

## CÁLCULO DE LA RESISTENCIA A LA RODADURA DE NEUMÁTICOS MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Gabriel N. Curtosi<sup>a,b</sup>, Pablo N. Zitelli<sup>a,c</sup> y Tomás Arechaga<sup>a,d</sup>

<sup>a</sup>Grupo de Investigación de Neumáticos FATE, Blanco Encalada 3003 B1644GPK Victoria –  
Provincia de Buenos Aires, <sup>b</sup>[gcurtosi@fate.com.ar](mailto:gcurtosi@fate.com.ar), <sup>c</sup>[pzitelli@fate.com.ar](mailto:pzitelli@fate.com.ar), <sup>d</sup>[tarechaga@fate.com.ar](mailto:tarechaga@fate.com.ar),  
<http://www.fate.com.ar>

**Palabras Clave:** Neumático, Elementos Finitos, Resistencia a la Rodadura (*Rolling Resistance*), Viscoelasticidad, Python, Fortran.

**Resumen.** La resistencia a la rodadura está definida como la energía que consume un neumático por unidad de distancia recorrida. En un automóvil la energía es suministrada por el combustible, por lo tanto tiene una relación directa con el consumo del mismo. Si consideramos el amplio espectro de vehículos que hay actualmente en el mercado, podemos decir que reduciendo la resistencia a la rodadura un 30% llevaría a obtener una reducción entre un 3 y 6% del consumo de combustible y emisiones de  $CO_2$  sin modificar el diseño del vehículo. Se desarrolló una metodología para calcular el coeficiente de resistencia a la rodadura (CRR), mediante una subrutina en FORTRAN, de un neumático girando y trasladándose a velocidad constante sobre un piso plano. Debido a que este tipo de análisis incluye transferencia de calor y fenómenos viscoelásticos, se utiliza la estrategia del análisis Steady State Transport (STT) de Abaqus (SIMULIA, 2014) con subrutinas en FORTRAN que es mucho más económica computacionalmente que un análisis dinámico explícito. Mediante la implementación de un programa en Python se logró gestionar la interacción entre modelos y retroalimentación de datos de salida entre ciertos análisis como datos iniciales para otros. También se desarrolló un procedimiento de calibración de modelos constitutivos de materiales viscoelásticos con datos de ensayo.

## 1 INTRODUCCIÓN

El valor de la Resistencia a la Rodadura de un neumático tiene un impacto directo en el consumo de combustible de un automóvil y por ende, en el medio ambiente. Dicha resistencia se mide en el ensayo correspondiente (ISO, 2009), que consiste en inflar el neumático a una cierta presión, apoyarlo en un tambor con una carga vertical determinada y hacerlo girar a una velocidad angular equivalente a una de traslación de 80 km/h. En esa condición, sin torque aplicado en su eje de giro, se dice que está en rodadura libre y luego de que su temperatura se estabilice, se efectúa la medición de la resistencia.



Figura 1: Neumático montado en la máquina de medición.

El objetivo fue desarrollar modelos de elementos finitos que permitan predecir esta resistencia con la mayor precisión posible, de manera de poder estudiar todos los factores que intervienen en el mecanismo de disipación de energía y así lograr tener una herramienta más para el diseño de neumáticos.

Es fundamental conocer las propiedades de los materiales que constituyen al neumático, pues su comportamiento hiper-viscoelástico es el responsable del consumo de energía de deformación en forma de calor que se disipa. Éste es el motivo por el cual se realizaron ensayos a los diferentes compuestos para poder caracterizar los modelos constitutivos a utilizar en los modelos.

Por lo anterior, se desarrolló un procedimiento de análisis que incluye varias simulaciones para contemplar los cambios de temperatura producidos por la deformación de la estructura del neumático en las condiciones del ensayo. En vez de utilizar un modelo dinámico con esquema explícito, se optó por utilizar estrategias de análisis cuasi-estáticas con esquemas implícitos. Para el caso bajo estudio, en el cual es de interés conocer el comportamiento dinámico del neumático, el abordaje seleccionado es más eficiente computacionalmente. Mediante un programa escrito en Python, se logró gestionar todo el proceso: pre-procesamiento, procesamiento y post-procesamiento de los diferentes modelos (mecánicos y de transferencia de calor) ya que entre ellos hay intercambio de salidas de resultados de algunos modelos que son usadas como *input* para otros.

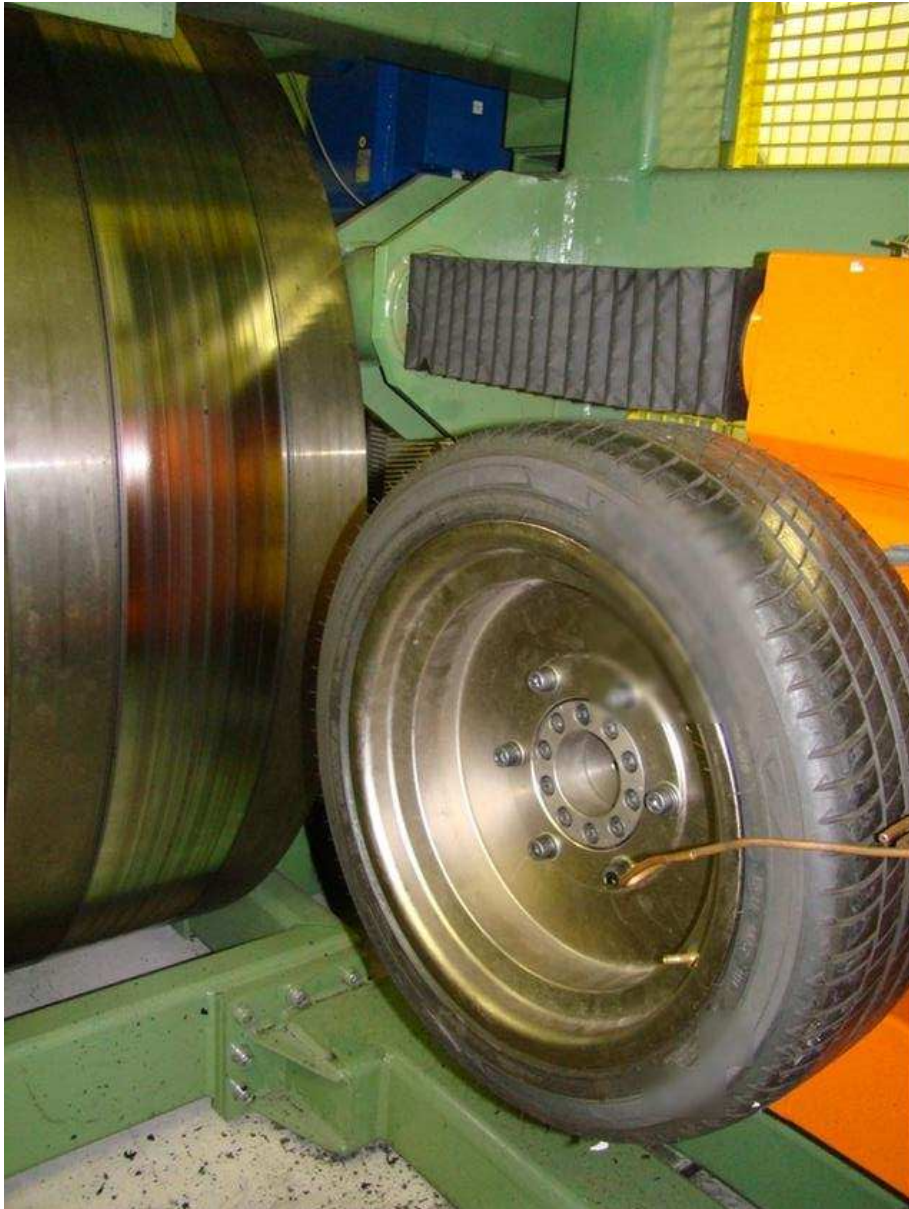


Figura 2: Neumático montado en la máquina de medición.

### 1.1 Cálculo del Coeficiente de Resistencia a la Rodadura

La Resistencia a la Rodadura se caracteriza mediante su coeficiente correspondiente: CRR (Coeficiente de Resistencia a la Rodadura). Se define como (NHTSA, 2005)

$$CRR = 1000 \frac{F_x}{F_z} \quad (1)$$

donde  $F_x$  es la reacción en eje de giro del neumático y  $F_z$  es la carga vertical aplicada, según el sistema de referencia utilizado que se observa en la Figura 3.

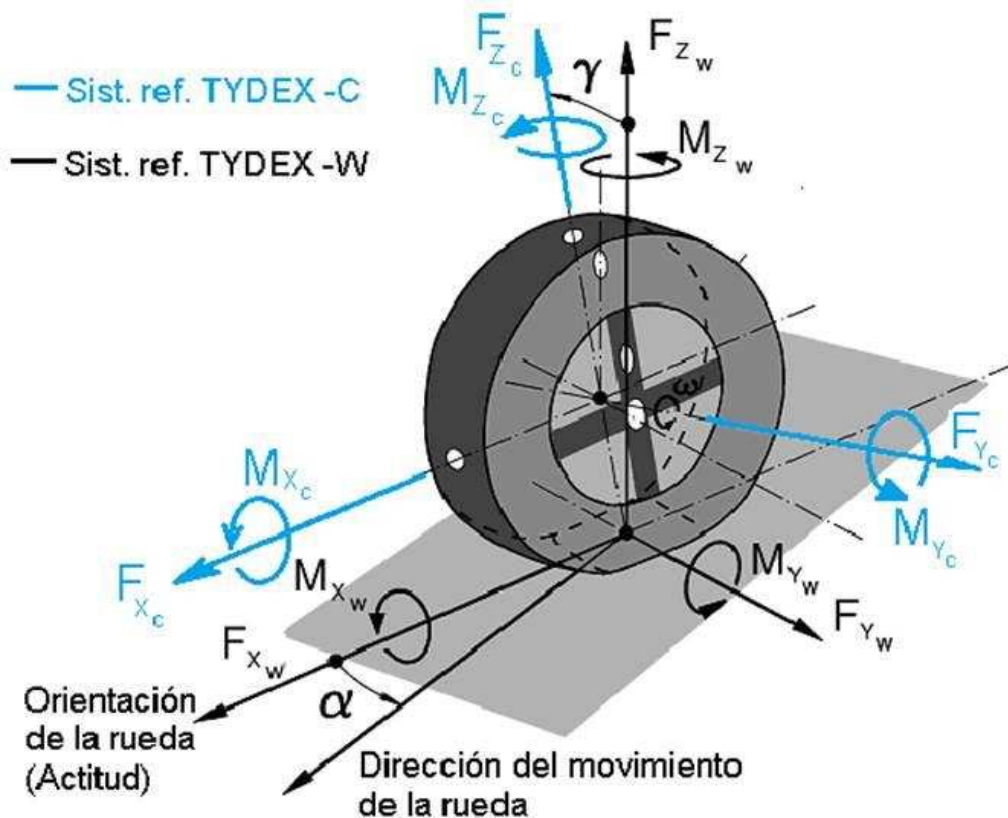


Figura 3: Sistema de coordenadas (Unrau et al., 1997).

La fuerza  $F_z$  es un dato conocido, pero la fuerza  $F_x$  es la que se debe calcular en la condición de rodadura libre. Esta condición es aquella para la cual no existe torque aplicado ( $M_y$ ) sobre el eje de giro del neumático, es decir, no existe torque que acelere ni frene al mismo.

## 2 MATERIALES

Para obtener resultados precisos de la cantidad de energía disipada por los materiales viscoelásticos, es necesario tener un buen conocimiento de su comportamiento y de los modelos constitutivos (Bergstrom, 2015). Es por este motivo que se deben desarrollar ensayos y procedimientos de calibración de dichos modelos.

### 2.1 Ensayos

El Laboratorio de Desarrollo de Materiales de FATE tiene la capacidad de realizar ensayos físicos y mecánicos. Uno de ellos es el de DMA (*Dynamic Mechanical Analysis*), el cual resulta muy útil para obtener el módulo de almacenamiento ( $E'$ ) y el módulo de pérdida ( $E''$ ) de un material viscoelástico, como funciones de la frecuencia de deformación (Yang, 2010).

### 2.2 Modelado de la Viscoelasticidad en Abaqus

Abaqus usa los coeficientes de una Serie de Prony para modelar el comportamiento de un material viscoelástico (SIMULIA, 2014), según las siguientes expresiones



$$E'(\omega) = E_{\infty} \left( 1 - \sum_{i=1}^N \bar{g}_i^P \right) + E_{\infty} \sum_{i=1}^N \frac{\bar{g}_i^P \tau_i^2 \omega^2}{1 + \tau_i^2 \omega^2} \quad (2)$$

$$E''(\omega) = E_{\infty} \sum_{i=1}^N \frac{\bar{g}_i^P \tau_i \omega}{1 + \tau_i^2 \omega^2} \quad (3)$$

donde  $E_{\infty}$  es el módulo infinito,  $\bar{g}_i^P$  son los coeficientes de Prony,  $\tau_i$  son los tiempos de relajación y  $\omega$  es la frecuencia. El ajuste de los coeficientes de la serie se realizó utilizando una herramienta de optimización (Dalrymple y Choi, 2007).

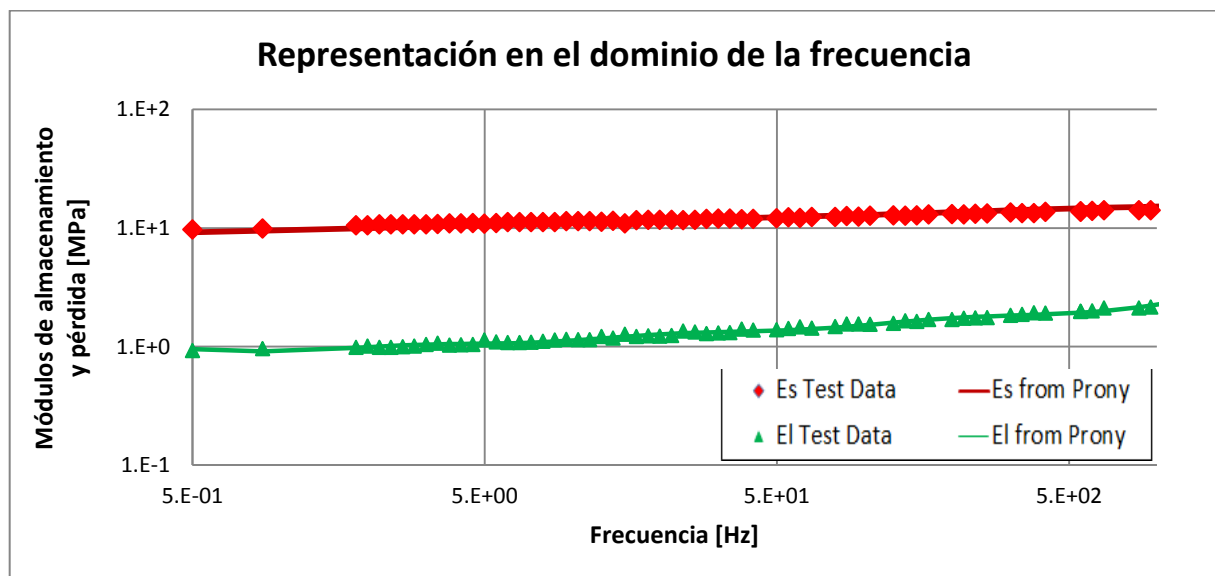


Figura 4: Ajuste de las curvas usando el algoritmo GRG.

### 2.3 Modelos Constitutivos para Materiales Hiperelásticos

Se comenzó ajustando el comportamiento hiperelástico del material usando datos de ensayos obtenidos con una máquina de tracción INSTRON. Debido a que los ensayos se deben realizar a diferentes temperaturas que aquellos realizados por la máquina de DMA y dado que las geometrías de las probetas de ensayo son distintas, se decidió calibrar el fenómeno hiperelástico a través del ensayo de DMA. De esta manera se consiguió consistencia entre los modelos calibrados y los resultados de ensayo (Reza Ghoreishy, 2012).

Abaqus ofrece varios modelos constitutivos para materiales hiperelásticos, de los cuales finalmente fue utilizado el de Neo-Hooke ya que, según experiencia propia del grupo de investigación de FATE, arroja muy buenos resultados ya que los valores de tensiones están bien representados en el rango de deformaciones al cual se ven sometidos los neumáticos en condiciones de trabajo. Por otro lado, este modelo solamente necesita de la constante  $C_{10}$ , que se obtiene del módulo de almacenamiento a baja frecuencia de la Serie de Prony.

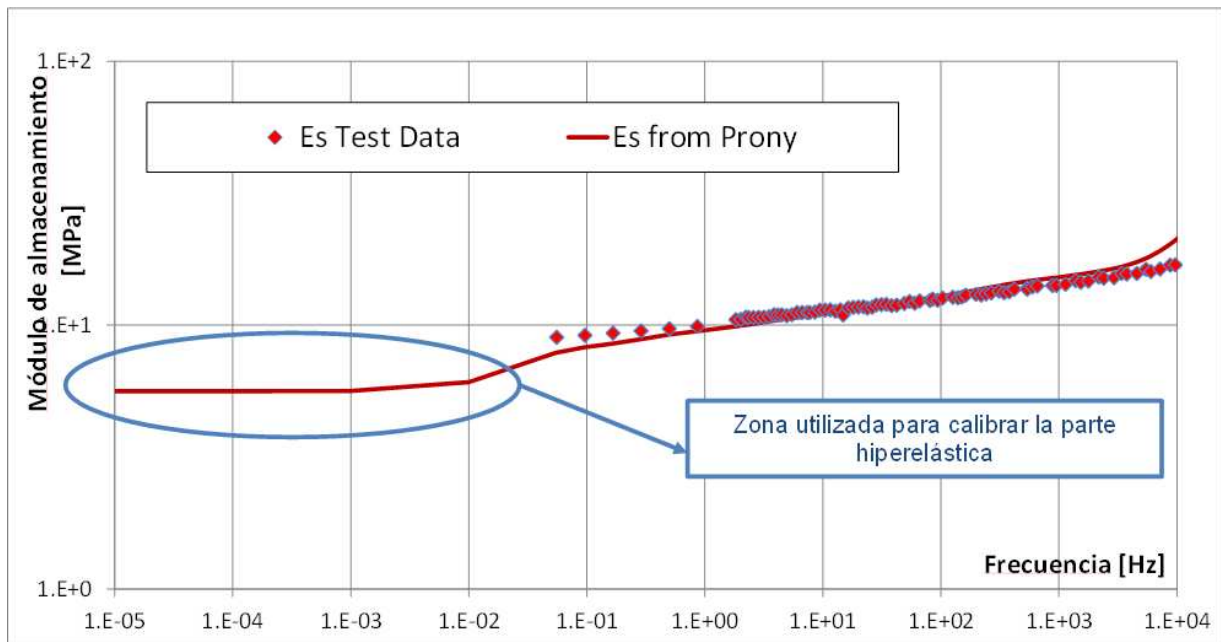


Figura 5: Ajuste de las curvas usando el algoritmo GRG.

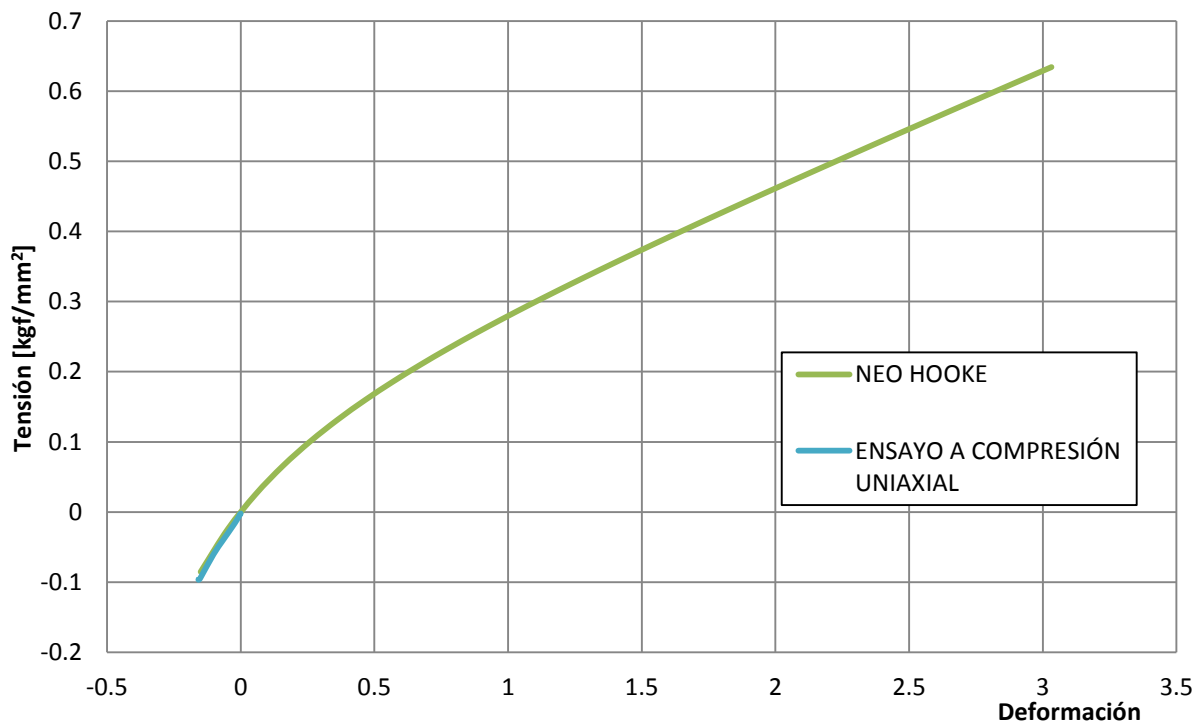


Figura 6: Calibración del modelo de Neo-Hooke.

Para el modelo de Neo-Hooke, la relación constitutiva entre las tensiones y las deformaciones es la siguiente

$$\sigma = 2C_{10} \left( \lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) \tag{4}$$

donde  $\lambda$  es la relación de estiramiento. Si derivamos la ecuación (4) respecto a  $\lambda$  y consideramos que cuando la relación de estiramiento es igual a uno, i.e., no existe deformación, vamos a obtener el módulo infinito. Entonces

$$\left. \frac{d\sigma}{d\lambda} \right|_{\lambda=1} = E_{\infty} = 6C_{10} \quad (5)$$

### 2.4 Validación del Modelo Constitutivo

Para corroborar que la calibración del modelo del material es la apropiada, se estudió su comportamiento realizando una simulación del ensayo de DMA. Se consideró la disipación de la energía debida a fenómenos de viscoelasticidad en el dominio del tiempo. Se realiza una precarga de un 10% de compresión y luego se superpone una deformación dinámica del 0,2%.

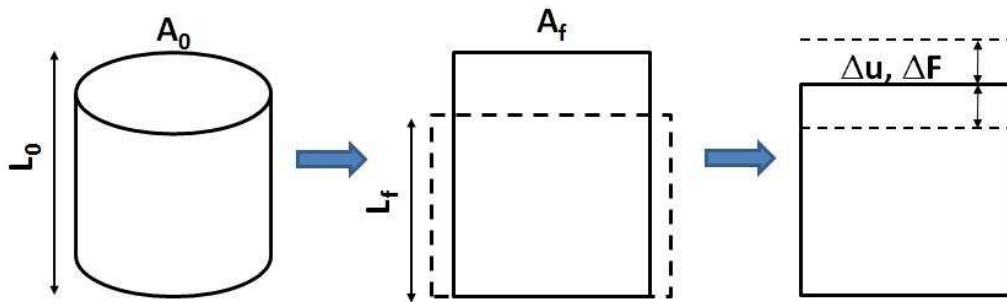


Figura 7: Geometría y esquema del modelo del ensayo.

Una vez obtenidos los resultados de las tensiones y deformaciones en función del tiempo se realiza un post-procesamiento de los datos para calcular los módulos de almacenamiento y de pérdida. En la Figura 8 se muestra el esquema y nomenclatura para determinar el valor de los módulos a partir del gráfico de tensiones vs. deformaciones (NHTSA, 2005)

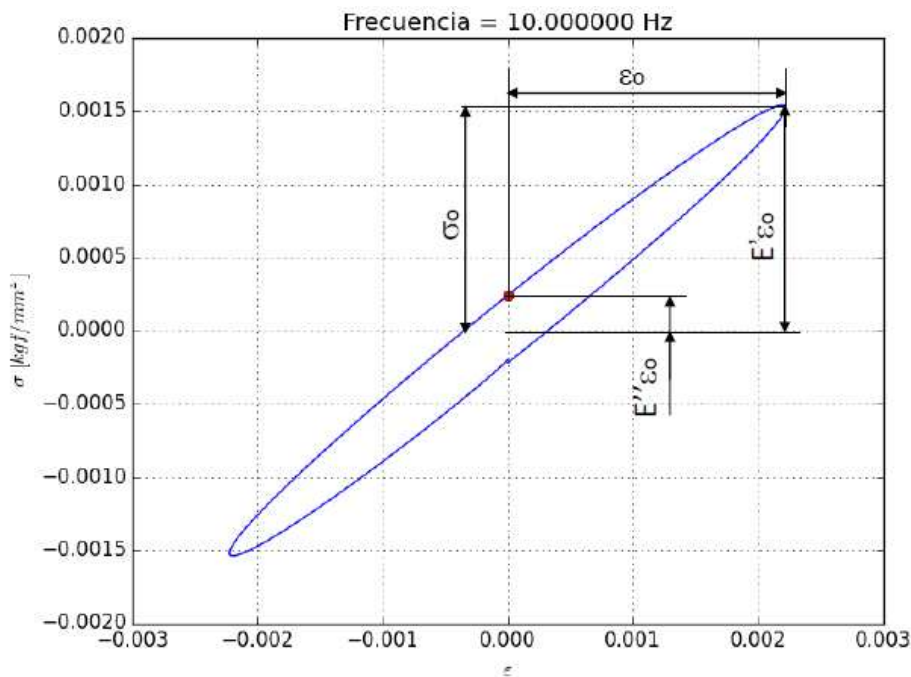


Figura 8: Cálculo de los módulos de almacenamiento y de pérdida.

Teniendo en cuenta la [Figura 8](#), calculamos lo siguiente

$$E^* = E' + i E'' \quad (6)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{E''}{E'} \quad (7)$$

$$\sigma_o = |E^*| \varepsilon_o \quad (8)$$

La ecuación (6) representa el módulo complejo, cuyas partes real e imaginaria son el módulo de almacenamiento y el módulo de pérdidas, respectivamente. El argumento de dicho número complejo es la ecuación (7), que da una medida de cuánta pérdida de energía hay por fenómenos viscoelásticos.

Estos resultados se comparan con los obtenidos utilizando la optimización mediante la implementación del algoritmo GRG. En caso de que haya una diferencia considerable, se modifica la constante  $C_{10}$  y el modelo es analizado nuevamente. Se extraen los valores medios de los resultados de tensiones y deformaciones para luego graficarlas en un mismo plano, y de esta manera lograr calcular los módulos de interés, como se observa en la [Figura 8](#).

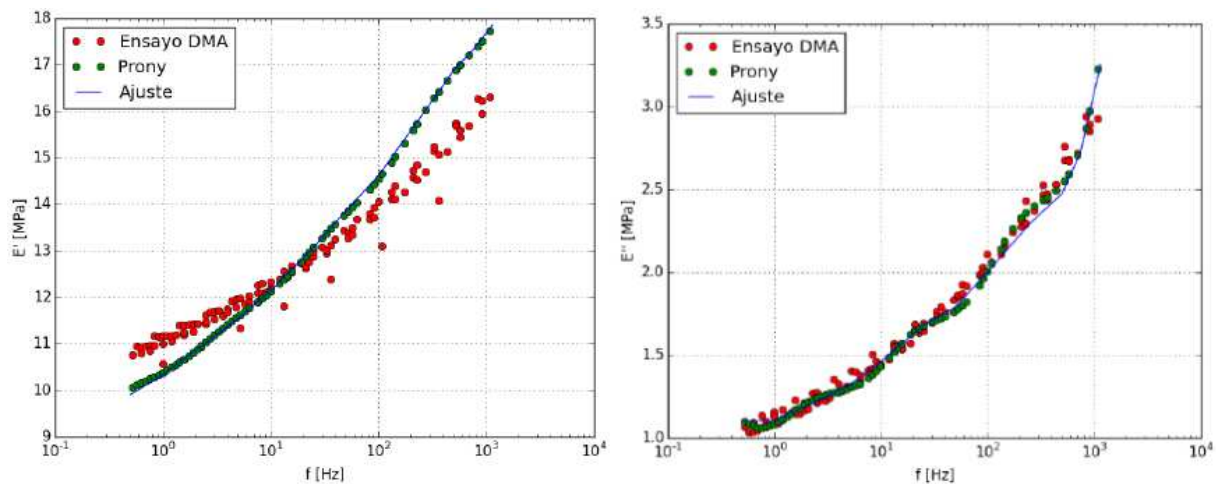


Figura 9: Respuesta del modelo del material luego de la calibración.

En la [Figura 9](#) se observa la respuesta de los modelos de los materiales luego de la calibración correspondiente. El ajuste de la curva respecto a los datos de ensayo para el módulo de pérdidas es muy preciso, pero no es así para el módulo de almacenamiento. Sin embargo, en el rango de frecuencias de deformación en el que trabaja la cubierta (aproximadamente 10 – 300 Hz) se tiene un error menor al 10% en el ajuste del módulo de almacenamiento.

Para el objetivo propuesto, se puso más énfasis en que esté mejor ajustado el módulo de pérdidas para tener una representación de la energía disipada por la deformación de la estructura debida a fenómenos viscoelásticos.



### 3 MODELO DE ELEMENTOS FINITOS DEL NEUMÁTICO

Las simulaciones llevadas a cabo muestran que el CRR depende fuertemente de las propiedades mecánicas de los materiales, y éstas varían notablemente con la temperatura. Es por este motivo que se desarrolló un procedimiento de análisis para tener en cuenta los cambios de temperatura en el modelo del neumático (Ebbott et al., 1999; Behnke y Kaliske, 2015).

#### 3.1 Procedimiento de Análisis

El CRR se obtiene según el procedimiento detallado en la Figura 10.

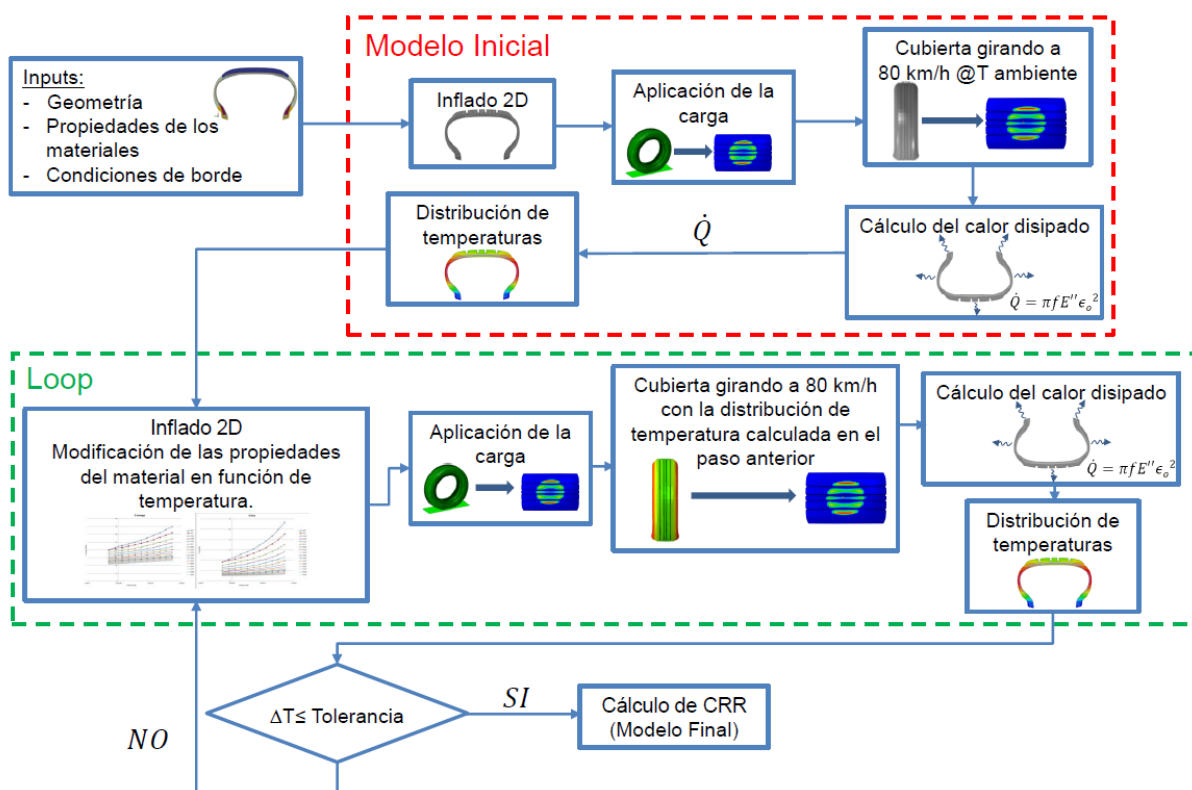


Figura 10: Esquema del procedimiento para el cálculo del CRR.

#### 3.2 Primer Etapa

FATE cuenta con una herramienta propia para crear el modelo completo axisimétrico de un neumático, teniendo en cuenta todos sus componentes (incluso los refuerzos) (Kuster et al., 2015). A partir de dicho modelo, se utiliza la herramienta SMG (*Symmetric Model Generation*) de Abaqus para obtener un modelo tridimensional. La Figura 11 muestra la secuencia desde una imagen de la sección transversal del neumático, la malla con la asignación de materiales y propiedades correspondientes, hasta el modelo tridimensional final.

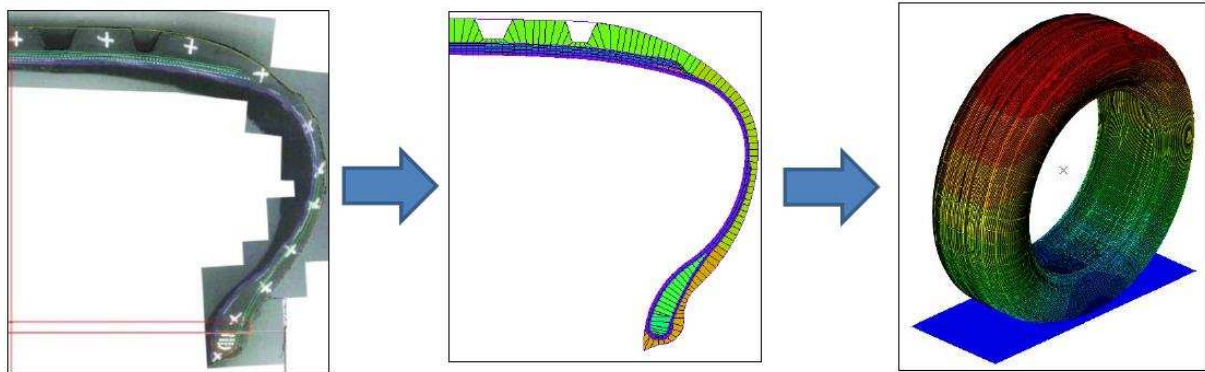


Figura 11: Etapas del modelado.

### 3.3 Segunda Etapa

Se corre un análisis inicial considerando las propiedades de los materiales a la temperatura ambiente (misma condición que al inicio del ensayo de Resistencia a la Rodadura), mediante la estrategia de STT (*Steady State Transport*). Una vez que se consigue la condición de rodadura libre a 80 km/h, el calor generado por las pérdidas debidas a la viscoelasticidad se usan como input para un modelo axisimétrico de transferencia de calor para obtener la distribución de temperaturas a esa condición de servicio.

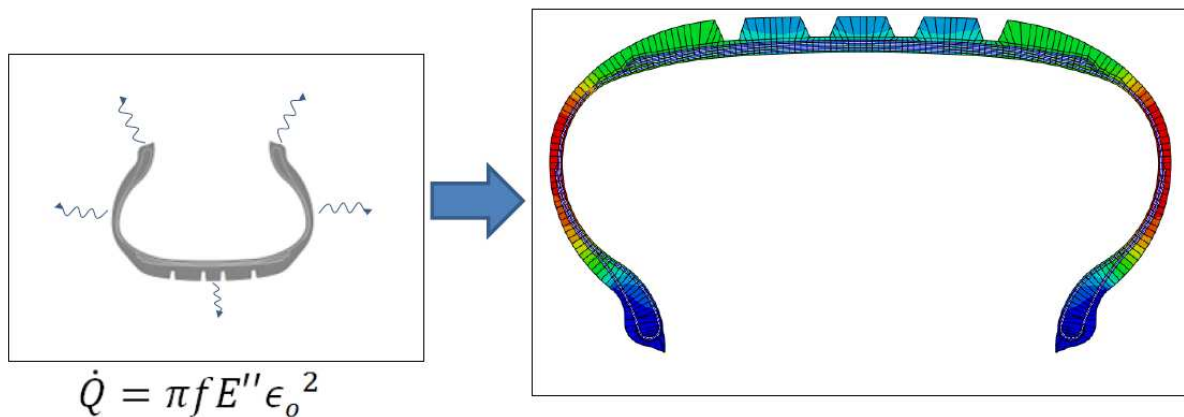


Figura 12: Distribución de temperaturas debida a la disipación de calor.

La condición de rodadura libre se logra aplicando una velocidad angular en el análisis SST, pero dicha velocidad no se puede calcular exactamente ya que el neumático se deforma al estar girando con una carga aplicada. Es por este motivo que utilizamos la subrutina UMOTION (SIMULIA, 2014), implementada en FORTRAN la cual se acopla a Abaqus en tiempo de ejecución del *solver*.

### 3.4 Tercer Etapa

El análisis continúa ingresando a un ciclo donde se analiza un modelo del neumático girando a 80 km/h pero cambiando las propiedades del material correspondiente a cada elemento según las temperaturas obtenidas en el paso anterior. Este paso se repite hasta que la máxima variación de la temperatura nodal para todo el modelo es menor que una tolerancia dada. Utilizando una tolerancia de 0,1 °C, usualmente los modelos empleados convergen en dos iteraciones dentro del ciclo de calentamiento.

Las temperaturas promedio en cada elemento son guardadas en archivos de salida apropiados mediante la subrutina URDFIL, que es llamada dentro de la subrutina UMOTION.

### 3.5 Cuarta y Última Etapa

El valor del CRR se obtiene con el último análisis, luego de que el ciclo anterior haya terminado dando la distribución final de temperaturas. La subrutina UMOTION fue modificada según las necesidades del proyecto para que también determine el valor del CRR.

### 3.6 Modelo de Elementos Finitos para Transferencia de Calor

El modelo axisimétrico utiliza el calor generado debido a los fenómenos de la viscoelasticidad (Song et al., 1998; Wang et al., 2012) como fuentes de calor en cada elemento. Las condiciones de contorno son la temperatura en la llanta (la cual es considerada como constante a 25 °C) y ciertas superficies del neumático que intercambian calor mediante convección (Behnke y Kaliske, 2015). Dichas superficies se indican en la Figura 13 con el prefijo SH. Algunas de ellas están en contacto con la atmósfera y otras con el aire dentro del neumático. Fue considerada una temperatura exterior de 30 °C y una temperatura interna de 45 °C. Además, la temperatura inicial de todo el modelo es de 25 °C.

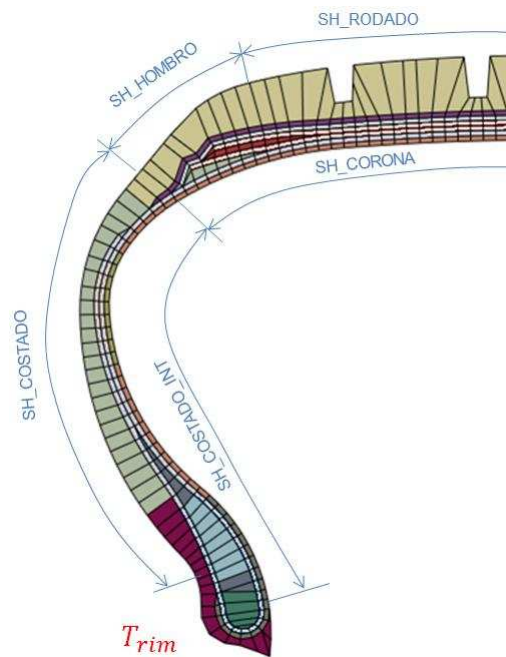


Figura 13: Superficies de convección.

### 3.7 Propiedades de los Materiales en Función de la Temperatura

Para conocer las propiedades del material para cada elemento según la temperatura, todos los materiales fueron calibrados entre 25 y 70 °C, con incrementos de temperatura de 5 °C. Cada material tiene una Serie de Prony asociada para cada temperatura dentro del rango considerado. Si la temperatura del elemento no coincide con la considerada para cada Serie de Prony, entonces las propiedades del material se ajustan usando la Fórmula de WLF (Williams-Landel-Ferry)

$$\log A = -\frac{C_1(T - T_0)}{C_2 + (T - T_0)} \quad (9)$$

donde  $A$  es el factor de desplazamiento,  $C_1$  y  $C_2$  son constantes empíricas,  $T_0$  es la temperatura de referencia usada para crear la curva maestra y  $T$  es la temperatura a la cual se requiere la propiedad de interés (Lorenz, 2014).

Las Figuras 14 y 15 muestran las curvas de los módulos de almacenamiento y de pérdida, respectivamente, a distintas temperaturas usando la curva a 60 °C como la de referencia, ya que los ensayos se realizaron a esa temperatura.

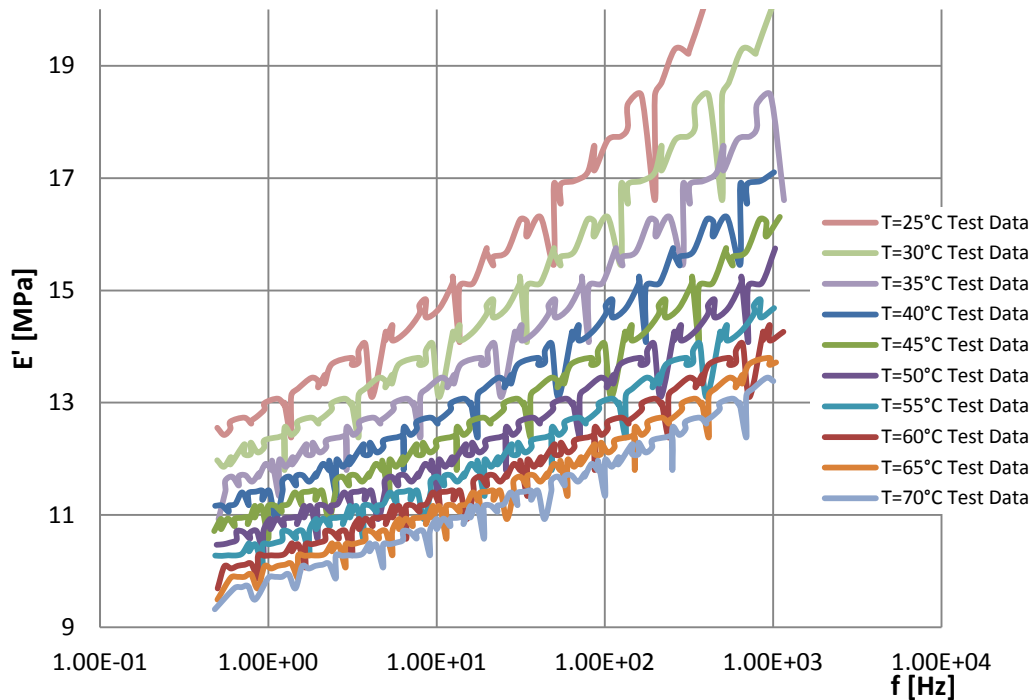


Figura 14: Módulo de almacenamiento en función de la frecuencia para distintas temperaturas.

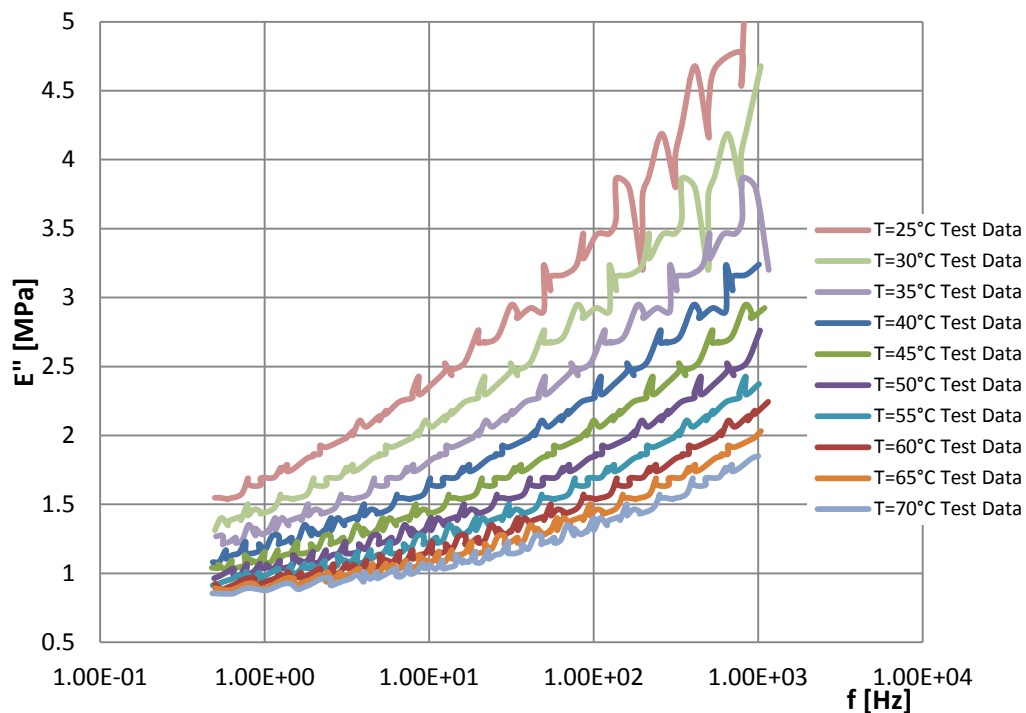


Figura 15: Módulo de pérdida en función de la frecuencia para distintas temperaturas.

En la [Figura 16](#) se observa cómo es la distribución de una propiedad de los materiales según la temperatura de cada elemento.



Figura 16: Distribución de propiedad de materiales según temperatura de elemento.

### 3.8 Subrutinas

A lo largo de todo el proceso se utilizan algunas subrutinas de FORTRAN para Abaqus, además de algunos scripts en Python para leer resultados, escribir datos de inicio y gestionar todo el procedimiento.

La subrutina UMOTION es propia de Abaqus, específicamente lo que hace es para cada incremento del análisis cuasi-estático obtener la reacción en el grado de libertad del giro en el eje del neumático y con el valor inicial de velocidad angular, estimar un nuevo valor de velocidad angular para obtener un momento de reacción nulo. Estos pasos se repiten hasta que dicho momento sea menor que una tolerancia dada por el usuario. La experiencia demuestra que las iteraciones no logran determinar el valor de velocidad angular que corresponda a momento torsor nulo, es por ello que buscamos en los valores del momento aquellos en los cuales exista un cambio de signo: entonces interpolamos entre ellos y nos aseguramos de obtener la velocidad angular deseada tal que el momento torsor sea cero. Esto lo logramos con un script de post-procesamiento en Python. Una vez alcanzada la condición, se dice que el neumático está en rodadura libre y es cuando se calcula el CRR. Este cálculo está implementado dentro de la subrutina.

Otra subrutina de Abaqus utilizada es URDFIL, la cual entre otras cosas, permite leer resultados nodales, en puntos de integración o promedio para cada elemento, en tiempo de ejecución. Particularmente es utilizada para leer la temperatura promedio de cada elemento y guardar el resultado en archivos que luego serán leídos por el siguiente análisis.



## 4 VALIDACIÓN

### 4.1 Temperaturas en el Rodado

La distribución de temperaturas en el rodado fue medida con una cámara termográfica (marca Sonel, modelo KT-160), un ejemplo se muestra en la [Figura 17](#).

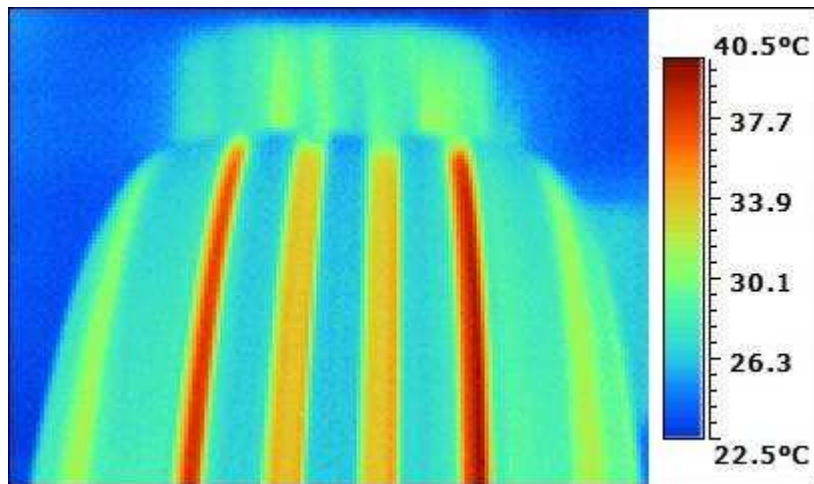


Figura 17: Distribución de temperaturas medida con cámara termográfica.

En la [Figura 18](#) se observa la comparación entre lo obtenido en los modelos numéricos y en los ensayos.

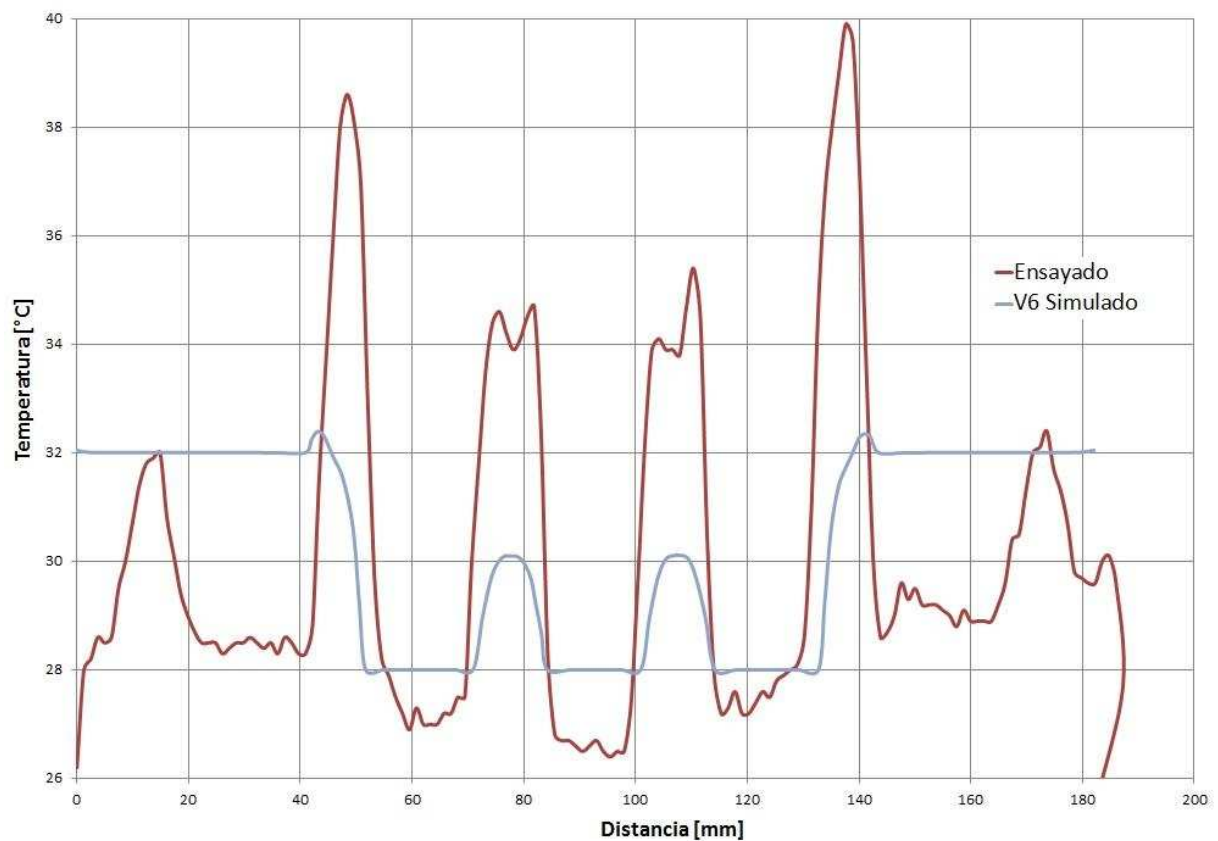


Figura 18: Comparación de temperaturas en el rodado.

Existe una diferencia notable que se observa en los picos de temperatura medidos en los canales del rodado y puede estar relacionada con cómo es el flujo de aire en dichas zonas. De esto depende fuertemente el coeficiente de transferencia de calor por convección.

#### 4.2 Valores de CRR

En la [Tabla 1](#) podemos ver los resultados de la máquina de ensayos y de nuestras simulaciones para nueve neumáticos. Entre ellos hay diferentes modelos y distintas medidas.

| Neumático | Medida    | CRR ensayo | CRR simulación | Diferencia [%] |
|-----------|-----------|------------|----------------|----------------|
| A         | 175/65R14 | 10,86      | 10,41          | 4,16           |
| B         | 175/65R14 | 10,59      | 10,68          | 0,85           |
| C         | 175/65R14 | 11,06      | 10,05          | 9,09           |
| D         | 205/55R16 | 6,44       | 6,82           | 5,89           |
| E         | 195/55R16 | 8,45       | 8,72           | 3,18           |
| F         | 185/60R15 | 11,56      | 11,10          | 3,95           |
| G         | 195/55R15 | 10,10      | 9,26           | 8,35           |
| H         | 205/55R16 | 9,21       | 9,25           | 0,48           |
| I         | 205/55R16 | 6,14       | 6,12           | 0,36           |

Tabla 1: Resultados de ensayos y de simulación.

#### 4.3 Sensibilidad de Malla

En la [Tabla 2](#) se presentan los resultados de simulaciones para el neumático I, pero con diferentes mallas. Se consideran las combinaciones de cantidad de elementos en el espesor del rodado ( $n$ ) y cantidad de elementos en la zona de pisada. Además, se combina con la cantidad de elementos en dirección circunferencial ( $m$ ). La [Figura 19](#) muestra cómo es la nomenclatura.

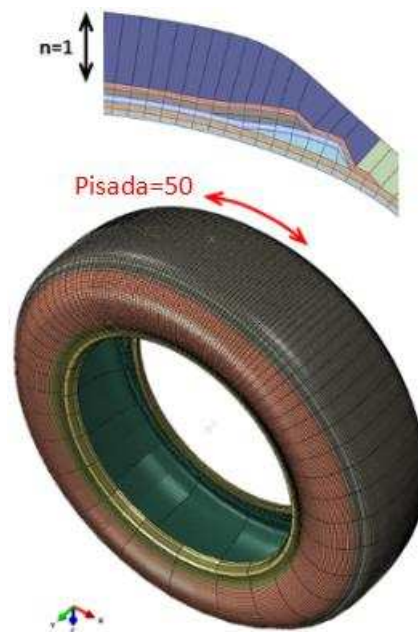


Figura 19: Nomenclatura para estudio de mallas.

| Modelo | CRR    |        | Elementos |     |
|--------|--------|--------|-----------|-----|
|        | $n=1$  | $n=2$  | Pisada    | $m$ |
| V1     | 6,1202 | 5,4874 | 25        | 17  |
| V2     | 6,1158 | 5,5054 |           | 34  |
| V3     | 6,0980 | 5,5181 |           | 50  |
| V4     | 6,0288 | 5,4046 | 50        | 17  |
| V5     | 6,0298 | 6,2612 |           | 34  |
| V6     | 6,0288 | 6,2504 |           | 50  |
| V7     | 6,8222 | 6,1861 | 75        | 17  |
| V8     | 6,8233 | 6,1824 |           | 34  |
| V9     | 6,8227 | 6,1816 |           | 50  |

Tabla 2: Resultados de simulaciones para el estudio de mallas.

## 5 CONCLUSIONES

La metodología adoptada para el cálculo del Coeficiente de Resistencia a la Rodadura arroja resultados aceptables, considerando que la diferencia porcentual promedio es de 4,03%, con una diferencia mínima de 0,36% y una máxima de 9,09%. Esa dispersión en los resultados se puede deber a variaciones en la fabricación de las muestras tomadas respecto a las especificaciones.

En estos modelos no se consideró la generación de calor debida a la fricción entre el rodado del neumático y el piso, la cual depende directamente del coeficiente de fricción.

Sobre la sensibilidad de la discretización de la malla, se concluye que la variación en la cantidad de elementos en la dirección circunferencial no influye en los resultados obtenidos. En cambio, la discretización que se haga en la zona de la pisada sí tiene fuerte repercusión en el resultado de la simulación. Se observa una relación entre cantidad de elementos en el espesor del rodado ( $n$ ) y en la pisada. Particularmente, si se modelan 25 elementos en la pisada y un elemento en el espesor ( $n = 1$ ) se obtienen resultados muy similares a los obtenidos si se considera una malla con 75 elementos en la zona de pisada y dos en el espesor del rodado. Los resultados obtenidos con las mallas mencionadas se corresponden con los de ensayo. A futuro se estudiará la calidad de los elementos de la malla para todos los casos analizados y determinar qué discretización es mejor en cuanto a tiempo de cálculo y error respecto al resultado de ensayo. De momento se optó por utilizar la variante V1 con un elemento en el espesor ( $n=1$ ) por presentar resultados coherentes con el ensayo y menor costo computacional (6hs con 8 núcleos Intel Xeon E5-4610 @ 2.30 GHz).

Como comentario adicional, el coeficiente de fricción considerado es constante en todo el parche de contacto, mientras que en la realidad ese coeficiente es variable dependiendo de la presión de contacto y velocidad de deslizamiento (*slip*) en el mismo.

Se observó que la calibración de temperaturas en el modelo (modificando el coeficiente de transferencia de calor por convección) permitió obtener resultados más aproximados. En términos generales se considera que los resultados obtenidos sin la calibración son de la suficiente precisión para utilizar esta nueva herramienta a la hora de evaluar el CRR de nuevos diseños de neumáticos.

El procedimiento utilizado para la calibración de los modelos de materiales a partir de los ensayos resultó apropiado al ver los resultados obtenidos.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento a la empresa FATE SAICI por su permiso para publicar este trabajo y también agradecer por su colaboración en la realización de ensayos al personal de Desarrollo de Materiales, Ingeniería de Producto y al Centro de Ensayos de la misma empresa.

## REFERENCIAS

- Behnke, R. y Kaliske, M., Thermo-mechanically Coupled Investigation of Steady State Rolling Tires by Numerical Simulation and Experiment. *Mechanics of Rubber*, 68:101-131, 2015.
- Bergstrom, J., *Mechanics of Solid Polymers. Theory and Computational Modelling*. Elsevier, 2015.
- Dalrymple, T. y Choi J., *Elastomer Rate-dependence: A Testing and Material Modelling Methodology*. Rubber Division of the American Chemical Society, 2007.
- Ebbott, T., Hohman, R., Jeusette, J.-P. y Kerchman, V., Tire Temperature and Rolling Resistance Prediction with Finite Element Analysis. *Tire Science and Technology*, 27:2-21, 1999.
- International Standard, *ISO/FDIS 28580*. ISO, 2009.
- Kuster, J., Toscano, B., Curtosi, G. y Arechaga, T., *Numerical Simulation Applied to the Tire Industry*. Pan-american Congress on Computational Mechanics, 2015.
- Lorenz, B., Pyckhout-Hintzen, W. y Persson, B., Master Curve of Viscoelastic Solid: Using Causality to Determine the Optimal Shifting Procedure and to Test the Accuracy of Measured Data. *Polymer*, 55:565-571, 2014.
- National Highway Traffic Safety Administration (NHTSA), *Mechanics of Pneumatic Tires*. U. S. Department of Transportation, 2005.
- Reza Ghoreishy, Mir H., Determination of the Parameters of the Prony Series in Hyper-viscoelastic Material Models Using the Finite Element Method. *Materials & Design*, 35:791-797, 2012.
- SIMULIA, *Abaqus User's Manual*. Dassault Systèmes, 2014.
- SIMULIA, *Abaqus User Subroutines Reference Guide*. Dassault Systèmes, 2014.
- Song, T., Lee, J. y Yu, H., *Rolling Resistance of Tires – An Analysis of Heat Generation*. SAE Technical Paper 980255, 1998.
- Unrau H., Zamow J. y Porsche F. *TYDEX-FORMAT. Description and Reference Manual*, 1997.
- Wang, Y., Wei, Y., Feng, X. y Yao, Z., Finite Element Analysis of the Thermal Characteristics and Parametric Study of Steady Rolling Tires. *Tire Science and Technology*, 40:201-218, 2012.
- Yang, X., Olatunbosun, O., y Bolarinwa, E., Materials Testing for Finite Element Tire Model. *SAE Int. J. Mater. Manuf.* 3(1):211-220, 2010.