

ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE ELEMENTOS FINITOS PLANOS ANTE EL FENOMENO DE LOCALIZACIÓN

Hernán G. Kunert, Guillermo J. Etse

*CEMNCI, Centro de Métodos Numéricos y Computacionales en Ingeniería
Universidad Nacional de Tucumán -Av. Roca 1800, 4000 S. M. de Tucumán, Argentina
e-mail: hgkunert@yahoo.com.ar*

Palabras clave: Daño, Localización, Elementos finitos.

Resumen La metodología de simulación computacional de procesos de falla localizada en sólidos basada en el criterio de fisura difusa (Smearred crack approach) requiere dos componentes fundamentales: (i) modelo constitutivo que reproduzca la condición de tensión máxima del material para todo estado posible de carga, con la capacidad de reproducir la cinemática de falla localizada (continuidad de velocidades y discontinuidad de gradientes de velocidades) en el sector de estados límites de tensión en que la falla material viene acompañada por concentraciones de fisuras y/o grietas. (ii) una formulación de elemento finito apropiada para reproducir a nivel numérico en el dominio del elemento las propiedades cinemáticas de la falla localizada (dirección, intensidad, espesor) cuando ésta es detectada a nivel material o de punto de integración.

En el último tiempo la comunidad científica internacional ha prestado atención a la formulación de teorías constitutivas realistas para sólidos dúctiles, cuasifrágiles y frágiles descriptos en el marco del concepto de fisura difusa, sin embargo, estos importantes desarrollos a nivel constitutivo, no han sido acompañados por investigaciones sobre las prestaciones de las distintas formulaciones de elementos finitos continuos (basados en campos de desplazamientos o en campos mixtos desplazamiento-deformación o desplazamiento-tensión, etc.). Menos aun, han sido desarrollados estudios pormenorizados sobre las ventajas comparativas de las formulaciones isoparamétricas y mixtas frente a otras tales como las basadas en discontinuidades fuertes (E.W. Vieira Chaves, *Doc thesis, UPC, 2003*), X-FEM (P.J. Sánchez, *Tesis doc, UNL, 2006*), y/o elementos de interfase (C.M. Lopez Garello, *Tesis doc. UPC.*). Estas últimas han mostrado aisladamente, comportamientos apropiados en procesos de falla localizada. Sin embargo, no resulta claro aun la eficiencia de estas formulaciones para resolver procesos de falla difusa en las que el campo cinemático no presenta discontinuidades de ningún orden. En este trabajo se presentan los primeros resultados de una investigación doctoral destinada a evaluar comparativamente las prestaciones de un gran espectro de formulaciones de elementos finitos en procesos de falla difusa y localizada de sólidos. En esta primera etapa se evalúa la capacidad de formulaciones de elementos finitos de 4 nodos, isoparamétricos y mixtos para reproducir las propiedades de localización en materiales elastoplásticos tipo J2 en estados planos de tensión-deformación. Esta comparación se realiza desde el punto de vista de las direcciones de localización, ancho de banda y estado límite de tensiones que predicen las discretizaciones basadas en los diferentes elementos finitos que se consideran en este análisis. Las propiedades de localización (dirección y estado crítico tensional) de los materiales anelásticos considerados y que son utilizados como referencia en la evaluación de las predicciones de las discretizaciones de elementos finitos, son obtenidas mediante la solución numérica de la condición de singularidad del tensor acústico.

1. INTRODUCCION

El método de elementos finitos es actualmente una herramienta de cálculo habitual en diferentes campos de la mecánica del sólido. Si bien al presente se ha alcanzado un importante desarrollo en lo relacionado a formulaciones materiales y tecnologías de elementos finitos (Jirásek,1998; Armero, 1995) existe una necesidad marcada en lo relacionado al estudio comparativo de la eficiencia de diferentes metodologías o estrategias de elementos finitos para captar comportamientos de falla difusas y localizadas (Etse, 1991; Etse, 1994; De Borst, 1993, Etse, 1999), asociadas estas últimas con fuertes saltos en los campos de deformaciones y tensiones.

La experiencia práctica demuestra que el mecanismo de colapso de materiales de uso industrial tales como hormigones, aceros, suelos, cerámicos, etc. fallan por mecanismos que producen una alta concentración de deformaciones en zonas localizadas del material, al mismo tiempo que otras zonas se relajan. Cada material, de los mencionados anteriormente, presenta morfologías de falla típica como son las bandas de corte en metales dúctiles, las fisuras en hormigones o las superficies de deslizamiento en suelos. Tales mecanismos a un nivel micro mecánico se originan en los llamados micro huecos o poros para los metales y en las micro fisuras del hormigón que luego coalescen y se propagan resultando, a nivel estructural, en comportamientos de ablandamiento (disminución del estado tensional ante el aumento de deformaciones). La idea de asociar la localización de deformaciones al comportamiento constitutivo se fundamenta en que la misma se manifiesta súbitamente y puede tener lugar aun para estados homogéneos de tensión, con lo cual su existencia dependerá de la presencia de inestabilidades a nivel de las leyes de evolución material.

Si bien existen en la actualidad múltiples líneas de investigación que intentan abordar el fenómeno de localización de deformaciones en sólidos (modelos de fisuración discreta, modelos de continuo enriquecido y modelos con discontinuidades embebidas, por intentar alguna clasificación) en esta primera etapa de trabajo se pretende mostrar el desempeño de los clásicos elementos de 4 nodos estándar (y algunas variantes bien conocidas -integración reducida, modos incompatibles-) y del elemento plano rectangular de 8 nodos estándar ante el fenómeno de localización.

La metodología de simulación computacional de procesos de falla localizada en sólidos basada en el criterio de fisura difusa (smeared crack approach) requiere de dos componentes fundamentales: (i) modelo constitutivo que reproduzca realísticamente la condición de tensión máxima del material para todo estado posible de carga, con la capacidad de reproducir la cinemática de falla localizada (continuidad de velocidades y discontinuidad de gradientes de velocidades) en el sector de estados límites de tensión en que la falla material viene acompañada por concentraciones de fisuras y/o grietas. (ii) una formulación de elemento finito apropiada para reproducir a nivel numérico en el dominio del elemento, las propiedades cinemáticas de la falla localizada (dirección, intensidad, espesor) cuando ésta es detectada a nivel material o de punto de integración.

En este trabajo se presenta la condición de localización y se muestra su implementación práctica. Luego la misma se aplica al estudio de los estados tensionales factibles de localizar para un modelo elastoplástico de von Mises en estado plano de tensiones.

Seguidamente, valiéndose de la misma metodología, se evalúan el comportamiento ante el fenómeno de localización de cinco formulaciones básicas de elementos finitos bidimensionales.

2. CONDICION DE FALLA LOCALIZADA

El indicador de falla localizada corresponde al mecanismo de saltos de segundo orden en la cinemática de sólidos. Es decir, se presenta una discontinuidad en el campo de gradientes de velocidades, mientras que las velocidades propiamente dichas permanecen continuas. Supóngase un sólido homogéneo, sometido a carga cuasi estática monótona creciente en pequeñas deformaciones, sobre el que se pretende estudiar la condición de localización y bifurcación de la respuesta. Se considera un plano de discontinuidad de deformaciones ε , caracterizado por su normal n , donde los desplazamientos u y las velocidades \dot{u} permanecen continuos aun después de que localice (Oller, 2001). El gradiente espacial de las velocidades exhibirá un salto al cruzar este plano.

Considerando la condición de compatibilidad de Maxwell (Ortiz, 1987) en el plano de discontinuidad y un modelo constitutivo dado por la relación $\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{EP} \varepsilon_{kl}$ donde C_{ijkl}^{EP} es el tensor material tangente en régimen elastoplástico, los estados de tensión y deformación a cada lado de la discontinuidad son

$$\dot{\sigma}_{ij}^+ = \left(C_{ijkl}^{EP} \right)^+ \dot{\varepsilon}_{kl}^+ \quad (1)$$

$$\dot{\sigma}_{ij}^- = \left(C_{ijkl}^{EP} \right)^- \dot{\varepsilon}_{kl}^- \quad (2)$$

Donde los tensores constitutivos pueden ser diferentes, la variación temporal de la tensión se escribe en el plano de discontinuidad.

$$[\dot{\sigma}_{ij}] = \dot{\sigma}_{ij}^+ - \dot{\sigma}_{ij}^- = C_{ijkl}^{EP} (\dot{\varepsilon}_{kl}^+ - \dot{\varepsilon}_{kl}^-) = \frac{1}{2} C_{ijkl}^{EP} (\dot{g}_k n_l + \dot{g}_l n_k). \quad (3)$$

Sustituyendo esta expresión en la condición de equilibrio en el contorno y teniendo en cuenta la simetría $C_{ijkl}^{EP} = C_{jilk}^{EP}$, resulta:

$$\begin{aligned} [\dot{t}] &= [n_i \sigma_{ij}] = n_i [\sigma_{ij}] = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} n_i C_{ijkl}^{EP} (\dot{g}_k n_l + \dot{g}_l n_k) = 0 \\ \frac{1}{2} n_i C_{ijkl}^{EP} \dot{g}_k n_l + \frac{1}{2} n_i C_{ijkl}^{EP} \dot{g}_l n_k &= 0 \\ (n_i C_{ijkl}^{EP} n_l) \dot{g}_k &\Rightarrow (n_i C_{ijkl}^{EP} n_l) m_k = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Siendo esta última la condición de localización en la cual $m_k = g_k / |g_k|$ es el versor unitario en la dirección g_k . Se define entonces la condición de localización en función del denominado tensor acústico $Q_{jk}^{EP} = n_i C_{ijkl}^{EP} n_l$ a partir de exigir que la ecuación (4) no tenga solución trivial, es decir:

$$\det[Q_{jk}^{EP}(n_k)] = 0 \Rightarrow \text{existe Falla Localizada} \quad (5)$$

Por tanto, aparecerá localización en el primer instante que exista una dirección n_k en la que el tensor acústico asociado posea valor nulo. Luego la localización se mantiene para la condición más general:

$$\text{Arg} \left\langle \text{Min} \left\{ \det[Q_{jk}^{EP}(n_k)] \right\} \right\rangle \leq 0 \Rightarrow \text{Falla Localizada} \quad (6)$$

3. EVALUACION NUMERICA DE LA CONDICION DE LOCALIZACION

Para realizar el análisis de localización se evalúa el tensor material acústico o de

localización Q_{ij} cuya expresión, como se dijo, es:

$$Q_{rs} = n_i C_{irsj}^{EP} n_j. \quad (7)$$

Donde C_{irsj}^{EP} = tensor elastoplástico tangente de cuarto orden y n_i = vector normal a la superficie de discontinuidad. Este vector en 2D, que es el caso que nos ocupa, tendrá las componentes $(n_1, n_2, n_3) = (\cos \beta, \text{sen} \beta, 0)$

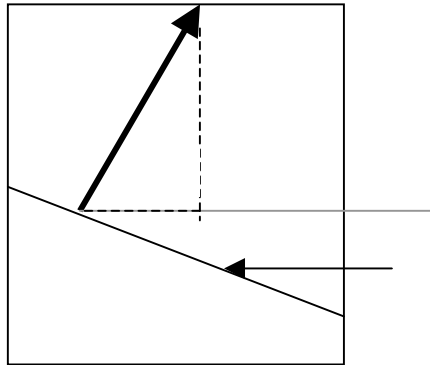


Figura 1: Esquema normal-discontinuidad

A partir del tensor elastoplástico tangente continuo (Oliver, 2000),

$$C_{ijkl}^{EP} = C_{ijkl} - \frac{C_{ijpq} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{pq}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{rs}} C_{rskl}}{\frac{\partial \sigma_{fl}}{\partial \alpha} + \frac{\partial F}{\partial \sigma_{pq}} C_{pqrs} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{rs}}}. \quad (8)$$

Siendo C el tensor de constantes elásticas (Malvern, 1969), F la función de fluencia, G el potencial plástico y α la variable de estado en endurecimiento/ablandamiento.

Como es sabido, en el tensor material elastoplástico tangente intervienen derivadas de las funciones escalares F y G , que en el caso de plasticidad asociada, como el considerado en este trabajo, coinciden.

La función de fluencia en el caso de von Mises toma la forma

$$F_{VM}(\sigma) = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2]} + 3[\sigma_{13}^2 + \sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2] - \sigma_{fl}(\alpha) = 0 \quad (9)$$

Siendo $\sigma_{fl}(\alpha)$ la tensión de comparación que coincide con el límite elástico del ensayo uniaxial.

La evolución de la tensión de fluencia o comparación viene dada por

$$\sigma_{fl} = \sigma_e + H\alpha. \quad (10)$$

Donde σ_e = tensión límite de ensayo uniaxial, para $\alpha=0$; H es el parámetro de endurecimiento y α es la variable de endurecimiento/ablandamiento.

Con la definición de estas funciones es posible entonces evaluar cada una de las componentes del tensor elastoplástico. Y, a partir de este pueden evaluarse las componentes del tensor acústico de segundo orden

$$Q_{jk} = N_1 C_{1jk1}^{EP} N_1 + N_1 C_{1jk2}^{EP} N_2 + N_2 C_{2jk1}^{EP} N_1 + N_2 C_{2jk2}^{EP} N_2. \quad (11)$$

Luego, para β (ver figura 1) variando de 0° a 180° cada 5° se calcula $(n_1, n_2) = (\cos \beta, \sin \beta)$ y las componentes de tensor acústico. Con éstas componentes se calcula el determinante para cada ángulo. El mínimo determinante de Q indica la dirección de localización crítica n_{cri} como se mostró anteriormente. En realidad, se normaliza esta expresión dividiéndola por el determinante de tensor acústico elástico, es decir, en adelante se graficará el cociente siguiente:

$$\frac{\det(Q^{EP})}{\det(Q^E)} \rightarrow \text{en función del ángulo } \beta. \quad (12)$$

4. PREDICCIÓN DE FALLA LOCALIZADA DEL CRITERIO J2

Al efecto de mostrar los estados tensionales susceptibles de localizar en el caso del modelo J2 se ilustra en la Figura 2 la elipse de estados límites para el caso bidimensional de tensiones principales $\sigma_1 - \sigma_2$. En la figura 3 se muestra el estado tensional representativo de cada punto.

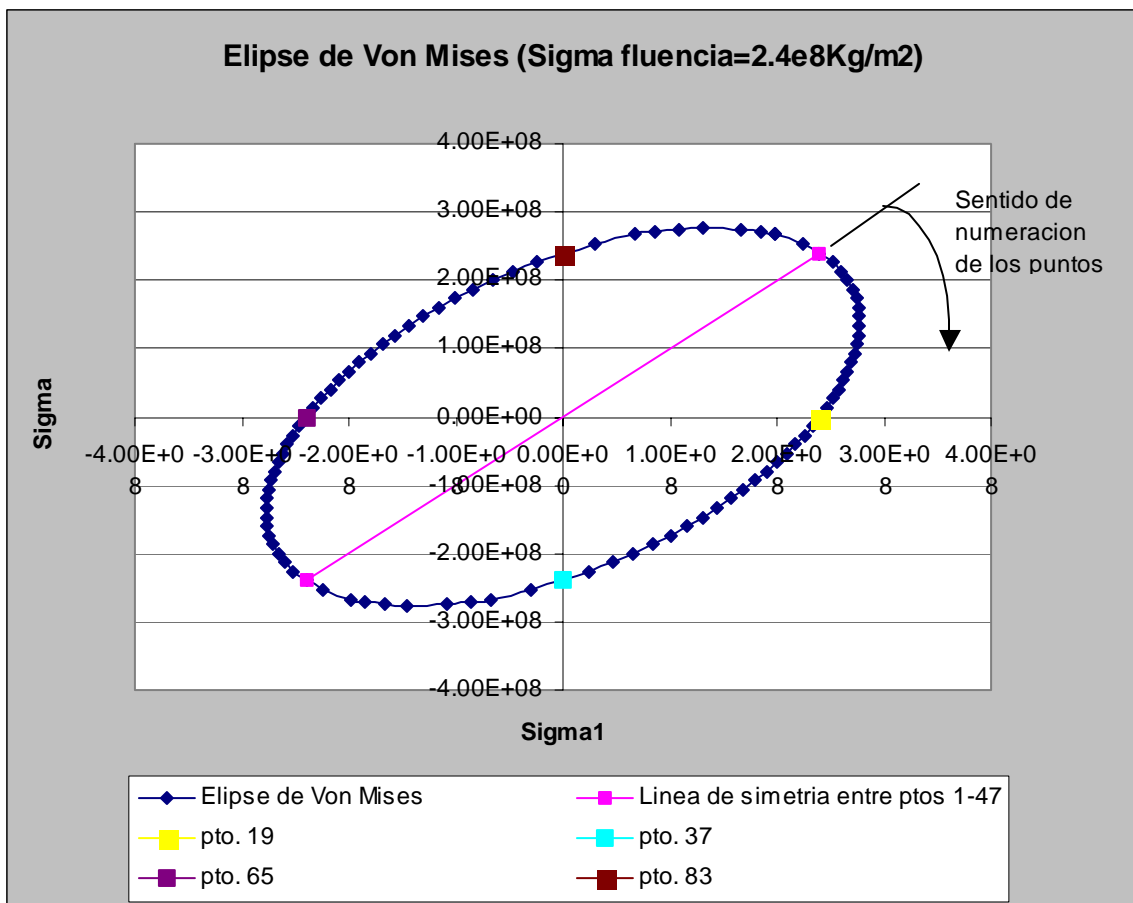


Figura 2: Elipse de von Mises en espacio bidimensional de tensiones principales

Seguidamente se evalúan en cada punto de tensiones límites sobre la elipse el tipo de falla al que corresponde, es decir, falla localizada (caso de singularidad del tensor de localización para dicho estado tensional y para una dirección crítica determinada) o falla difusa (no se verifica la singularidad del tensor de localización, por lo que el tipo de falla solo corresponde

a un pico de tensiones pero sin saltos o discontinuidades en los campos cinemáticos). Para todos los puntos se uso el parámetro H igual a la pendiente de la rama con endurecimiento de la curva material asumida (ver tabla 2 y figura 10)

En la Figura 4 se presentan las evoluciones de la condiciones de localización en aquellos estados tensiones que no indican falla localizada. Es decir, no se cumple la condición de localización o de singularidad del tensor acústico. Por el contrario, en la Figura 5 se detallan las evoluciones del determinante del tensor acústico para el caso de estados tensionales sobre la superficie de máxima resistencia J2 donde se verifica la condición de localización.

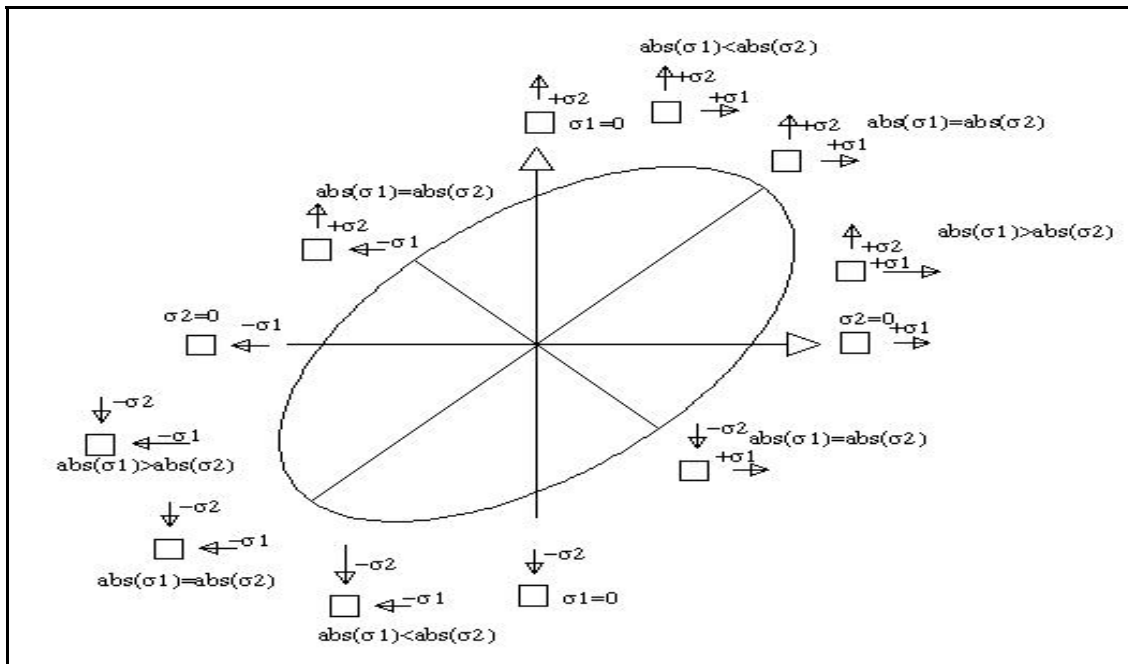


Figura 3: Estados tensionales representados por cada punto de la elipse

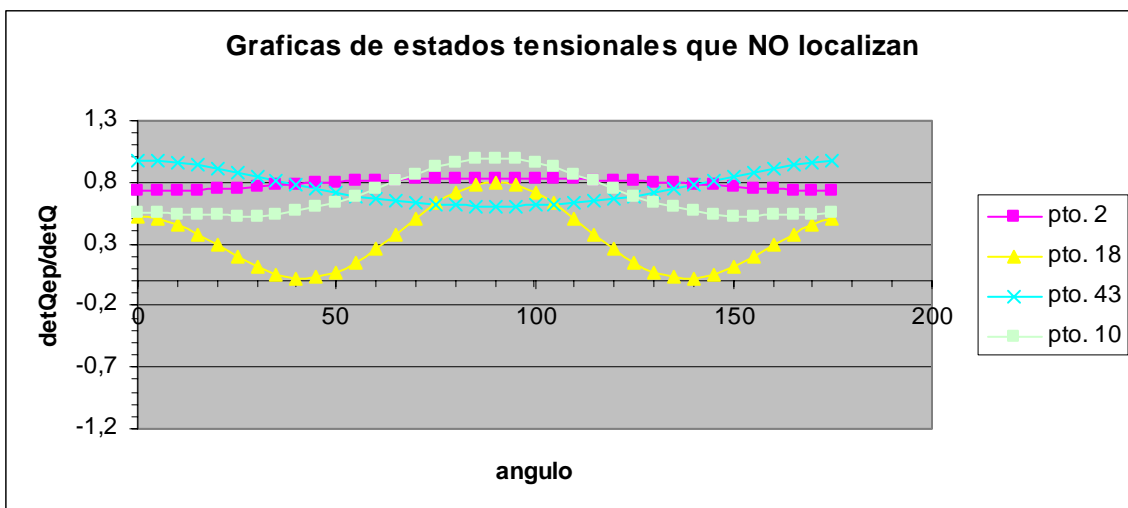


Figura 4: Evolución del $\det Q_{ep}/\det Q$ para puntos de elipse que NO localizan

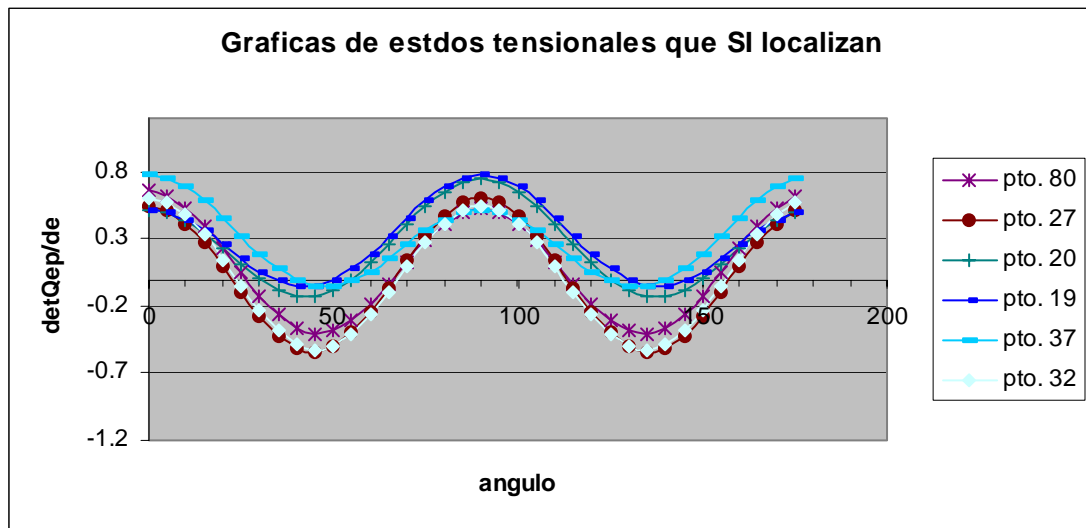


Figura 5: Evolución del detQep/detQ para puntos de elipse que SI localizan

Generalizando este análisis para todos los puntos de la elipse se llega a la tabla 1 que define las zonas susceptibles de localización.

Tensión ppal 1	Tensión ppal 2	Pto.	Localiza	Tensión ppal 1	Tensión ppal 2	Pto.	Localiza	Tensión ppal 1	Tensión ppal 2	Pto.	Localiza
2.40E+08	2.40E+08	1	no	8.41E+07	-7.44E+09	33	si	-2.40E+08	-4.08E+09	65	si
2.51E+08	0.00E+00	2	no	6.61E+07	-7.68E+09	34	si	-2.33E+08	-3.84E+09	66	si
2.60E+08	-2.40E+08	3	no	4.65E+07	-7.92E+09	35	si	-2.26E+08	-3.60E+09	67	si
2.66E+08	-4.80E+08	4	no	2.47E+07	-8.16E+09	36	si	-2.17E+08	-3.36E+09	68	si
2.71E+08	-7.20E+08	5	no	-2.38E-07	-8.40E+09	37	si	-2.09E+08	-3.12E+09	69	si
2.74E+08	-9.60E+08	6	no	-2.94E+07	-8.64E+09	38	no	-2.00E+08	-2.88E+09	70	si
2.76E+08	-1.20E+09	7	no	-6.80E+07	-8.88E+09	39	no	-1.90E+08	-2.64E+09	71	si
2.77E+08	-1.44E+09	8	no	-8.53E+07	-2.71E+08	40	no	-1.79E+08	-2.40E+09	72	si
2.77E+08	-1.68E+09	9	no	-1.08E+08	-2.75E+08	41	no	-1.68E+08	-2.16E+09	73	si
2.76E+08	-1.92E+09	10	no	-1.46E+08	-2.77E+08	42	no	-1.56E+08	-1.92E+09	74	si
2.75E+08	-2.16E+09	11	no	-1.67E+08	-2.75E+08	43	no	-1.44E+08	-1.68E+09	75	si
2.73E+08	-2.40E+09	12	no	-1.86E+08	-2.71E+08	44	no	-1.30E+08	-1.44E+09	76	si
2.70E+08	-2.64E+09	13	no	-1.99E+08	-8.88E+09	45	no	-1.16E+08	-1.20E+09	77	si
2.66E+08	-2.88E+09	14	no	-2.24E+08	-8.64E+09	46	no	-1.01E+08	-9.60E+08	78	si
2.62E+08	-3.12E+09	15	no	-2.40E+08	-8.40E+09	47	no	-8.41E+07	-7.20E+08	79	si
2.57E+08	-3.36E+09	16	no	-2.51E+08	-8.16E+09	48	no	-6.61E+07	-4.80E+08	80	si
2.52E+08	-3.60E+09	17	no	-2.60E+08	-7.92E+09	49	no	-4.65E+07	-2.40E+08	81	si
2.46E+08	-3.84E+09	18	no	-2.66E+08	-7.68E+09	50	no	-2.47E+07	0.00E+00	82	si
2.40E+08	-4.08E+09	19	si	-2.71E+08	-7.44E+09	51	no	0.00E+00	2.40E+08	83	si
2.33E+08	-4.32E+09	20	si	-2.74E+08	-7.20E+09	52	no	2.94E+07	4.80E+08	84	no
2.26E+08	-4.56E+09	21	si	-2.76E+08	-6.96E+09	53	no	6.80E+07	7.20E+08	85	no
2.17E+08	-4.80E+09	22	si	-2.77E+08	-6.72E+09	54	no	8.53E+07	2.71E+08	86	no
2.09E+08	-5.04E+09	23	si	-2.77E+08	-6.48E+09	55	no	1.08E+08	2.75E+08	87	no
2.00E+08	-5.28E+09	24	si	-2.76E+08	-6.24E+09	56	no	1.31E+08	2.77E+08	88	no
1.90E+08	-5.52E+09	25	si	-2.75E+08	-6.00E+09	57	no	1.67E+08	2.75E+08	89	no
1.79E+08	-5.76E+09	26	si	-2.73E+08	-5.76E+09	58	no	1.86E+08	2.71E+08	90	no
1.68E+08	-6.00E+09	27	si	-2.70E+08	-5.52E+09	59	no	1.99E+08	7.20E+08	91	no
1.56E+08	-6.24E+09	28	si	-2.66E+08	-5.28E+09	60	no	1.99E+08	7.20E+08	92	no
1.44E+08	-6.48E+09	29	si	-2.62E+08	-5.04E+09	61	no	2.24E+08	4.80E+08	93	no

1.30E+08	-6.72E+09	30	si	-2.57E+08	-4.80E+09	62	no	2.40E+08	2.40E+08	1	no
1.16E+08	-6.96E+09	31	si	-2.52E+08	-4.56E+09	63	no	Nota: ver conjuntamente con figura 6			
1.01E+08	-7.20E+09	32	si	-2.46E+08	-4.32E+09	64	no				

Tabla 1: Puntos de la elipse de Von Mises.

De lo que resulta claramente que los estados tensionales que se dan en el primer y tercer cuadrante son los susceptibles de localizar. Hecho que se resalta en la figura 6.

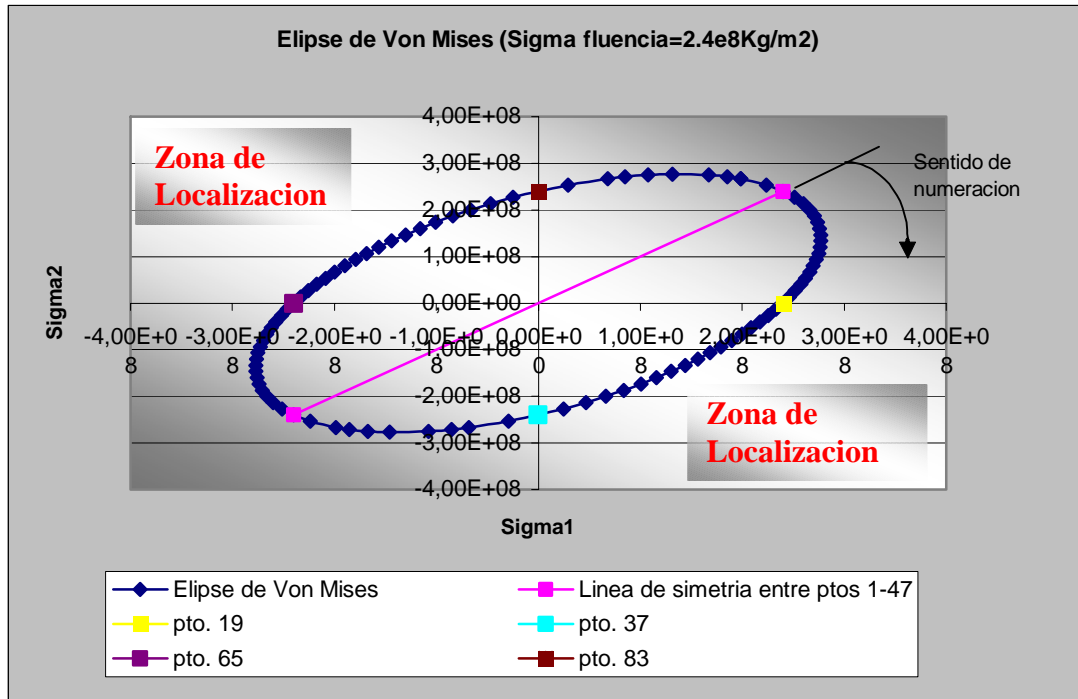


Figura 6: Sectores de la elipse cuyos estados tensionales localizan

5 COMPARACION DE LA PRESTACION DE ELEMENTOS FINITOS EN PROCESOS DE FALLA LOCALIZADA

Para obtener los estados tensionales se utiliza el programa de elementos finitos Abaqus Student 6.5. Se implementa en cada ensayo los parámetros materiales del acero común.

($E=2.1e11\text{Kg/m}^2$, $\nu=0.3$). La curva material (acero) asumida esta caracterizada de la forma

Deformación	Tensión
0	0
0.00114	240000000
0.00264	420000000
0.01164	1050000000

Tabla 2: Curva del material asumido.

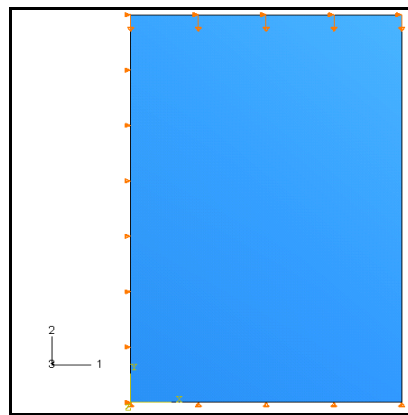


Figura 7: Condiciones de borde y desplazamientos impuestos en el ensayo uniaxial plano de compresión

La disposición del ensayo plano inhomogéneo de compresión modelado en cuanto a condiciones de borde y desplazamiento impuesto (-0.00005m) se presenta en la figura 7. Se utilizan 5 formulaciones diferentes de elementos finitos (en estado plano de tensiones), a saber:

- “CPS4” elemento finito isoparamétrico de 4 nodos bilineal.
- “CPS4R” elemento finito de 4 nodos bilineal con integración reducida.
- “CPS4I” elemento finito de 4 nodos bilineal con modos incompatibles de deformación.
- “CPS8” elemento finito de 8 nodos bicuadrático.
- “CPS3” elemento finito de 3 nodos lineal.

Las mallas utilizadas con cada elemento se muestran en la figura 8 y los puntos de Gauss de cada elemento en la figura 9.

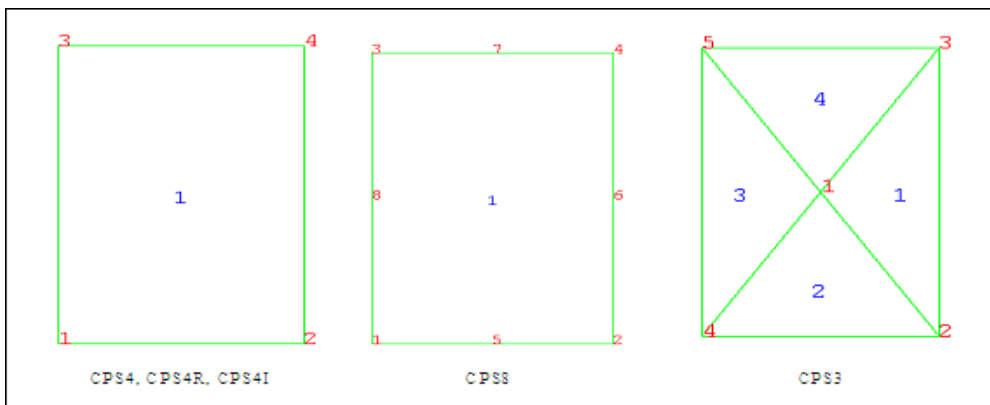


Figura 8: Mallas utilizadas para cada elemento (numeración de nodos y elementos)

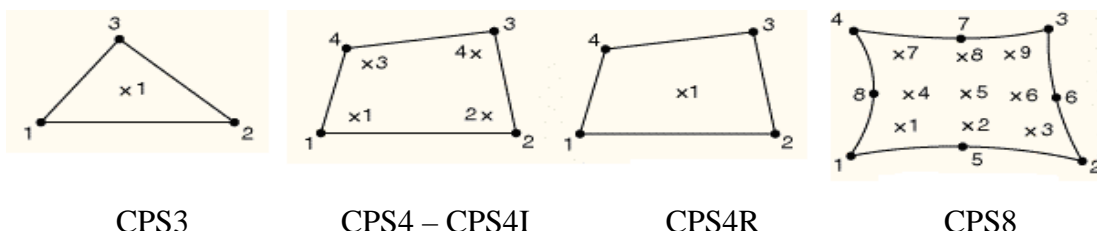


Figura 9: Puntos de Gauss para cada tipo de elemento y su numeración

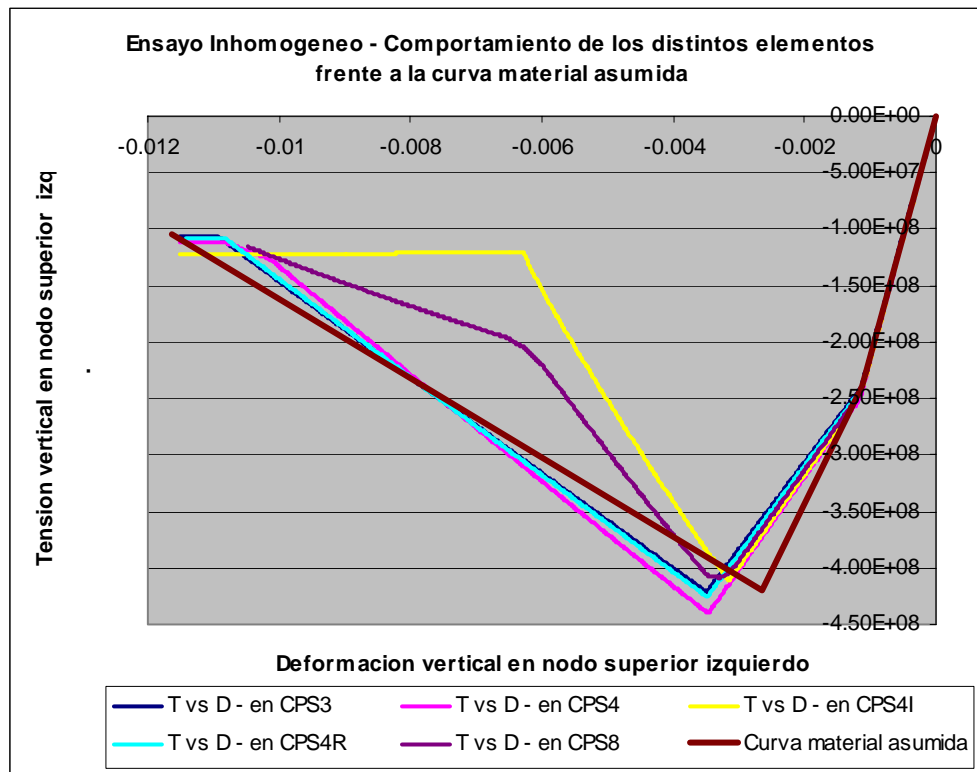


Figura 10: Comportamiento de los distintos elementos en el ensayo uniaxial plano inhomogeneo de compresión y comparación con el comportamiento material asumido.

Al efecto de observar el comportamiento o respuesta de cada elemento finito y compararlo con la curva material asumida (tabla 2) se presenta la figura 10. En ella se muestra la tensión en dirección vertical versus el desplazamiento en la misma dirección que se registra en el nodo superior izquierdo.

Se observa claramente el comportamiento superlativo de los elementos CPS4I y CPS8, dado que son los que reproducen con mayor precisión la tensión pico y la ductilidad correspondiente a dicha tensión. Asimismo, muestran un comportamiento de postpico fuertemente inestable con ablandamiento más pronunciado que el comportamiento material. Es importante destacar que, de todos los elementos con 4 nodos considerados, el CPS4I conduce a una respuesta similar, y aun más precisa, que la del elemento de 8 nodos. Los restantes dan respuestas más dúctiles que el elemento de 8 nodos y que el comportamiento del material. Concluimos, por lo tanto, que el elemento mixto de 4 nodos está asociado con un rango superior del espacio nulo o de singularidades de la matriz de rigidez en comparación al elemento estándar isoparamétrico. Esto le permite reproducir más ajustadamente las formas de falla de sólidos inelásticos como el analizado que, como veremos a continuación, presenta modo de falla localizada en esta historia de tensiones.

A continuación se evalúa la evolución del determinante del tensor acústico en los puntos de integración de tensiones de los diferentes elementos finitos utilizados en el ensayo numérico. Los estados tensionales donde se realiza esta evaluación se identifican con “e”, “pe” y “pa”; y corresponden a:

- El último incremento de la parte **elástica** (identificado con “e” en lo sucesivo)
- El límite de la parte de **plasticidad con endurecimiento** (“pe” en lo sucesivo)
- El límite de la parte de **plasticidad con ablandamiento** (“pa” en lo sucesivo)

Seguidamente, a modo comparativo, se analiza la evolución de $\det Q_{ep}/\det Q$ en elementos CPS4 y CPS4I.

5.1 Elemento CPS4

En la figura 11 se grafica el $\det Q_{ep}/\det Q$ en función del ángulo, únicamente para el ensayo con el elemento CPS4 estándar. La nomenclatura usada en cada serie tiene, por ejemplo, la forma: “**pe-CPS4-ip2**” que corresponde al límite de la “plasticidad con endurecimiento”, del punto de integración 2, del elemento CPS4. Esta nomenclatura se seguirá en toda esta sección, con la salvedad que para el ensayo CPS3 en lugar de punto de integración (que es único) se distinguirá entre los elementos de la malla considerada. En la figura 11 se muestran los resultados en los 4 puntos de integración del elemento CPS4 para los tres estados de tensiones considerados. Se observa que al final de la etapa elástica los puntos de Gauss inferiores (ip1 e ip2 –ver figura 9--) son los que presentan una tendencia a localizar en primer termino. Al final de la etapa de plasticidad con endurecimiento los puntos de integración 1 y 2 ya han localizado mientras que los dos puntos superiores aun no localizan. Sin embargo, si a estos dos últimos (ip3 e ip4) se los compara con sus correspondientes en el momento “e” se ve que el valor de su cociente $\det Q_{ep}/\det Q$ disminuyó desde un valor 0.4 a un valor 0.25 para las direcciones críticas dadas por los ángulos de 40° y 135° aproximadamente.

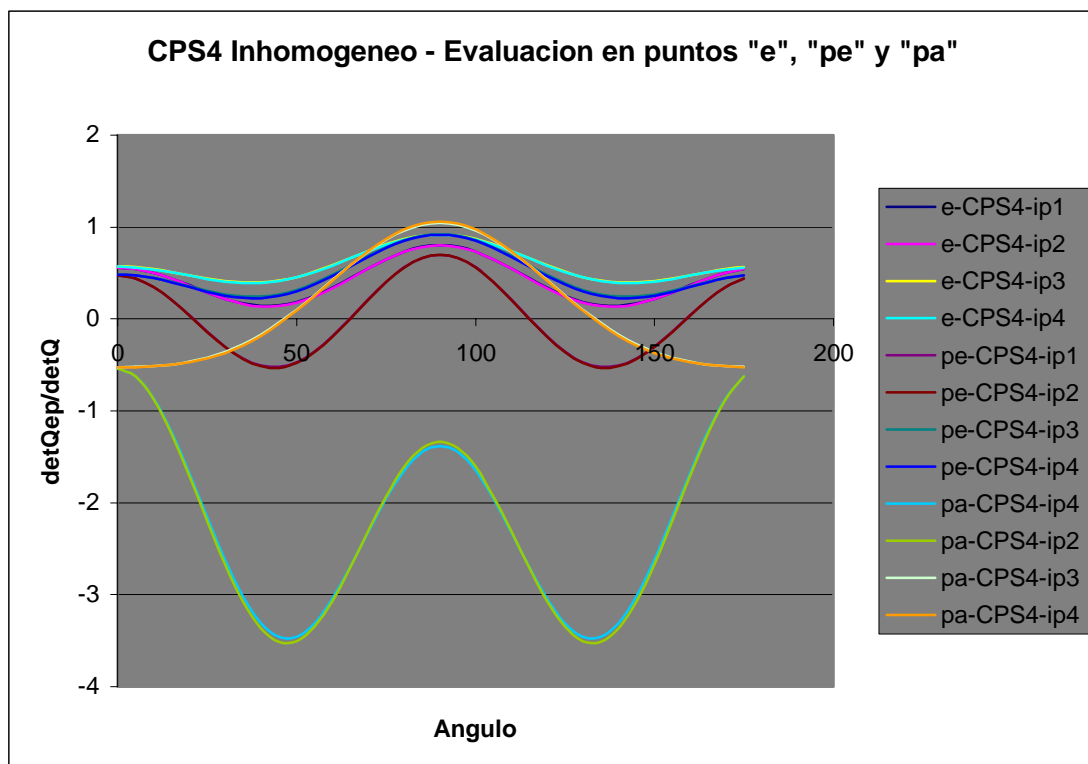


Figura 11: Evolución del $\det Q_{ep}/\det Q$ para el elemento CPS4 en los 3 estados tensionales considerados

5.2 Elemento CPS4I

En la figura 12 se presenta la evolución de $\det Q_{ep}/\det Q$ con la inclinación del plano de discontinuidad para los distintos puntos de Gauss del elemento CPS4I. Las observaciones que se pueden extraer son muy similares al caso CPS4, es decir, al final de la etapa elástica los puntos de integración inferiores (ip1 e ip2) tienen una mayor tendencia a la localización que los puntos de integración superiores (representados por el 4). Al final de la etapa plástica con

endurecimiento se ve que el punto 2 ha localizado mientras no lo ha hecho aun el 4, aunque en este caso, los valores absolutos del $\det Q_{ep}/\det Q$ son un poco mayores lo que demuestra una tendencia a localizar más rápidamente.

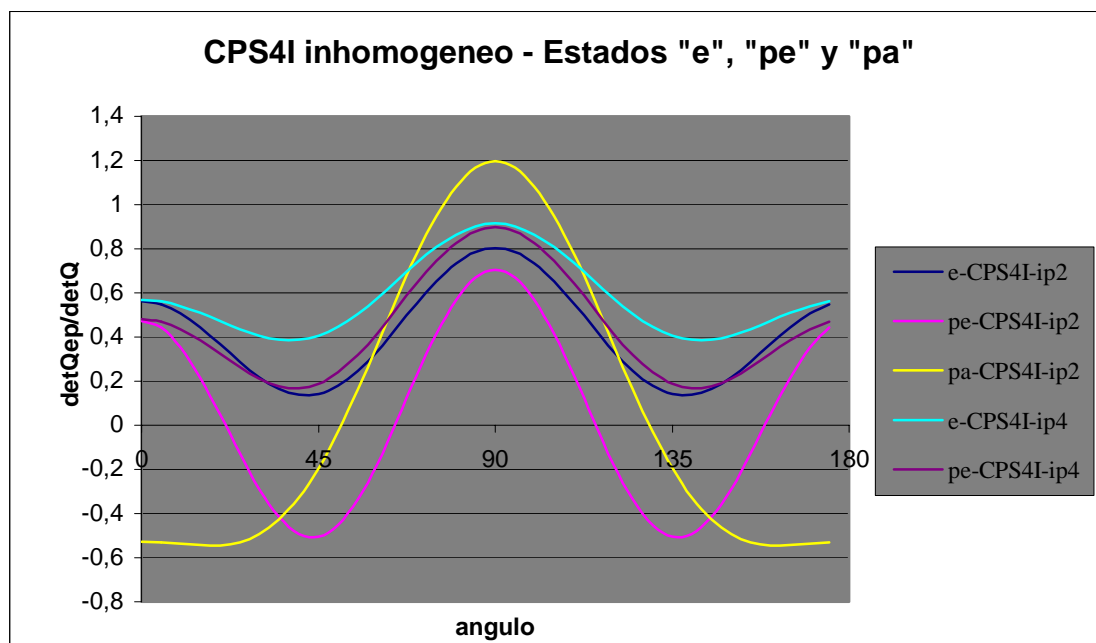


Figura 12: Evolución del $\det Q_{ep}/\det Q$ para el elemento CPS4I en los 3 estados tensionales considerados

El comportamiento de los puntos de integración al final de la etapa de ablandamiento es similar al visto para el elemento CPS4.

5.3 Comparaciones entre los elementos

Se muestra a continuación en la figura 13 el comportamiento de los distintos puntos de Gauss significativos de los diferentes elementos para el incremento final elástico de la curva tensión-deformación respectiva, estado "e". En la figura 14 se grafica lo mismo para el estado "pe".

De los resultados en la figura 13 se infiere que en ninguno de los puntos de integración de tensiones de cada uno de los elementos considerados se satisface la condición de falla localizada o de bifurcación discontinua del equilibrio. Sin embargo, los estados tensionales mas críticos en cuanto a la potencialidad de falla localizada son los correspondientes a los puntos de integración de los elementos CPS4, CPS8, CPS3 y CPS4R, en ese orden.

De los resultados en la figura 14 se deduce que en el estado límite del comportamiento de endurecimiento todos los elementos indican falla localizada en ciertos puntos de integración. Sin embargo, el análisis comparativo de esta figura 14 con la figura 10 conduce a la conclusión que son los elementos CPS4I y CPS8 los capaces de reproducir mas eficiente y flexiblemente a nivel estructural o de elementos finitos la cinemática de localización que manifiesta el sólido inelástico, ya que producen en este estado "pe" las respuestas menos dúctiles en todo el arreglo del elemento finito considerado en el ensayo.

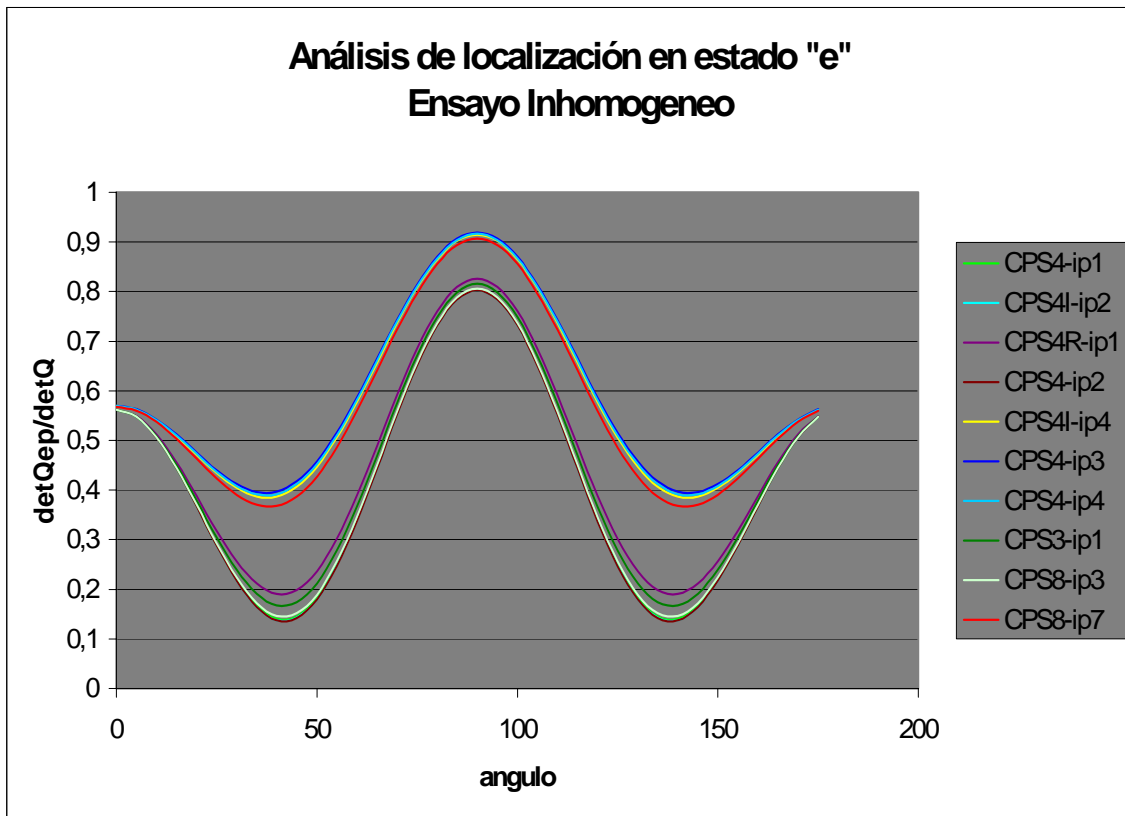


Figura 13: Evolución de $\det Q_{ep}/\det Q$ para cada elemento en estado "e"

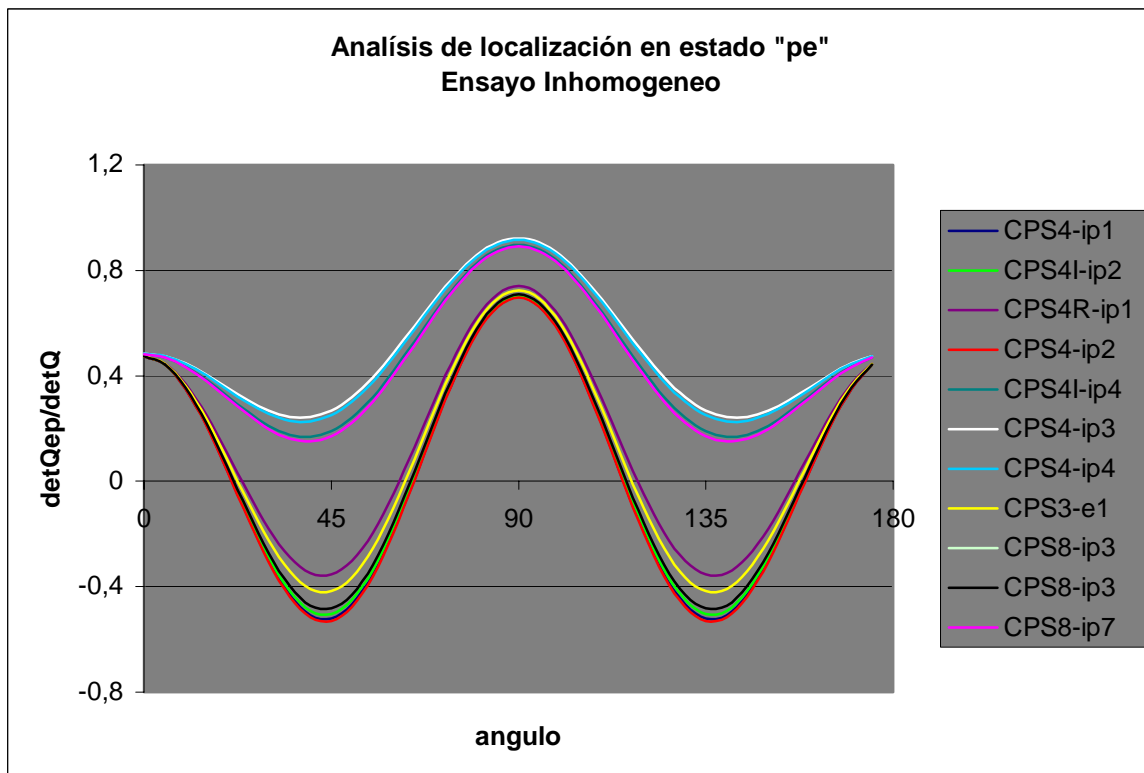


Figura 14: Evolución del $\det Q_{ep}/\det Q$ para cada elemento en estado "pe"

6. CONCLUSIONES

Se presentó en este trabajo el desarrollo para evaluar la condición de localización o de bifurcación discontinua del equilibrio en un material tipo J2 con plasticidad asociada.

El análisis comparativo de las prestaciones de diversas tecnologías de elementos finitos frente a historias de tensiones que involucran fallas localizadas demostró las ventajas del elemento de cuatro nodos con formulación mixta frente a los estándares isoparamétricos de 4 nodos. Este elemento muestra una prestación similar a la de los elementos de 8 nodos, aunque con bastante menor consumo numérico. El elemento de 4 nodos con formulación mixta muestra también un comportamiento superlativo en relación al arreglo de 4 elementos tipo CST que se incluyó en este estudio.

Los pasos futuros de la presente investigación involucran estudios comparativos de las prestaciones de elementos continuos con elementos tipo strong discontinuity y elementos de interface en caminos de tensiones que involucran procesos de falla difusa y localizada.

REFERENCIAS

- G. Etse, P. Steinmann and K. Willam, Computational Aspects of Localized Failure Simulations in Plain Concrete". *Int. RILEM/ESIS Publication on Fracture Processes in Concrete, Rock and Ceramics*. Eds. J.G.M. van Mier, J.G. Rots & A. Bakker. E&FN SPON, London-New York-Tokio. Vol. 2, págs. 651--660. 1991
- M. Jirásek. Comparative study on finite elements with embedded discontinuities. *Compt. Methods Appl. Mech. Engrg.* 188 (2000) 307-330, 1998
- F. Armero, and K. Garikipati, Recent advances in the analysis and numerical simulation of strain localization in inelastic solids. *In D. Owen, E. Oñate and H.E. (Eds.), Proc. International Conference on Computational Plasticity V*, pp 547-561, CIMNE, 1995
- G. Etse, and K. Willam. Assessment of Localized Failure in Plain Concrete. *Zeitschrift fuer angewante Mathematik und Mechanik*. T 234 -- T 236. 1994
- R. De Borst, L. Sluys., H. Muhlhaus, and J. Pamin. Fundamental issues in finite element analyses of localization of deformation. *Eng. Computation*, 10:99-121. 1993
- G. Etse, and K. Willam. Failure Analysis of Elasto-Viscoplastic Material Models. *Journal of Engg. Mechanics, ASCE*. Vol. 125, No. 1. 60-69. 1999.
- S. Oller, Fractura Mecánica, un enfoque global, primera edición. *CIMNE*, 2001.
- M. Ortiz, Y. Leroy, and A. Needleman. A finite element method for localized failure analysis. *Comp. Methods in App. Mech.* Nro.61, pag 189-214, 1987.
- X. Oliver Olivella, C. Agelet de Saracibar Bosch. Mecánica de medios continuos para ingenieros, *Ediciones UPC*, 2000.
- L. Malvern. Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium, *Prentice Hall*, 1969.