

MODELAGEM DO DESENVOLVIMENTO DE DANO EM MATERIAIS QUASE FRÁGEIS HETEROGÊNIOS UTILIZANDO UMA VERSÃO DO MÉTODO DE ELEMENTOS DISCRETOS FORMADOS POR BARRAS

^aFernando S. Soares, ^bIgnacio Iturrioz

Grupo de Mecânica Aplicada, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Sarmiento Leite 435, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil.

^aDoutorando, e-mail: szs.fernando@gmail.com

^bProfessor Dr., e-mail: ignacio@mecanica.ufrgs.br

Palavras Chave: Fadiga, materiais quase frágeis, elementos discretos.

Resumo. Na engenharia moderna, teorias de mecânica da fratura e fadiga já são amplamente utilizadas junto às técnicas de projeto tradicionais no dimensionamento de estruturas metálicas, geralmente de grande porte, incluindo as indústrias ferroviária, aeronáutica, naval, siderúrgica, petrolífera e nuclear. Em comparação, o estudo destes mecanismos de degradação mecânica aplicados a estruturas de material quase frágil, como materiais cementícios, rochas e materiais compostos formados pela mistura de cerâmicas com outras fases, ainda é incipiente. Desenvolver ferramentas de análise que permitam entender e prever os mecanismos que governam a degradação mecânica em estruturas de material quase frágil é um problema aberto na engenharia moderna. Neste contexto, no presente trabalho, se utiliza uma versão do método dos elementos discretos formado por barras para explorar as possibilidades do mesmo na simulação da degradação mecânica em corpos de material quase frágil submetidos à fadiga. São realizadas simulações sobre corpos de prova de geometria simples, observando a influência de parâmetros micromecânicos no comportamento macromecânico dos modelos. Se propõe estratégia para caracterizar a propagação de uma macro trinca em modo I, segundo a Lei de Paris, através de material quase frágil com heterogeneidade reduzida. Para material com heterogeneidade, caracteriza-se o comportamento em fadiga conforme a teoria clássica, fundamentada nas publicações de Wöhler e Basquin. Os resultados preliminares apresentados deixam em evidência a potencialidade da metodologia proposta para compreender os micromecanismos de dano que ocorrem nos materiais quase frágeis.

1 INTRODUÇÃO

A modelagem de dano e vida em fadiga de materiais, onde a degradação mecânica dará lugar ao surgimento de descontinuidades, ainda é um problema aberto em engenharia. Em parte, isto se deve aos fenômenos que regem essa degradação não serem completamente compreendidos.

Métodos baseados na mecânica do contínuo, como o Método de Elementos Finitos, evoluíram sensivelmente nos últimos anos e estão disponíveis em plataformas comerciais, tornando-se a ferramenta mais versátil para modelar problemas de engenharia. No entanto, a modelagem de fenômenos de fadiga consiste na introdução de regras empíricas ou semi empíricas, destacando-se as duas abordagens mais típicas: aquelas que permitem prever a nucleação de um defeito (descrita pela relação entre tensão última e número de ciclos (S-N), a chamada metodologia clássica proposta por [Wöhler \(1860\)](#) e formulada posteriormente por [Basquin \(1910\)](#)), e aquelas que se baseiam na propagação subcrítica de um defeito já nucleado (metodologias fundamentadas na lei proposta por [Paris, Pauls \(1961\)](#), que relaciona a velocidade de propagação subcrítica da fissura com a flutuação do parâmetro fractomecânico que caracteriza o estado tensional na ponta da fissura ($da/dN - \Delta K$). As bases de ambos os critérios se podem ver em livros básicos de fadiga, entre ele se pode mencionar [Moura Branco \(1986\)](#).

Neste contexto, o Método de Elementos Discretos tem chamado a atenção de engenheiros, pois permite simular a transição do contínuo ao descontínuo sem necessidade da introdução de leis de dano específicas, permitindo estudar o fenômeno de fadiga de um ponto de vista diferente.

No presente trabalho, utiliza-se uma versão do método de Elementos Discretos formado por barras para explorar: 1) a propagação subcrítica de um defeito nucleado através de um modelo de material quase frágil com heterogeneidade reduzida, avaliando-se a concordância com o comportamento previsto pela Lei de Paris; 2) a relação entre a magnitude de carregamento e o número de ciclos transcorridos até o esgotamento mecânico de um modelo de material quase frágil com heterogeneidade elevada, avaliando-se a concordância com os comportamentos previstos pela fadiga clássica que relaciona tensão última a com o número de ciclos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Lei de paris

Segundo a metodologia proposta por [Paris, Pauls \(1961\)](#), a forma clássica de ilustração do comportamento de um material sujeito à fadiga se dá pela curva que relaciona valores do logaritmo na base dez de da/dN (velocidade de propagação da trinca) e ΔK (variação do fator de intensidade de tensões). A curva é ilustrada, em forma genérica, na [Figura 1](#).

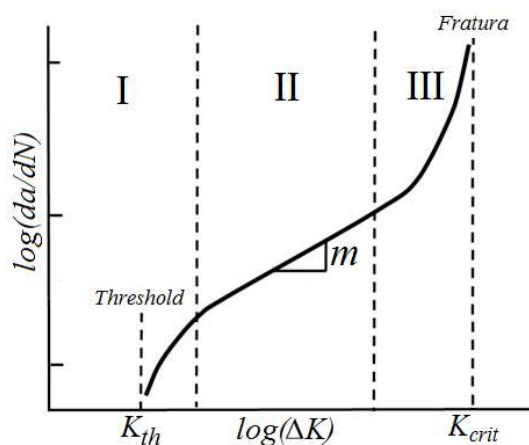


Figura 1: Comportamento típico de propagação de trinca

A expressão conhecida como Lei de Paris modela a propagação subcrítica da fissura, delimitada na zona II:

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad (1)$$

Onde C e m são constantes do material, determinadas experimentalmente. A Lei de Paris é governada pela Mecânica da Fratura Elástica Linear (MFEL), abrangendo uma região significativa no processo de propagação, (zona II). O fator de intensidade de tensões pode ser calculado com a seguinte expressão:

$$\Delta K = \Delta \sigma \sqrt{\pi a} \beta \quad (2)$$

Onde $\Delta \sigma$ é a variação da tensão remota agindo na peça, a é o comprimento da fissura e β é um coeficiente de correção, que permite generalizar o uso da Equação (2) para diferentes geometrias de defeito e condições de contorno.

2.2 Fadiga Clássica e Lei de Basquin

A abordagem clássica de fadiga está fundamentada nas publicações de [Wöhler \(1860\)](#), onde este declarou que um material pode ser induzido à falha após múltiplos carregamentos repetitivos, todos inferiores ao seu limite estático de resistência. Mais tarde, [Basquin \(1910\)](#) apresentou os resultados de Wöhler segundo escala bilogarítmica, com o nível de tensões no eixo das coordenadas e o número de ciclos nas abscisas ([Hahn et al. 2013](#)). Um exemplo do gráfico em escala bilogarítmica é ilustrado na [Figura 2](#), onde se distingue três regiões, sendo: 1) Fadiga de baixo ciclo; 2) Fadiga de alto ciclo; 3) Vida em fadiga prolongada ou infinita.

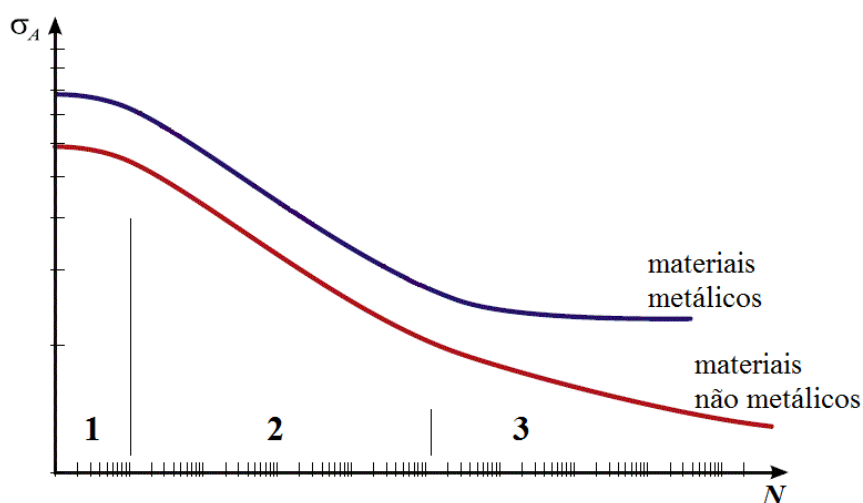


Figura 2 – Regiões características do gráfico em escala bilogarítmica [Hahn, 2013]

Onde o nível de tensão é calculado como: $\sigma_A = (\sigma_{\text{máx}} + \sigma_{\text{min}})/2$.

A partir do gráfico em escala bilogarítmica, Basquin propõe que o comportamento da degradação na região 2 pode ser aproximado por uma reta, permitindo obter a equação que modela este comportamento no intervalo. Neste trabalho, isto é realizado para o caso estudado, conforme apresentado posteriormente.

2.3 Fadiga em materiais Quase Frágeis

É conhecido e extensivamente estudado o comportamento em fadiga de materiais metálicos, caracterizados por apresentar plastificação como uma das formas de degradação. Existem evidências de fadiga em materiais quase frágeis como cerâmicos e materiais cementícios, em geral caracterizados por apresentar microfissuras no processo de dano, que podem evoluir de um dano isotrópico uniformemente distribuído que vai se localizando até formar uma macrofissura. As referências nos casos de fadiga em materiais quase frágeis e muito menor que no caso de fadiga em metais, entre as referências existentes se pode citar os trabalhos de [Siegmund \(2007\)](#), que emprega a ferramenta de interfaces coesivas junto ao método de elementos finitos para modelar a propagação de uma trinca por fadiga e [Paggi \(2009\)](#), que propõe uma abordagem generalizada de análise dimensional no crescimento de trincas por fadiga com o objetivo de destacar e explicar os desvios, em relação às leis de potência clássicas, utilizadas para caracterizar o comportamento em fadiga de materiais quase frágeis. Também se pode citar algumas referências onde alternativas do Método de Elementos Discretos (DEM) são utilizadas na modelagem de dano e fadiga em materiais frágeis e quase frágeis, cabendo destacar a respeito os trabalhos de [Schlangen e Van Mier \(1995\)](#) e [Rinaldi \(2011\)](#), nestes casos o DEM é utilizado para simular o processo de dano frente a cargas crescentes, no que diz respeito à simulação do fenômeno de fadiga em materiais frágeis é possível mencionar o review realizado por [Hansen et al. \(2010\)](#) sobre aplicações dos chamados “Bundle Models”. Destaca-se ainda o trabalho de [Rinaldi et al. \(2006\)](#) que aplica leis estabelecidas de propagação de fadiga a nível microscópico estudando qual é o comportamento macroscópico resultante.

2.4 Método de Elementos Discretos

Problemas dentro da Mecânica dos Sólidos são, em geral, resolvidos utilizando métodos

que se apoiam na hipótese dos meios contínuos. Mas quando a ruptura é incipiente, a localização de esforços e perda de integridade no processo de ruptura tornam a aplicação de hipóteses baseadas na continuidade mais difíceis de utilizar. Dentro deste panorama, utilizar métodos que possam relaxar a hipótese de continuidade pode ser atrativo. Entre estes métodos, o Método dos Elementos Discretos (DEM) formado por barras é uma alternativa interessante.

O método de elementos discretos utilizado neste trabalho é baseado na representação de um sólido contínuo por meio de um arranjo geométrico de barras capazes de suportar somente esforços axiais. O arranjo geométrico utilizado por Nayfeh e Hefzy (1978), equivalente ao contínuo, é constituído por “módulos cúbicos” compostos por vinte barras interconectadas com um nó em cada vértice, mais um no centro do cubo, conforme ilustrado na Figura 3.

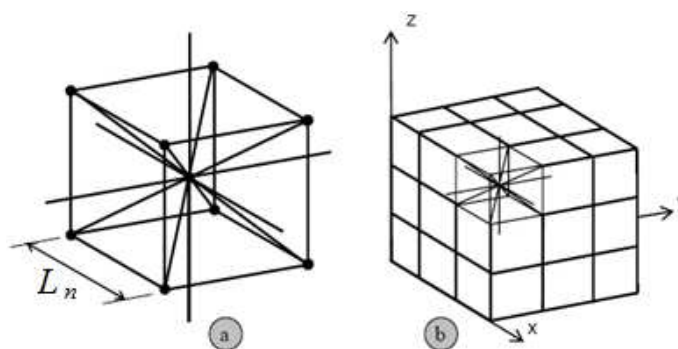


Figura 3: Discretização do DEM: a) Célula cúbica básica, b) Corpo prismático [Riera e Iturrioz, 1995]

A massa concentrada nos nós é especificada de forma que seu somatório resulta a massa total do módulo, $m_{\text{modulo}} = \rho L_n^3$. Dessa forma, metade da massa do módulo está concentrada no nó central, $m_{\text{central}} = 0.5\rho L_n^3$, enquanto a outra metade é distribuída entre os oito nós dos cantos do módulo.

Cabe salientar que, como módulos vizinhos compartilham seus nós externos (dos cantos), estes nós contam pelas contribuições de múltiplos módulos uma vez que o modelo é completo.

No caso de um material elástico isotrópico, a rigidez axial equivalente por unidade de comprimento dos elementos longitudinais (localizados nas arestas dos módulos e conectando seus nós centrais), é descrita pela Equação (3).

$$E_l^A = A_l E = \Phi E L_n^2, \quad (3)$$

Onde A_l é a área da secção do elemento e E é o módulo de Young do sólido discretizado. A função $\Phi = (9 + 8\delta)/(18 + 24\delta)$, onde $\delta = 9\nu/(4 - 8\nu)$, contabilizam o efeito do coeficiente de Poisson, ν . Similarmente, a rigidez dos elementos diagonais com área da secção A_d é:

$$E_d^A = A_d E = \frac{2}{\sqrt{3}} \delta \Phi E L_n^2. \quad (4)$$

O coeficiente $2/\sqrt{3}$ na Equação (4) contabiliza a diferença de comprimento entre elementos longitudinais e diagonais, $L_d = 2/\sqrt{3}L_n$.

É importante salientar que, para $\nu = 0.25$, a correspondência entre o contínuo isotrópico e a equivalente discreta é completa. Por outro lado, discrepâncias aparecem nos termos cisalhantes para valores de $\nu \neq 0.25$. Essas discrepâncias são pequenas e podem ser ignoradas na gama de $0.20 \leq \nu \leq 0.30$. Para valores fora desse intervalo, um arranjo diferente de

elementos deve ser usado para o módulo básico.

Se deve perceber que esse modelo de barras não pode reproduzir exatamente um meio contínuo localmente isotrópico. Também se pode argumentar que contínuos com isotropia local perfeita não existem em aplicações práticas de engenharia. A isotropia em sólidos é uma propriedade macroscópica que reflete a distribuição randômica do constituinte. Um estudo mais aprofundado quanto ao efeito do arranjo geométrico dos módulos básicos do DEM sobre o coeficiente de Poisson pode ser encontrado em [Rinaldi et al. \(2006\)](#).

A segunda Lei de Newton é aplicada a cada nó para obter o sistema de equações:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + F(t) - P(t) = 0 \quad (5)$$

Onde x , \dot{x} e \ddot{x} são os vetores deslocamentos, velocidade e aceleração nodal, M e C são as matrizes de massa e amortecimento, respectivamente. Os vetores $F(t)$ e $P(t)$ contêm, respectivamente, as forças internas e externas que atuam nas massas nodais. Como M e C são diagonais, as equações não são acopladas e podem ser facilmente integradas no domínio do tempo utilizando um esquema explícito de diferenças finitas.

Vale notar que, como as coordenadas nodais são atualizadas a cada passo de tempo, grandes deslocamentos são contabilizados sem custo computacional extra, pois o modelo mantém a objetividade com deslocamento finito. Ao mesmo tempo, o DEM tem a habilidade natural de modelar trincas. Elas podem ser introduzidas no modelo como preexistentes ou como o efeito irreversível da nucleação e propagação de defeitos. Essa nucleação e propagação de trincas requer modelos constitutivos não lineares para o dano do material, de modo a permitir a ruptura de elementos quando estes atingirem determinada condição crítica. Detalhes a respeito dos citados aspectos constitutivos e sua formulação são apresentados na próxima seção.

2.3.1 Lei Constitutiva não linear

Neste trabalho, a relação entre tensão e deformação de tração no material proposta por [Hillerborg \(1971\)](#) foi adotada. Outra característica importante é que a energia específica de fratura, G_f , é assumida um campo 3D randômico com distribuição de probabilidade de Weibull. Mais informações quanto à utilização de função de Weibull na introdução de aleatoriedades nas propriedades do material são encontradas em [Kosteski \(2012a\)](#).

A relação constitutiva bilinear leva em conta a fratura frágil e também permite capturar os efeitos irreversíveis da nucleação e propagação de fissuras, levando em conta a redução na capacidade de carregamento do elemento ([Riera e Iturrioz, 1995](#)). Na [Figura 4](#), a relação constitutiva bilinear.

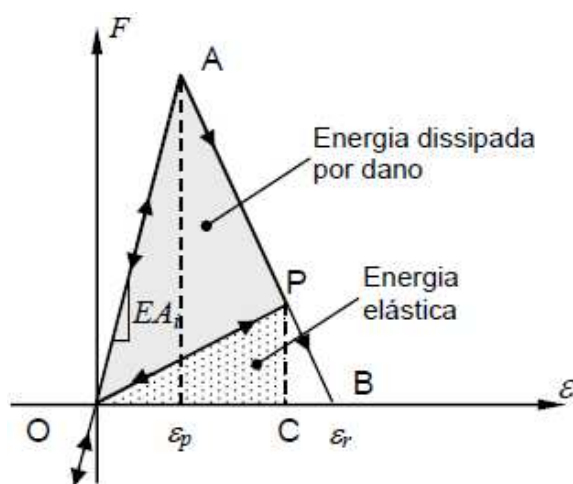


Figura 4: Relação constitutiva bilinear [Riera e Iturrioz, 1995]

A área sob a curva força versus deformação apresentada na [Figura 4](#) (triângulo OAB) representa a densidade de energia necessária para fraturar a área de influência do elemento. Assim, para um determinado ponto P, a área do triângulo OPC representa a densidade de energia elástica (reversível) contida no elemento, enquanto a área OAP é proporcional à densidade de energia dissipada no dano. Uma vez que a energia de dano se iguala a energia de fratura, o elemento falha e perde sua capacidade de suportar carregamento. Por outro lado, no caso de carga compressiva, o comportamento do material é assumido linear elástico.

Também se observa na [Figura 4](#) a força axial F que depende da deformação axial ε . A área A_i corresponde à área equivalente de fratura do elemento em questão. A deformação crítica de falha, ε_p , é definida como a maior deformação atingida pelo elemento antes do início do dano e sua relação com a energia específica de fraturam, G_f , é dada em termos da mecânica da fratura elástica linear MFEL:

$$\varepsilon_p = R_f \sqrt{\frac{G_f}{E}} \quad (6)$$

Onde E é o módulo de elasticidade do material e R_f é determinado fator de falha. A deformação limite de ruptura, ε_r , se relaciona com ε_p através da constante k_r que é função das propriedades do material e do comprimento dos elementos de barra, conforme Equação (7):

$$\varepsilon_r = k_r \varepsilon_p \quad (7)$$

A versão do modelo de barras utilizada no presente trabalho foi proposta por [Riera \(1984\)](#) para determinar a resposta dinâmica de placas e cascas sob carga de impacto quando a falha ocorre, principalmente por cisalhamento ou tensão, que é geralmente o caso em estruturas de concreto. O DEM tem sido usado com sucesso para resolver problemas de dinâmica estrutural, tais como cascas submetidas a carregamento impulsivo ([Riera e Iturrioz, 1995, 1998](#)), a recriação da geração e posterior propagação de um sismo ([Dalguer et al. 2001, 2003](#)), o estudo do efeito de escala em concreto ([Rios e Riera, 2004](#)), e em buchas de rocha, ([Miguel et al. 2008; Iturrioz et al. 2009](#)). O cálculo dos parâmetros de fratura em problemas estáticos e dinâmicos ([Kosteski, 2012b](#)), e no estudo da resistência dos materiais frágeis sob altas taxas de deformação ([Riera et al. 2011](#)). Resultados preliminares sobre a aplicação do método dos elementos discretos para simular fadiga em materiais quase frágeis podem ser encontrados em

Soares e Iturrioz (2015) e Kostascki et al. (2015). Nas Referências citadas é possível encontrar mais detalhes sobre a fundamentação teórica da formulação utilizada no método dos elementos discretos.

3 ESTUDO DA PROPAGAÇÃO DE TRINCA CONFORME PARIS

Para estudar a propagação subcrítica de fissura em um corpo submetido a cargas oscilantes, foi desenvolvido o modelo em elementos discretos de uma placa fina, em estado plano de deformações, com uma trinca reta emanando de uma de suas bordas. São aplicadas tensões homogêneas de tração nas bordas superior e inferior, em direção normal à fissura, de forma que a propagação se dê em modo I. Na Figura 5 se apresenta a configuração geométrica do modelo e a forma de aplicação das condições de contorno, sempre nos nós centrais das células cúbicas. Na Tabela 1 se verifica dimensões e propriedades do material simulado. A introdução de fissura inicial tem por objetivo localizar a propagação subcrítica do defeito, sendo que se estuda seu crescimento.

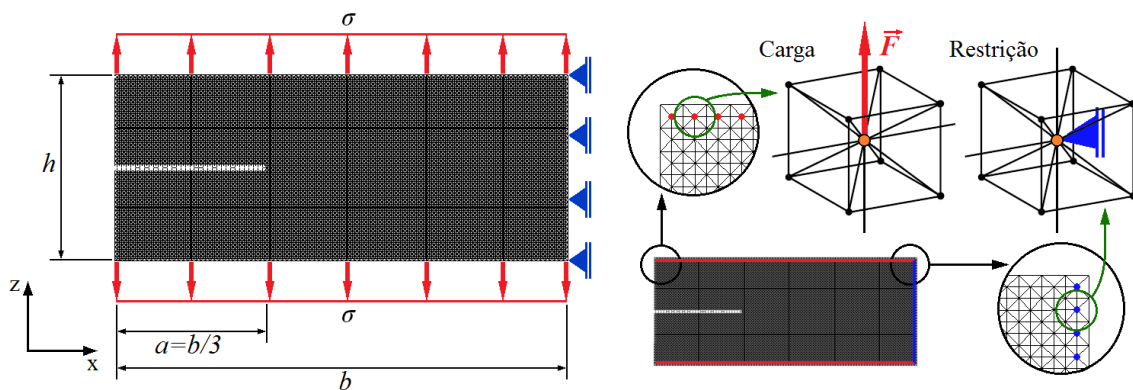


Figura 5: Geometria do modelo estudado, onde $b=0.75m$ (100 módulos) e $h=0.3075m$ (41 módulos)

L_n	0.0075m
Número de módulos na direção x	100
Número de módulos na direção y	1
Número de módulos na direção z	41
Coefficiente de Poisson [ν]	0.25
Massa específica [ρ]	2400 kg/m ³
Módulo de Young [E]	35 GPa
Energia específica de fratura [G_f]	1155 N/m
Fator de falha [R_f]	1.2
Deformação crítica de falha [ϵ_p]	2.18×10^{-4}
Deformação de ruptura [ϵ_r]	1.30×10^{-2}
Coefficiente de Variação de G_f	5%

Tabela 1: Propriedades relevantes do Modelo de Elementos Discretos

É importante salientar que, no presente trabalho, não se tem por objetivo caracterizar um material específico, mas sim explorar a capacidade da ferramenta em simular a propagação subcrítica de um defeito.

Nesta análise foi considerado, para definir a tenacidade do material, G_f , um campo aleatório caracterizado por um valor médio e coeficiente de variação especificado na Tabela 1. Neste a variabilidade da tenacidade é baixa, porém suficiente para dar às configurações finais um aspecto tortuoso, mais próximo do que se poderia esperar numa configuração real.

Para formar a macrofissura se debilitaram as barras correspondentes a um módulo do modelo, formas mais sofisticadas de criar trincas nos modelos do DEM podem ser vistas em Kostaski (2012a).

A intensidade da carga aplicada ao modelo aumenta gradualmente, primeiro atingindo uma magnitude fixa e depois oscilando em torno desse valor. Aplica-se carga dessa forma para evitar quaisquer efeitos dinâmicos no início da simulação. Após entrada em regime, quando a amplitude do carregamento se estabiliza, trabalha-se com a tensão média: $\sigma_{média} \cong 2,93MPa$, e amplitude $\Delta\sigma \cong 0,82MPa$.

Na Figura 6 se ilustra a função de força transferida a um elemento normal próximo a ponta do defeito inicial. Até a entrada em regime, em aproximadamente $0,7(t/t_{máx})$, ocorrem 880 ciclos de carga com amplitude ascendente. Após entrada em regime, 1020 ciclos de carga com amplitude constante são aplicados ao modelo até o tempo máximo simulado, $(t/t_{máx})=1$.

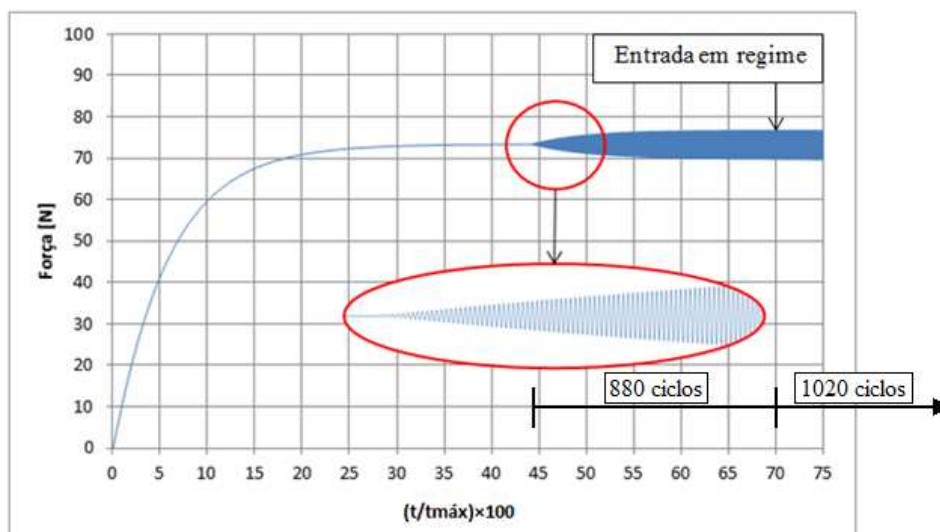


Figura 6: Curva força versus tempo de elemento rompido pela trinca

3.1 Discussão dos Resultados

Na Figura 7, são apresentadas seis configurações obtidas durante todo o processo da propagação. Os elementos em cinza claro correspondem a barras sem dano, barras danificadas são indicadas em cinza escuro e barras rompidas não são apresentadas. A lei constitutiva empregada não contabiliza deformações residuais, assim, sempre que descarregadas, as barras retornam a seu comprimento original. Existe uma região danificada que precede a macrotrinca, como uma zona de processo. Esta região é representada pelas barras danificadas, em cinza escuro.

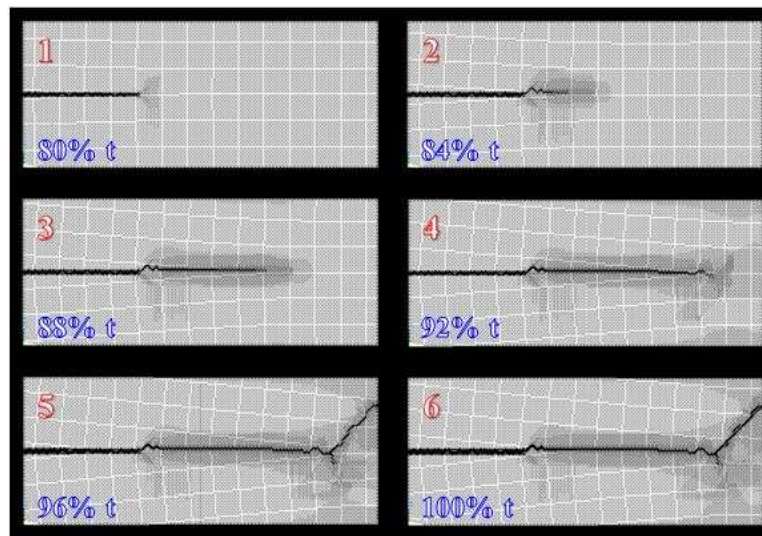


Figura 7: Configurações que ilustram o avanço subcrítico da fissura

Para poder perceber com clareza até onde acontece a propagação subcrítica da fissura, se apresenta na Figura 8 o balanço energético durante o processo, onde variações abruptas nas formas de energia são associadas à instabilidade na forma de propagação da fissura. Nesta mesma figura, se indicam os tempos nos quais acontecem as configurações apresentadas na Figura 7. Da análise da Figura 8 se observa que, até o momento em que a energia elástica é crescente, o processo de propagação da fissura pode ser considerado subcrítico (até aproximadamente $t/t_{\text{máx}}=0,93$), após este tempo a dissipação da energia se acelera junto com a energia cinética. Isto indica que desde ($t/t_{\text{máx}}=0,70$), quando se atinge a situação de regime, até ($t/t_{\text{máx}}=0,96$), pode-se considerar que a fissura propagou em forma subcrítica. Notar que, para facilitar a visualização, tanto a energia dissipada como elástica estão multiplicadas por fatores que reduzem seu valor em 50 e 25 vezes, respectivamente.

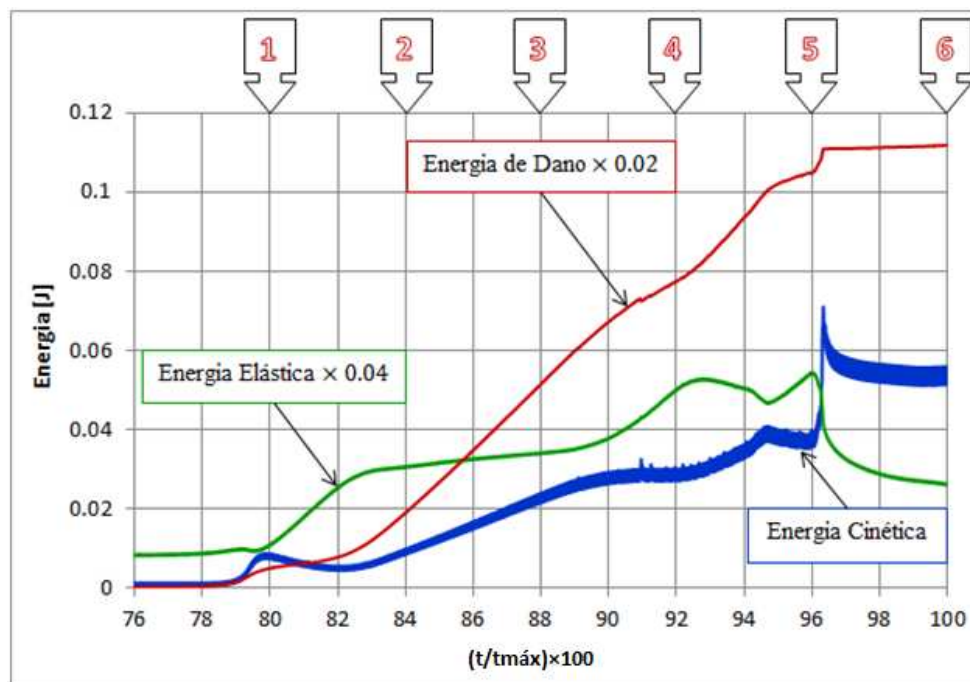


Figura 8: Variação de energia cinética, elástica e de dano no tempo

Após ($t/t_{\text{máx}}=0,94$), a trinca começa a se instabilizar. A energia elástica flutua, apresentando rápido aumento antes do decréscimo intenso, marcado pelo notável pico na energia cinética e estabilização da energia dissipada, indicando a propagação instável da trinca. Entre o início do carregamento cíclico em regime, em ($t/t_{\text{máx}}=0,70$), e a instabilização, em aproximadamente ($t/t_{\text{máx}}=0,96$), ocorrem 880 ciclos de carga em regime.

Ao examinar a variação de energias no corpo, apresentada na [Figura 8](#), é possível concluir que a trinca propaga, de forma estável (subcrítica), desde ($t/t_{\text{máx}}=0,70$) até a eminência da fratura, aos ($t/t_{\text{máx}}=0,96$). Com o crescimento da fissura ocorrendo de forma subcrítica, busca-se caracterizar a vida em fadiga do material segundo a proposta de [Paris \(1961\)](#).

3.2 Caracterização da vida em fadiga

Como citado anteriormente, a forma clássica de ilustração do comportamento de um material sujeito à fadiga se dá pela curva que relaciona valores do logaritmo na base dez de da/dN e ΔK . Na metodologia utilizada, o delta de K é calculado através da equação extraída de [Gdoutos \(2005\)](#), adequada à geometria do corpo modelado:

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \left[1.12 - 0.23 \left(\frac{a}{b}\right) + 10.55 \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 21.72 \left(\frac{a}{b}\right)^3 + 30.39 \left(\frac{a}{b}\right)^4 \right] \quad (8)$$

Onde σ é a tensão remota atuando no corpo, a é o comprimento da trinca, b é o comprimento do corpo e o termo entre colchetes equivale ao coeficiente de correção, β . Conhecendo a mínima e máxima tensão aplicada, se obtêm ΔK . Este varia no tempo, aumentando na medida em que cresce a macrofissura.

Obtendo a curva $\log(da/dN)$ versus $\log(\Delta K)$, a partir da região correspondente à zona II de propagação, são calculadas as constantes C e m . Assim, a equação de Paris pode ser reescrita:

$$\log\left(\frac{da}{dN}\right) = \log(C\Delta K^m) = m \cdot \log(\Delta K) + \log(C) \quad (9)$$

A Equação (9) é a equação da reta. Segundo a teoria clássica, necessita-se que a região II da curva de propagação tenha aspecto linear para que se caracterize o comportamento em fadiga do material conforme a Lei de Paris.

3.3 Método de Medição da velocidade de propagação subcrítica da fissura baseado na monitoração das deformações das barras

No modelo simulado, verifica-se que o dano se produz sobre uma determinada área, afetando diversos elementos simultaneamente. Neste método de obtenção de da/dN , trabalha-se com a hipótese de que a velocidade de propagação da fissura equivale à velocidade de avanço da área afetada pelo dano (zona de processo) através da peça. Esta velocidade é medida computando o instante em que cada barra atinge a deformação crítica ε_p , contra as coordenadas do baricentro da barra respectiva. O mesmo procedimento foi aplicado utilizando a deformação de ruptura, ε_r .

Na [Figura 9](#), o gráfico gerado, onde se visualiza a coordenada x do baricentro de cada barra no tempo em que se atinge ε_p (pontos vermelhos) e ε_r (pontos azuis). Observa-se que a porção inferior da fileira de pontos vermelhos representa as primeiras barras a atingirem ε_p . Este conjunto de pontos forma uma curva que é associada à velocidade de propagação do dano através da peça e, logo, à velocidade de propagação da trinca. Desse modo, dez pontos são selecionados para gerar a curva a versus N , os pontos são indicados em verde na mesma

Figura 9. Os ciclos N são contados a partir do tempo normalizado de 70%, quando o carregamento entrou em regime, como já foi ilustrado na Figura 6.

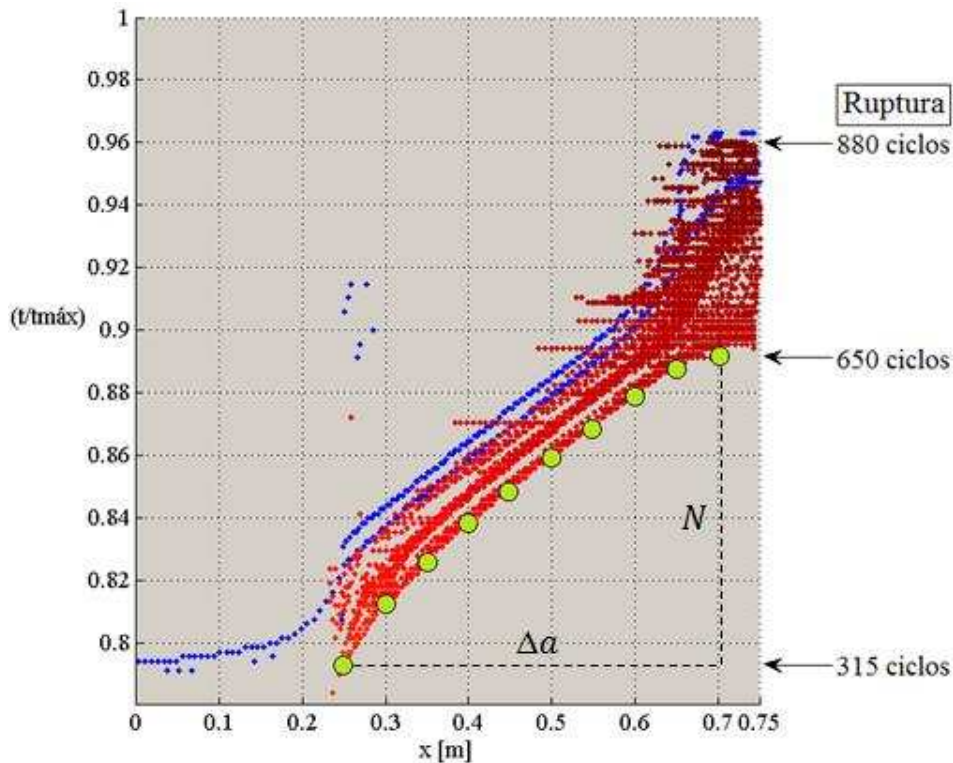


Figura 9: Obtenção de a versus N a partir da monitoração da deformação nas barras

Se poderia argumentar que os instantes de ruptura, ε_r , representariam melhor a propagação da fissura, entretanto, é preciso considerar como ocorre o desenvolvimento do dano no modelo. O crescimento do defeito não se dá pela ruptura organizada de barras sucessivas, mas pelo avanço de uma área afetada pelo dano, dentro da qual elementos podem romper desordenadamente. Assim, justifica-se a hipótese de que existe correlação entre a velocidade de propagação da região danificada, representada pela relação x versus tempo normalizado em que as barras atingem a deformação crítica ε_p , e a propagação da trinca.

Conhecendo a velocidade de propagação do trinca, na Figura 10 se apresenta a curva $\log(da/dN)$ versus $\log(\Delta K)$ obtida. A linha de tendência modela o intervalo equivalente à zona II de propagação.

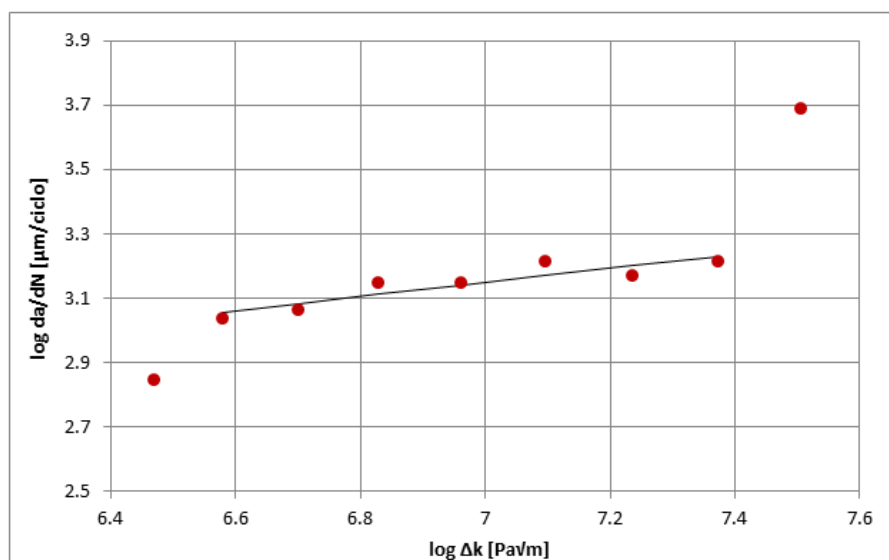


Figura 10: Curva $\log(da/dN)$ versus $\log(\Delta K)$ baseada em ϵ_p

Na Figura 10 velocidade da/dN está expressa em micrometros por ciclo, o que translada a curva para cima do eixo x , salienta-se, entretanto, que os seguintes cálculos são realizados com as unidades no SI (distância em metros e tensão em pascal).

A linha de tendência aplicada fornece a equação da reta:

$$\log\left(\frac{da}{dN}\right) \cong 0.22 \log(\Delta K) - 4.37 \quad (10)$$

Da onde se obtêm:

$$m = 0.22$$

e

$$\log(C) = -4.37$$

$$C = 4.26 \times 10^{-5}$$

O que permite caracterizar o material conforme a Lei de Paris:

$$\frac{da}{dN} = 4.26 \times 10^{-5} \Delta K^{0.22} \quad (11)$$

4 ESTUDO DE VIDA EM FADIGA CONFORME TEORIA CLÁSSICA

Neste caso, o modelo de elementos discretos utilizado consiste numa placa, em estado plano de deformações, submetida a esforço cíclico de tração na direção de seu comprimento, conforme ilustrado na Figura 11. São aplicadas quatorze níveis de carga, sendo que a tensão média é mantida constante para todos os casos. Como no modelo aplicamos deslocamentos prescritos a excitação aplicada e corrigida para manter o nível de tensão constante. Como o corpo tem a tendência de ficar mais flexível à medida que o dano aumenta este ajuste se faz necessário para permitir a evolução do dano por fadiga mantendo o nível de tensão constante. As dimensões do modelo são expressas em número de módulos cúbicos e metros na Tabela 2,

juntamente às propriedades mecânicas do material simulado.

Novamente salienta-se que este estudo não tem por objetivo modelar o comportamento de um material específico, mas sim verificar a aplicabilidade do DEM à modelagem do desenvolvimento de dano em materiais quase frágeis, onde a distribuição da tenacidade à fratura é altamente heterogênea, neste caso, com uma variabilidade caracterizada por um Coeficiente de variação na tenacidade de 70%.

Conforme apresentado anteriormente, o nível de degradação mecânica é monitorado através da flutuação de três formas de energia no modelo através do tempo, sendo: energia cinética, energia elástica e energia dissipada pelo dano. O gráfico contendo estas informações é verificado na Figura 12, para o caso simulado onde se atinge 44 ciclos. Na Figura 12, verifica-se também, em cinza, a curva da derivada da energia dissipada pelo dano, ela mostra claramente os incrementos de dano a cada ciclo de carregamento, como visualizado no detalhe ampliado. Picos na energia cinética e alívios abruptos da energia elástica indicam instabilidade dos defeitos que evoluem para a macrotrinca que se visualiza na Figura 13.

L_n (ver Figura 3)	0,0075m
Módulos em x	149 (1,1175m)
Módulos em y	21 (0,1575m)
Módulos em z	1 (0,0075m)
Coefficiente de Poisson [ν]	0,25
Massa específica [ρ]	2400,00kg/m ³
Módulo de Young [E]	35,00GPa
Deformação Crítica [ϵ_p]	$0,84 \times 10^{-3}$
Deformação de Ruptura [ϵ_r]	0,05
μ [G_f]	16000Nm
CV(G_f)	70%

Tabela 2 - Dimensões do modelo e propriedades do material simulado

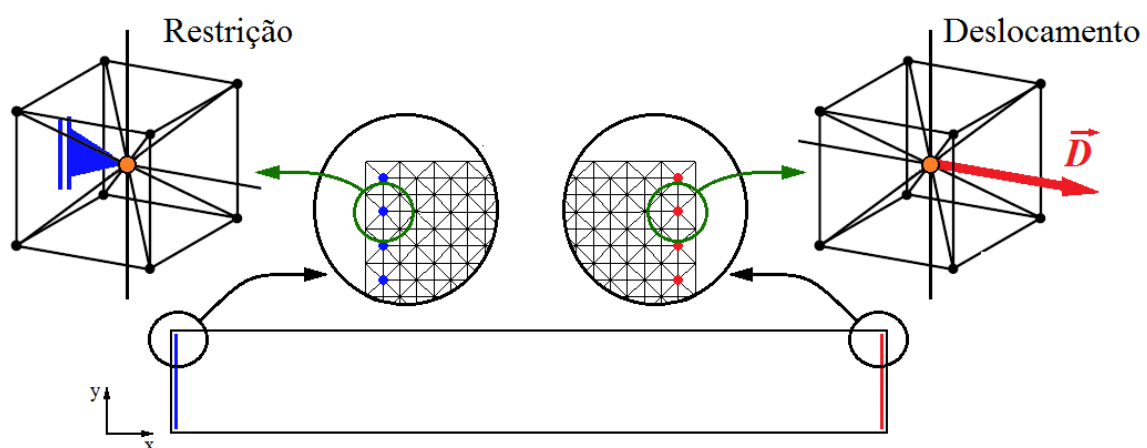


Figura 11 – Condições de contorno do modelo

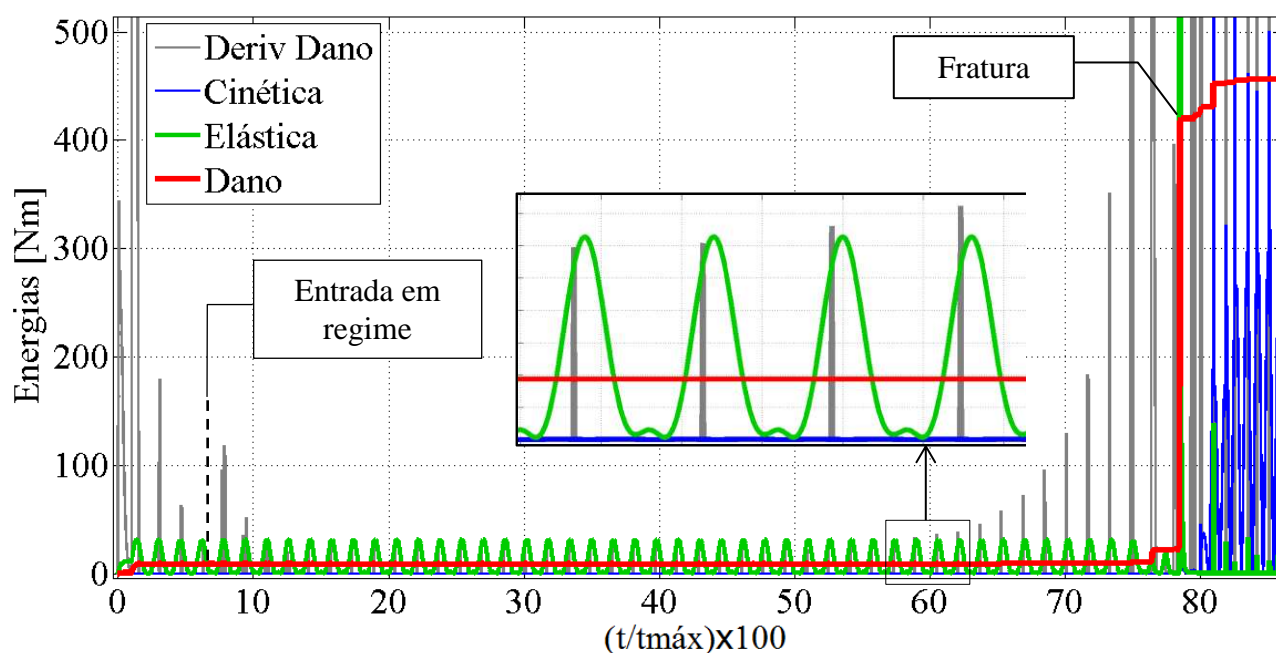


Figura 12 – Flutuações das três formas de energia quando $N=44$ ciclos.

Dessa forma, se apresenta na Figura 13 três configurações obtidas durante uma das simulações. Na configuração intermediária é possível perceber onde se produz a nucleação da macrotrinca, indicado pelo círculo, que finalizará o processo de dano. Nestas configurações se vê as barras saudáveis em celeste, barras danificadas em amarelo e barras rompidas, que descrevem a fratura, em vermelho

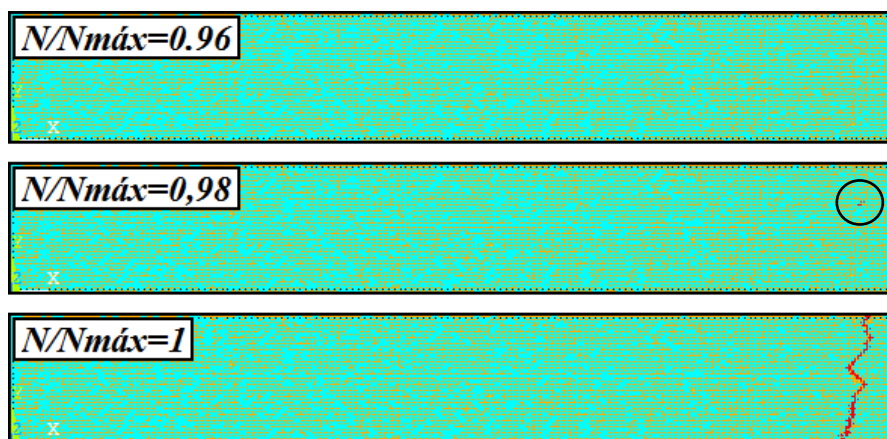
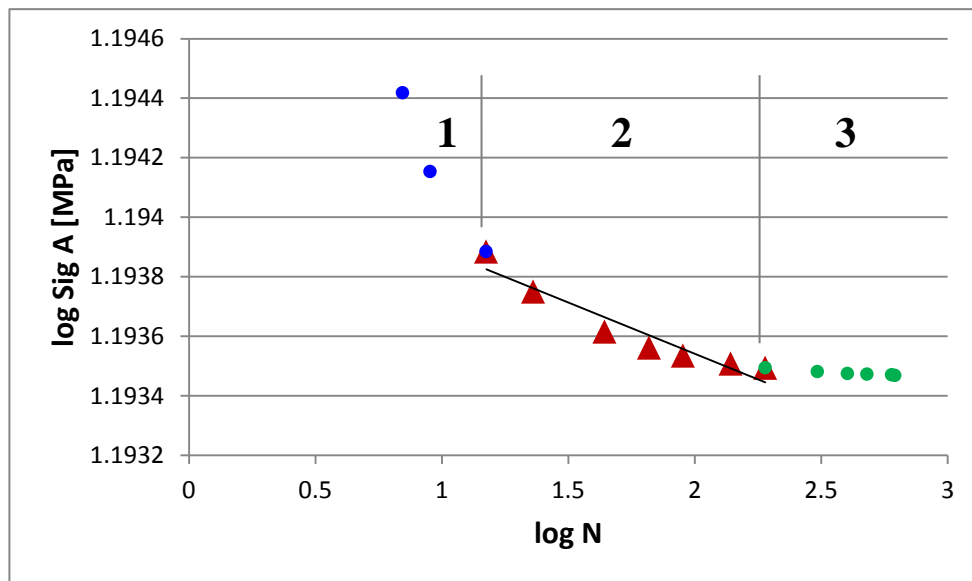


Figura 13 – Progressão até a fratura

Na Figura 14, o gráfico onde se verifica o logaritmo na base dez da tensão σ_A versus o logaritmo do número de ciclos, N , onde: $\sigma_A = (\sigma_{máx} + \sigma_{min})/2$.

Figura 14 – $\log \sigma_A$ versus $\log N$

Observa-se na Figura 14 o comportamento em fadiga do modelo estudado, graficado conforme proposto por Basquin. O número de ciclos até a fratura varia de 11, para o nível de tensão mais alto, até 620, quando o comportamento assintótico da curva já indica vida infinita. Dessa forma, o logaritmo na base dez de N resulta números pequenos. No gráfico da Figura 14, é possível distinguir três regiões, aproximando a inclinação da região 2 por uma reta e obtendo sua equação por linha de tendência, sendo:

$$\log \sigma_A \cong -3 \times 10^{-4} \log N + 1.19 \quad (12)$$

O que permite obter:

$$\log(\text{Const}) = 1.19$$

$$\text{Const} = 15.50$$

Chegando às equações que modelam o comportamento do modelo na região 2.

$$\sigma_A = \frac{15,50}{N^{3 \times 10^{-4}}} \quad \text{ou} \quad N = \left(\frac{15,50}{\sigma_A} \right)^{1/3 \times 10^{-4}} \quad (13)$$

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho, aplicou-se o método dos elementos discretos para modelar a degradação mecânica de uma placa constituída de material quase frágil. Num primeiro momento, modela-se a propagação subcrítica em modo I de uma fissura através de material com variabilidade de 5% na sua tenacidade a fratura, obtendo-se as seguintes conclusões:

- O método numérico apresentado se mostrou uma ferramenta adequada para simular a propagação de fissuras em regime subcrítico.
- Os testes realizados mostraram que a propagação subcrítica segue o comportamento previsto pela lei de Paris.

Num segundo momento, simula-se a degradação mecânica até a fratura de uma placa com um CV de 70% na sua tenacidade a fratura, concluindo-se:

- O DEM se mostrou uma ferramenta adequada para simular a degradação mecânica e o

subsequente surgimento de descontinuidades em materiais com distribuição heterogênea expressiva de suas propriedades mecânicas.

- Os testes realizados mostraram que a degradação mecânica segue o comportamento indicado pela lei proposta por Basquin.

REFERÊNCIAS

- Basquin, O. H. "Proceedings of the ASTM" 10 (1910) 625–630.
- Dalguer, L. A., Irikura, K., Riera, J. D., Chiu H. C., (2001), "The importance of the dynamic source effects on strong ground motion during the 1999 Chi-Chi, Taiwan, earthquake: Brief interpretation of the damage distribution on buildings". Bull. Seismol. Soc. Am., Vol. 91, pp. 1112-1127.
- Dalguer L. A., Irikura K., Riera, J. D.: "Simulation of tensile crack generation by three-dimensional dynamic shear rupture propagation during an earthquake". J. Geophys. Res. 2003; 108(B3): 2144.
- Gdoutos, E. E. "Fracture Mechanics, an Introduction". Springer, Xanthi, Grécia, 2005.
- Hahn, M., Bouriga, M., Kröplin, B. H.: "Life time prediction of metallic materials with the Discrete-Element-Method". Computational Materials Science 71 (2013) 146-156.
- Hansen, A. "Failure processes in elastic fiber bundles". Reviews of Modern Physics (2010), <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.82.499>.
- Hillerborg, A., "A Model for Fracture Analysis". Cod. LUTVDG/TVBM 300-51-8, (1971).
- Iturrioz, I., Miguel, L. F. F., Riera, J. D., (2009): "Dynamic Fracture Analysis of Concrete or Rock Plates by Means of the Discrete Element Method", LAJSS, Vol. 6, pp. 229-245.
- Kosteski, L., Iturrioz, I., Batista R.G., Cisilino A. P.: "The truss-like discrete element method in fracture and damage mechanics". Engineering Computations, 2011; 6: 765–787.
- Kosteski, L. E., "Aplicação do método dos elementos discretos formado por barras no estudo do colapso de estruturas". Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2012.
- Kosteski, L.E.; Barrios, R.; Iturrioz, I.: "Crack propagation in elastic solids using the truss-like discrete element method". Int J Fract, 2012, DOI 10.1007/s10704-012-9684-4.
- Kosteski, L. E., Soares, F. S., Iturrioz, I. "Applications of lattice method in the simulation of crack path in heterogeneous materials". Frattura ed Integrità Strutturale, 34 (2015) 247-257; DOI: 10.3221/IGF-ESIS.34.26.
- Miguel, L. F. F., Riera, J. D., Iturrioz, I., (2008), "Influence of size on the constitutive equations of concrete or rock dowels", Int J Numer Anal Meth Geomech, Vol. 32, No. 15, pp. 1857-188, 2008. DOI: 10.1002/nag.699.
- Moura Branco, C. "Fadiga de Estruturas Soldadas", Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, Portugal, 1984.
- Nayfeh, A. H. and Hefzy, M. S., "Continuum modeling of three-dimensional truss-like space structures". AIAA Journal, v. 16(8), p. 779-787, 1978.
- Paggi, Marco. "Fatigue of quasi-brittle materials: a unified interpretation of microstructural size, crack size and size-scale effects". Convegno Nazionale IGF XX, Torino 24-26 giugno 2009; ISBN 978-88-95940-25-0.
- Paris, Pauls C., Gomez, M. P., and Anderson, W. E., "A Rational Analytic Theory of Fatigue". *The Trend in Engineering*, 1961. 13(1): p. 9-14.
- Riera, J. D., e Iturrioz, I., "Discrete element dynamic-response of elastoplastic shells subjected to impulsive loading". Communications in Numerical Methods in Engineering, Wiley & Sons, U. K, v. 11, p. 417-426, 1995.

- Riera, J. D., (1984): "Local effects in impact problems on concrete structures". Proceedings, Conference on Structural Analysis and Design of Nuclear Power Plants. Oct. 1984, Porto Alegre, RS, Brasil, Vol. 3, CDU 264.04:621.311.2:621.039.
- Riera J. D., Iturrioz, I: "Discrete element model for evaluating impact and impulsive response of reinforced concrete plates and shells subjected to impulsive loading". Nuclear Engineering and Design, 1998; 179: 135--144.
- Riera, J. D., Miguel, L. F. F., Iturrioz, I. (2011), "Strength of Brittle Materials under High Strain Rates in DEM Simulations". Computer Modeling in Engineering & Sciences, Vol. 82, pp. 113-136.
- Rinaldi, A., Peralta, P., Krajcinovic, D., Lai, Y.-C. "Prediction of scatter in fatigue properties using discrete damage mechanics". Elsevier, International Journal of Fatigue 28 (2006) 1069–1080.
- Rinaldi, A. "Advances In Statistical Damage Mechanics: New Modelling Strategies", in: G. Voyiadjis (Ed.), Damage Mechanics and Micromechanics of Localized Fracture Phenomena in Inelastic Solids, Springer, 2011, CISM Course Series.
- Rios, R. D., Riera, J. D.: "Size effects in the analysis of reinforced concrete structures". Engineering Structures, Elsevier, Vol. 26, pp. 1115-1125, 2004.
- Schlangen, E., van Mier, J. G. M. "Crack propagation in sandstone: Combined experimental and numerical approach". Rock Mech and Rock Eng 28 (2) (1995)93–110.
- Siegmund, Thomas, "Fatigue Failure and Irreversible Cohesive Zone Models", School of Mechanical Engineering, Purdue University, Indiana, USA, 2007.
- Soares, F. S., Iturrioz, I. "Simulação da propagação subcrítica de fissuras em materiais quase frágeis aplicando uma versão do método de elementos discretos formados por barras". Rev. int. métodos numér. cálc. diseño ing. 2016;32(3):153–162.
- Wöhler, A. "Zeitschrift für Bauwesen" 10 (1860) 583–616.