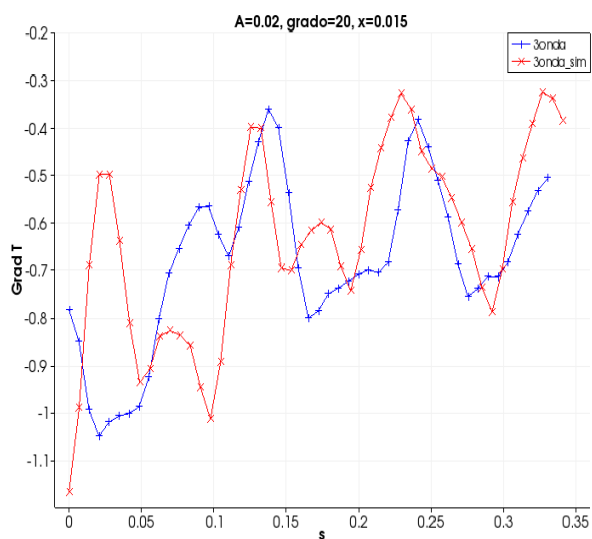
(b)



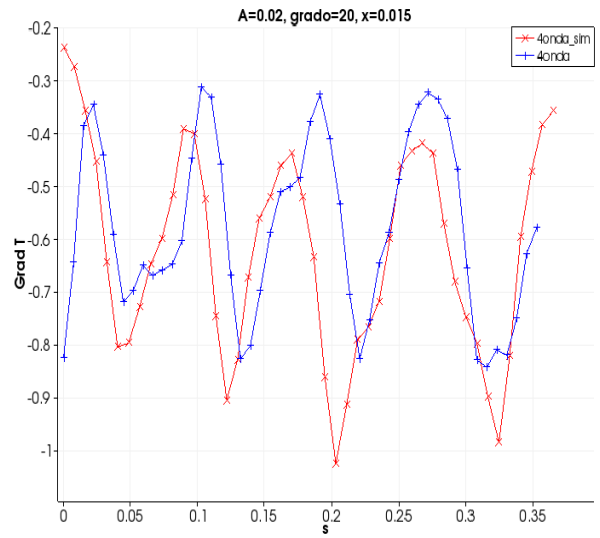
(c)



(d)



(e)



(f)

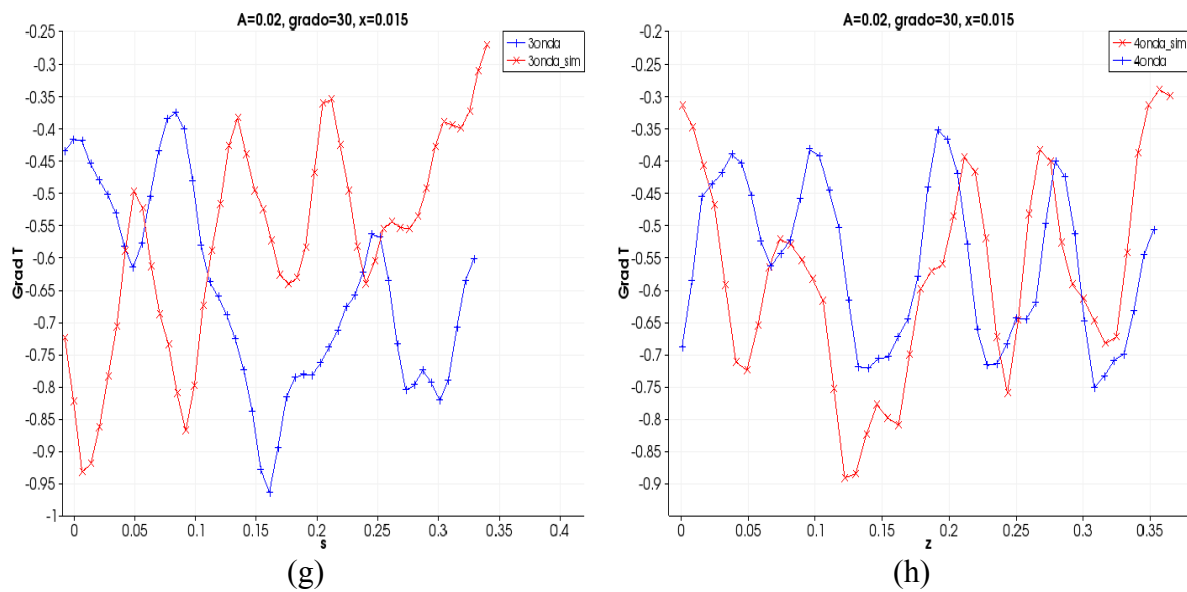


Figura 6. Efecto de la simetría del techo en el gradiente  $T$ , para  $N=3$  y  $4$ ,  $A=0.02$  m a  $x=0.015$  m

## 5. NUSSELT PROMEDIO EN LA SUPERFICIE SUPERIOR

En esta sección se presentan los valores de Nusselt promedio en la superficie superior para todos los casos simulados, en función del número de Rayleigh, el cociente entre el área de la superficie superior e inferior

### 5.1. Aspectos geométricos considerados

Para el cálculo del número de Rayleigh se ha utilizado como longitud característica la altura máxima del recinto determinada por:

$$H_{max}=0.01+0.03*\tan(\gamma) \quad (7)$$

siendo  $\gamma$  el ángulo de inclinación de la superficie superior.

El área de la superficie superior depende del tipo de geometría considerada (tipo onda o sierra), del ángulo de inclinación del techo, del número de onda y de la amplitud

En las tablas 1 y 2, se presentan los valores del número de Rayleigh y la relación de áreas considerados en este trabajo, para los dos tipos de geometrías.

$\gamma$	Ra	Asup/Ainf							
		N=1		N=2		N=3		N=4	
		A=0,02	A=0,04	A=0,02	A=0,04	A=0,02	A=0,04	A=0,02	A=0,04
0	7,72E+03	1,012	1,047	1,047	1,180	1,051	1,051	1,180	1,509
2	1,04E+04	1,012	1,047	1,047	1,181	1,052	1,052		
4	1,37E+04	1,014	1,049	1,049	1,183	1,054	1,054		
5	1,55E+04	1,016	1,051	1,051	1,184			1,184	1,515
6	1,76E+04	1,017	1,053	1,053	1,186	1,062	1,057		
8	2,22E+04	1,022	1,057	1,057	1,192	1,057	1,062		
10	2,76E+04	1,027	1,063	1,063	1,198	1,068	1,068	1,198	1,533
20	7,07E+04	1,077	1,114	1,114	1,256	1,119	1,119	1,256	1,606
30	1,57E+05	1,168	1,209	1,209	1,363	1,214	1,214	1,363	1,743
40	3,36E+05	1,321	1,366					1,540	1,970
45	4,94E+05	1,431	1,480						
50	7,39E+05	1,574	1,628					1,836	2,348
60	1,84E+06	2,024						2,360	3,019

Tabla 1. Número de Rayleigh y relación de áreas, para techo tipo onda.

$\gamma$	Ra	Asup/Ainf							
		N=1		N=2		N=3		N=4	
		A=0,02	A=0,04	A=0,02	A=0,04	A=0,02	A=0,04	A=0,02	A=0,04
0	7,72E+03	1,009	1,035	1,035	1,133	1,077	1,281	1,133	1,462
2	1,04E+04	1,009	1,036	1,036	1,134	1,078	1,281		
4	1,37E+04	1,011	1,037	1,037	1,136	1,080	1,284		
5	1,55E+04	1,013	1,039	1,039	1,138	1,081	1,286	1,138	0,367
6	1,76E+04	1,014	1,041	1,041	1,140	1,083	1,288		
8	2,22E+04	1,019	1,045	0,523	1,144	1,088	1,293		
10	2,76E+04	1,024	1,051	0,525	1,151	1,094	1,300	1,151	0,371
20	7,07E+04	1,074	1,101	0,551	1,206	1,146	1,363	1,206	0,389
30	1,57E+05	1,165	1,195	0,598	1,309	1,244	1,479	1,309	0,422
40	3,36E+05	1,317	1,351					1,479	0,369
45	4,94E+05	1,427	1,464						
50	7,39E+05	1,569	1,610					1,763	0,371
60	1,84E+06	2,018	2,070					2,267	0,389

Tabla 2. Número de Rayleigh y relación de áreas, para techo tipo sierra.

## 5.2. Transferencia de calor en recintos tridimensionales con techo tipo sierra

En la figura 7 se presenta en escala doble logarítmica los valores de  $Nu$  en función de  $Ra$ , para un recinto con techo tipo sierra, considerando todos los valores obtenidos en las simulaciones. Además, se ha incluido una línea de tendencia que corresponde a la correlación del tipo potencial, la expresión de la función obtenida y el coeficiente cuadrático de correlación.

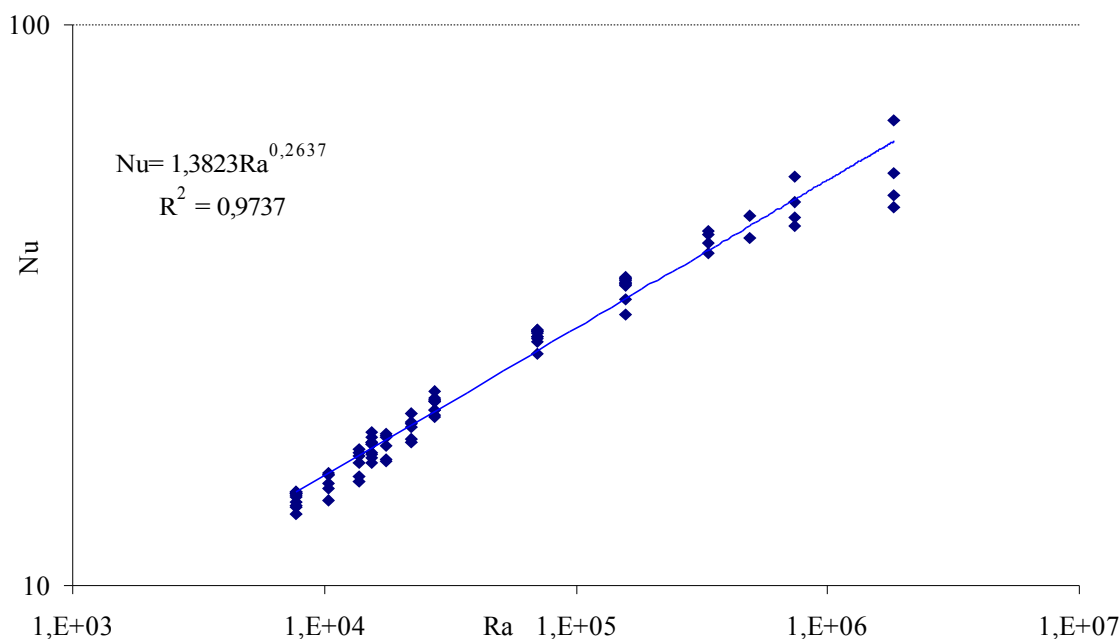


Figura 7. Correlación de Nu en función de Ra, para techo tipo sierra.

En este caso se puede observar que todos los valores numéricos tienen buen ajuste con la función potencial de  $Nu$  con  $Ra$ , esto indica que en este tipo de recintos la variación de la relación de áreas entre la superficie superior e inferior, no incide significativamente en la transferencia de calor. Esto se puede verificar determinando la correlación múltiple entre  $Nu$ ,  $Ra$  y  $(A_{sup}/A_{inf})$ , que en este caso se obtiene la siguiente expresión:

$$Nu = 1.3705Ra^{0.26499} \left( \frac{A_{sup}}{A_{inf}} \right)^{-0.0572} \quad (8)$$

y el coeficiente de cuadrático de correlación:  $R^2=0.977$ .

### 5.3. Transferencia de calor en recintos tridimensionales con techo ondulado

En la figura 8 se presenta en escala doble logarítmica los valores de  $Nu$  en función de  $Ra$ , para un recinto con techo ondulado, considerando todos los valores obtenidos en las simulaciones. Además, se ha incluido una línea de tendencia correspondiente a la correlación del tipo potencial, la expresión obtenida y el coeficiente cuadrático de correlación. En los datos mostrados no se ha puesto de manifiesto el número ni amplitud de onda.

Del gráfico 8 y del valor de  $R^2$ , se puede inferir que la correlación potencial ajusta bien a los valores numéricos, observándose una mayor dispersión para los valores de  $Nu$  correspondientes a  $Ra > 10^5$ . Por lo tanto, a fin de identificar los valores más dispersos y analizar la dependencia de  $Nu$  con los otros parámetros geométricos (número de onda y amplitud), en la figura 9 se han graficado  $Nu$  en función de  $Ra$ , parametrizado con el número de onda,  $N$ .

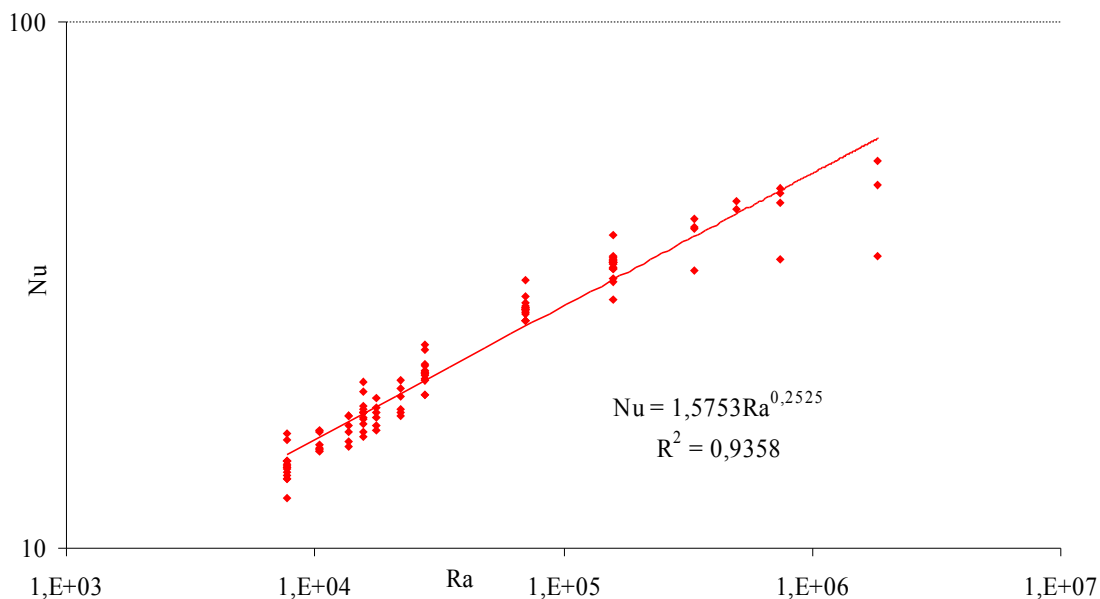


Figura 8. Correlación de Nu en función de Ra, para techo ondulado.

En la figura 9 se ha incluido las líneas de tendencias para cada valor de  $N$ , las expresiones de la aproximación potencial y el coeficiente cuadrático de correlación  $R^2$ .

Del gráfico de la figura 9 se puede apreciar que a medida que aumenta el valor de  $N$ , disminuye el coeficiente cuadrático de correlación. Esto indica que a medida que el número de onda crece, es necesario tener en cuenta la amplitud de onda.

En la figura 10 y 11, se grafican los valores de  $Nu$  en función de  $Ra$ , parametrizados en la amplitud de onda ( $A$ ) para  $N=3$  y  $N=4$ , respectivamente. Además se han incluido las líneas de tendencias potenciales, las expresiones de tales funciones y los valores de  $R^2$ .

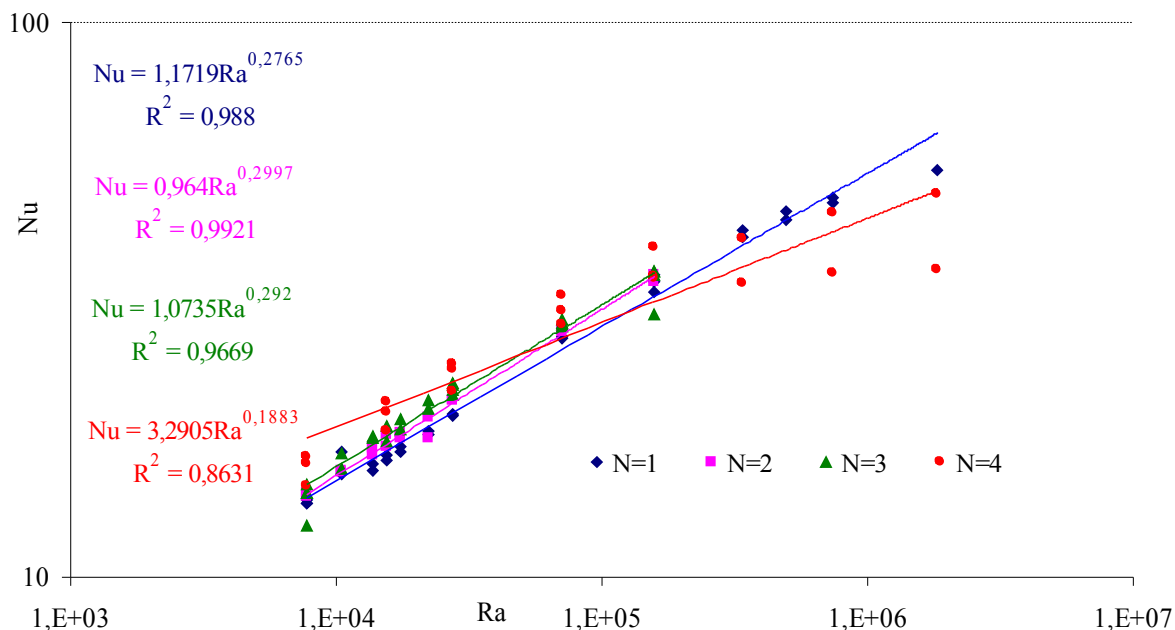


Figura 9. Correlación de  $Nu$  en función de  $Ra$ , para techo ondulado, parametrizado con  $N$ .

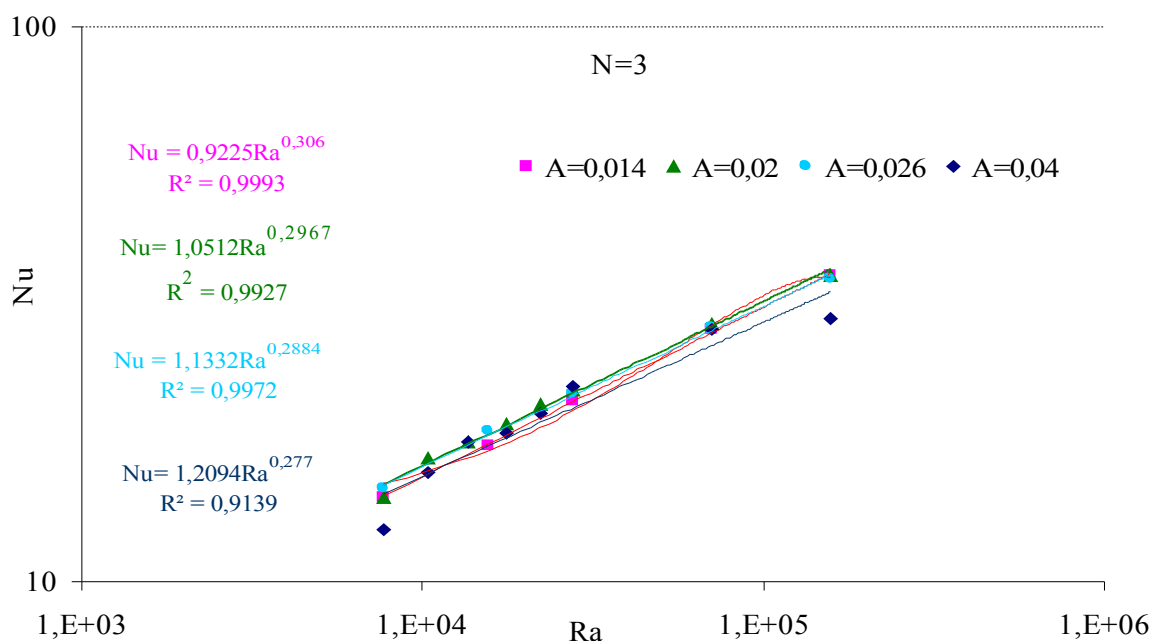


Figura 10.  $Nu$  vs.  $Ra$ , para techo ondulado,  $N=3$  parametrizado con  $A$ .

De los resultados mostrados en el gráfico 11, se puede observar que a medida que aumenta  $A$  disminuye el valor del exponente de  $Ra$ , indicando de esta manera que la transferencia de calor disminuye a medida que aumenta la amplitud de onda.

A fin de incluir en una única función la dependencia de  $Nu$  con  $Ra$  y la relación de área entre la superficie superior e inferior, se ha determinado una correlación múltiple, encontrándose para el caso de un recinto con techo ondulado la siguiente expresión:

$$Nu = 1.2609 Ra^{0.2786} \left( \frac{A_{\text{sup}}}{A_{\text{inf}}} \right)^{-0.284} \quad (9)$$

y el coeficiente de cuadrático de correlación:  $R^2=0.946$

De la correlación obtenida en la ec. 9, se puede notar cómo la transferencia de calor aumenta a medida que incrementa  $Ra$ , que en el caso de este estudio corresponde al incremento de inclinación del techo. Además, se puede ver que a medida que aumenta el cociente de áreas disminuye la transferencia de calor.

A efectos de comparar los resultados obtenidos, podemos considerar el trabajo de Hammami et al. (2007), estos autores trabajan con aire y vapor de agua, encuentran una correlación entre los valores de Nusselt determinados numéricamente, la razón de aspecto, el ángulo de inclinación de la pared superior y el número de Rayleigh, dicha correlación para  $2 \leq L/H \leq 4$ , se expresa de la siguiente manera:

$$Nu = 0.11 Ra^{0.25} \gamma^{0.16} \left( \frac{L}{H} \right)^{0.62} \quad (10)$$

Por un lado, la correlación obtenida por los autores está en función de la razón de aspecto de la cavidad y del ángulo de inclinación del techo; lo que resulta razonable ya que su problema de estudio corresponde a una cavidad con techo liso. En cambio, nuestro trabajo tiene como objetivo analizar el efecto de las distintas geometrías de la superficie superior, por

lo que proponemos el cociente de áreas como variable a tener en cuenta en la correlación.

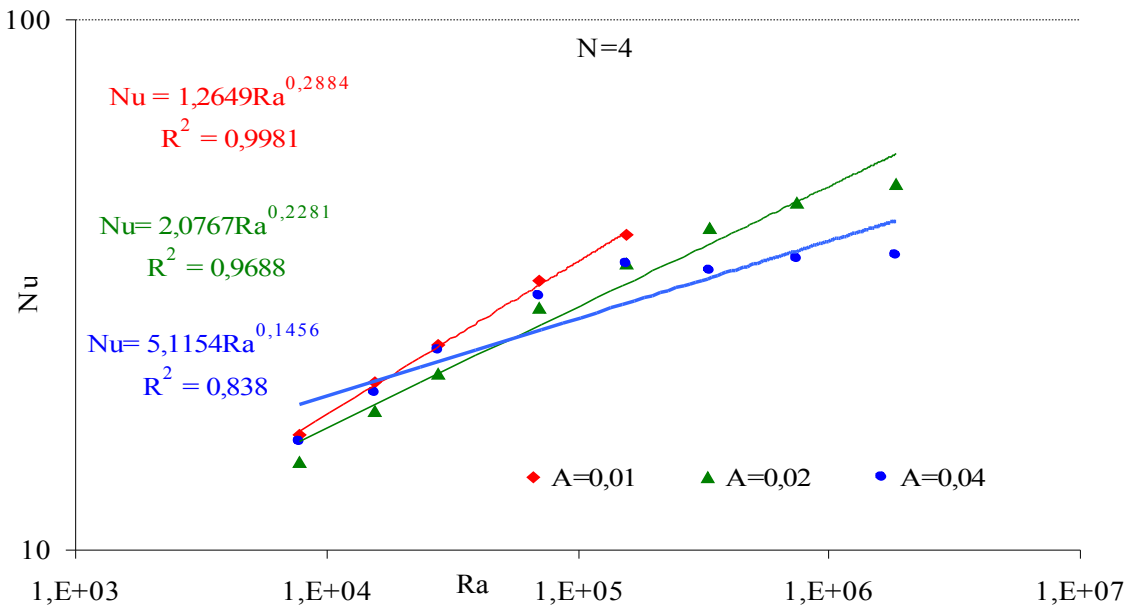


Figura 11.  $Nu$  vs.  $Ra$ , para techo ondulado  $N=4$ , parametrizado con  $A$ .

## 6. CONCLUSIONES

Se ha simulado la convección natural Rayleigh-Bénard transitoria en distintos tipos de cavidades bidimensionales y tridimensionales, se ha variado la inclinación y la geometría de la pared superior. Se ha considerado paredes superiores onduladas y tipo diente de sierra; ángulos de inclinación de:  $0^\circ$ ,  $5^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  y  $30^\circ$ ; en algunos casos se ha alcanzado ángulos de hasta  $60^\circ$ . Techos con una a cuatro ondulaciones y amplitudes de onda  $A=0.02$  y  $0.04$  m.

Las simulaciones realizadas y los resultados obtenidos han permitido obtener una correlación múltiple de  $Nu$  para techo tipo sierra (ec. 8) y otra para onda (ec. 9), que tienen en cuenta la geometría del techo del recinto.

El exponente que correspondiente a  $Ra$  en las correlaciones obtenidas en este trabajo están de acuerdo con los obtenidos en la bibliografía existente, para el caso de convección natural, con geometrías similares a la estudiada.

El exponente negativo de la relación de áreas, en ambas expresiones, nos indica que a medida que aumenta el número de onda y/o la amplitud de la misma, disminuye la transferencia de calor. En el caso del techo tipo sierra, el valor pequeño del exponente ( $=0.0572$ ) indica que esta dependencia es mínima. En cambio, para techo tipo onda esta dependencia es notoria (exponente igual a 0.284). Dependiendo de la aplicación que se trate, estas correlaciones permiten determinar el tipo de techo a utilizar.

## 7. REFERENCIAS

- Aramayo A. M., Esteban E. S., Cardón L. "Estudio de la convección natural en una cavidad tridimensional con distintas geometrías". *Mecánica Computacional* Vol XXXI: 1985-1996, 2013.
- Bairi, A. . "Correlations for transient natural convection in parallelogrammic enclosures with isothermal hot wall". *Applied Thermal Engineering*, 28: 833–838, 2013.
- Bairi, A.. "On the Nusselt number definition adapted to natural convection in parallelogrammic cavities". *Applied Thermal Engineering*, 28: 1267–1271, 2008.



- Hammami M., Mseddi M., Baccar M. . Numerical Study of Coupled Heat and Mass Transfer in a Trapezoidal Cavity. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, Vol. 1, N° 3: 216-226, 2007
- Muhammad N. Hasan, Sumon Saha, Suvash C. Saha.. “Effects of corrugation frequency and aspect ratio on natural convection within an enclosure having sinusoidal corrugation over a heated top surface”, *International Communications in Heat and Mass Transfer* , 39: 368–377, 2012.
- Muhammad Noman Hasan, Suvash C. Saha, Y.T. Gu.. “Unsteady natural convection within a differentially heated enclosure of sinusoidal corrugated side walls”. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 55: 5696–5708, 2012.