

ESTUDIO DE LA PROPAGACIÓN DE ONDAS GUIADAS SOBRE UN RIEL FERROVIARIO

**Javier L. Idzi^a, Boris N. Rojo Tanzi^a, Ignacio Iturrioz^b, Eduardo B. Groth^c y
Thomas G. R. Clarke^c**

^a*UIDET Ingeniería Aplicada en Mecánica y Electromecánica (IAME), Facultad de Ingeniería,
Universidad Nacional de La Plata (UNLP). Calle 48 y 116, La Plata, Argentina*

^b*Grupo de Mecânica Aplicada, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio
Grande do Sul (UFRGS). Sarmiento Leite 435, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil.*

^c*Laboratory of Physical Metallurgy (LAMEF), Federal University of Rio Grande do Sul (UFRGS).*

Palabras Clave: Ondas guiadas, Riel ferroviario, Curvas de dispersión, Elementos finitos.

Resumen. La propagación de ondas elásticas en estructuras donde por lo menos una de las dimensiones es mucho mayor que las otras dos, las llamadas ondas guiadas, es un tema actualmente vinculado a técnicas de Ensayos No Destructivos. Varios sistemas basados en este tipo de ondas permiten definir regiones con daño en forma rápida solo con una entrada que será emisora receptora, esto tiene gran ventaja en el estudio de estructuras de difícil acceso. Otra de las características de los métodos de detección de daño basados en la propagación de este tipo de ondas es que permite también escanear con rapidez grandes regiones de inspección. Existen muchas estructuras de gran interés en ingeniería, en las cuales se puede aplicar técnicas de inspección basadas en ondas guiadas, tubos, cables, rieles, recipientes a presión, entre otros. El estudio de este tipo de ondas fue iniciado por *Lamb* a comienzos del siglo XX, el mismo propuso una solución analítica para representar la propagación espacial-temporal de este tipo de ondas para el caso de una placa. La propagación de ondas guiadas en estas estructuras tienen la característica de ser muy sensible a la forma de la dimensión finita de la estructura en análisis. El estudio de estas ondas es fundamental en el cálculo de las llamadas curvas de dispersión que serán específicas para cada geometría estudiada. Estas curvas de dispersión permiten describir, dada una excitación aplicada sobre la estructura en análisis, en qué ondas modales dicha excitación se va a descomponer. En este contexto en el presente trabajo se calculan las curvas de dispersión de un riel (BS85A) aplicando elementos finitos, empleando dos metodologías de análisis. Posteriormente se modela el riel sobre el cual se aplica una excitación tipo tone-burst con una frecuencia específica dominante utilizando el método de los elementos finitos combinado con un esquema explícito en la integración temporal de las ecuaciones de movimiento. Los resultados obtenidos son discutidos y los mismos permiten entender la propagación de ondas guiadas en este tipo de geometría, información esencial para aplicar estos conceptos en técnicas de detección de defectos no destructivos.

1. INTRODUCCIÓN

La utilización de técnicas de detección de daño basadas en propagación de ondas en sólidos ha crecido en las últimas décadas gracias a la disponibilidad de instrumentos cada vez más sensibles y precisos. Para aprovechar este potencial es mandatorio conocer los fundamentos de la propagación de ondas en sólidos.

Al estudiar la propagación de una onda guiada con una determinada geometría específica, utilizando las curvas de dispersión permite entender qué frecuencias pueden propagar en que forma modal sobre el medio. El estudio de ondas guiadas y la evaluación del potencial de este fenómeno pasa por la confección de las curvas de dispersión de la guía de ondas (estructura de interés, rieles, tuberías, etc).

En cada una de las curvas de dispersión están contenidas las relaciones de frecuencia versus número de onda de los modos de propagación. Esto a su vez posee un patrón característico del desplazamiento que permite el transporte de energía a través de una guía de onda. Además de la relación fundamental entre frecuencia y número de onda, los modos de propagación proveen una serie de otras informaciones que posibilitan un pre-análisis de los modos fundamentales en el desarrollo de aplicaciones. Por ejemplo, un modo muy dispersivo se propagará una corta distancia y por lo tanto no será bueno excitarlo en el caso de utilizar la propagación de ondas guiadas para detectar defectos. De esta forma se puede determinar que en perfiles con forma tubular, inducir ondas torsionales permite generar perturbaciones que propagan grandes distancias con una baja dispersión, o en rieles, determinar en qué frecuencias viajan ondas por el patín o por la cabeza del riel, o procurar ondas que tengan sus componentes modales mayores en el interior de la guía disminuyendo así el amortiguamiento debido al poder disipativo del revestimiento o contactos con el medio ambiente.

El cálculo de las curvas de dispersión de guías de ondas que tienen sección transversal geoméricamente compleja como puede ser un riel, no posee solución analítica a diferencia de placas y tubos, guías de onda de geometría complejas precisan de métodos SAFE (Groth, 2016) para la confección de sus curvas de dispersión.

Toda estructura, donde una dimensión es mucho menor que las otras, es naturalmente un guía de onda. Los patrones de estas curvas dependen de la sección geométrica, debido fundamentalmente a las interacciones de las mismas con las fronteras del cuerpo. Estos patrones pueden ser analizados con las curvas de dispersión. En este contexto, se presenta en este trabajo el análisis de un riel de ferrocarril, en el que fueron evaluados dos métodos de elementos finitos semianalíticos (SAFE), que pueden ser implementados en paquetes comerciales de métodos de elementos finitos (FEM). Estos métodos fueron desarrollado en el software ANSYS.

El trabajo fue organizado de la siguiente manera: luego de presentar la introducción, se realiza una fundamentación teórica del tema. Posteriormente se calculan las curvas de dispersión para un riel en una franja de frecuencias determinada, utilizando dos métodos numéricos.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

En esta sección se presentan las expresiones básicas de propagación de ondas en estructuras unidimensionales.

2.1. Propagación de ondas en un medio infinito

La propagación de una onda mecánica resume la interacción entre átomos en un medio. En la mecánica de sólidos, el medio es considerado como continuo, de manera que sus

propiedades (constantes elásticas y densidad, entre otras) son pensadas como funciones continuas. Considerando un modelo compuesto de una serie de masas discretas interconectadas por elementos elásticos, de modo que una perturbación aplicada a una masa se transmite inmediatamente hacia la otra para mantener el equilibrio de los cuerpos luego de la recepción de una excitación externa que propaga energía a través del medio, siendo la velocidad de esa propagación influenciada por la masa y rigidez del conjunto. En el caso de un medio continuo, la masa y los parámetros elásticos están distribuidos en términos de módulos elásticos y densidad (Graff, 2012).

Las ondas elásticas se mueven en un elemento cúbico infinitesimal presente en un medio sólido en dos modos básicos, un movimiento volumétrico, en el que se comprime y se expande el cubo, y uno de distorsión en el que el elemento se deforma manteniendo su volumen constante. Estas ondas también se conocen como ondas P (primario) y ondas S (secundarias), respectivamente, donde la primera oscila paralelamente y la segunda perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda. La Fig. 1 muestra el efecto del paso de los dos tipos de ondas (Miller et al., 2005).

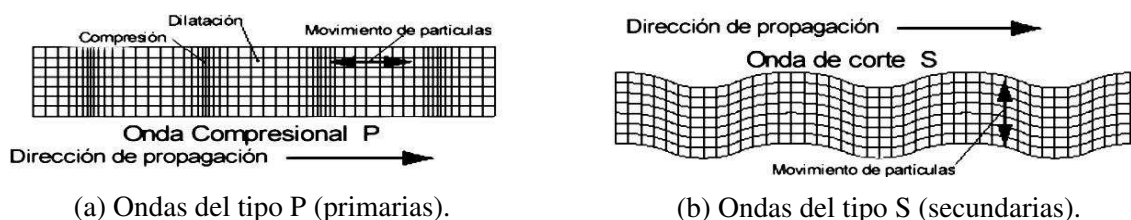


Figura 1: Tipos de ondas que se propagan en medios infinitos.

La velocidad de propagación de estas ondas se puede definir por las ecuaciones de movimiento para el desplazamiento en un cuerpo elástico lineal, homogéneo e isotrópico de una fuerza externa aplicada, sin fuerzas de cuerpo. Las Eqs. (1) y (2) muestran la velocidad de propagación de las ondas P y S , respectivamente, donde c_1 y c_2 son las velocidades de propagación de las ondas P y S , λ y μ son constantes de Lamé para el material y ρ es la densidad del medio (Miller et al., 2005),

$$c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad (1)$$

$$c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}. \quad (2)$$

Para un medio finito, donde la onda interactúa con cualquier superficie, se dice que la propagación resultante es una combinación de ambas ondas, que tiene su frecuencia, número de onda, velocidad de fase y modos propios, que están influenciados por la geometría de la guía de onda. Una herramienta que permite una mejor comprensión de estas ondas, son las curvas de dispersión, curvas que presentan los tipos de ondas modales en las cuales la onda aplicada se puede descomponer.

2.2. Propagación de las ondas longitudinales en barras delgadas

Para deducir la ecuación de una onda unidimensional, Graff, 2012, considera una onda longitudinal en una barra delgada. El equilibrio en el diferencial de dimensiones dx y área

de sección transversal A , dejando de lado las fuerzas del cuerpo, se describe en la Eq. (3), donde σ es un campo de tensión variable en el tiempo, $u(x, t)$ es un campo de desplazamiento longitudinal, ρ es la masa específica del material y t es el tiempo (ver Fig. 2).

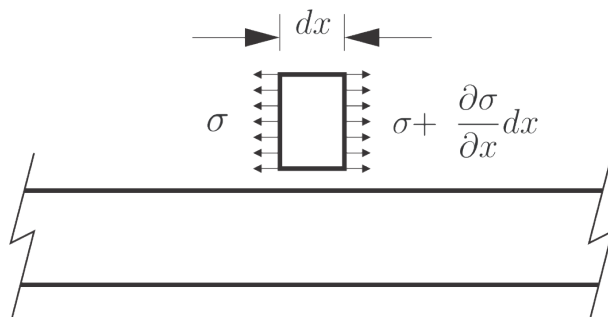


Figura 2: Equilibrio longitudinal de una barra.

$$-\sigma A + \left(\sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx \right) A = \rho dx A \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right). \quad (3)$$

Considerando un material elástico lineal, bajo pequeños deslizamientos y pequeñas deformaciones, las Eqs. (4) y (5) son utilizadas en la Eq. (3). Trabajando algebraicamente se llega a la Eq. (6), donde ε es la deformación axial y E el módulo de elasticidad del material.

$$\sigma = E\varepsilon \quad (4)$$

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (5)$$

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{\rho}{E} \frac{d^2 u}{dt^2} \quad (6)$$

$$c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (7)$$

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{d^2 u}{dt^2} \quad (8)$$

Sustituyendo la Eq. (7) en (6), podemos obtener la Eq. (8) en la cual c_0 es la velocidad de propagación de ondas longitudinales en una barra.

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{d^2 u}{dt^2} \quad (9)$$

La solución de esta ecuación se basa en las siguientes condiciones: área de la sección transversal del material es constante y homogéneo. Se supone también que las secciones transversales permanecen planas y paralelas entre sí durante la propagación de las ondas. Los efectos de la inercia lateral debido al efecto *Poisson* se desprecian, los que podrían haber sido cuantificados usando la Ley de *Hooke* generalizada, o sea que la Eq. (7) es una simplificación de la Eq. (1). En forma similar es posible proceder para encontrar la velocidad de las ondas secundarias o distorsionales ya presentada en la Eq. (2).

2.3. Solución de D'Alembert

La solución a la ecuación de onda encontrada por *D'Alembert* introduce un cambio de variables, llegando a la Eq. (10), en la que f y g son funciones arbitrarias determinadas por las condiciones iniciales o funciones de potencia de un problema específico que representan la propagación de perturbaciones (Graff, 2012).

$$u(x, t) = f(x - c_0t) + g(x + c_0t) \quad (10)$$

Es importante destacar que f y g representan perturbaciones que se propagan y que, independientemente de la forma de las perturbaciones, se mantienen durante la propagación. Luego las ondas se propagan sin distorsión. Para el caso particular en el que la excitación es una función armónica, el comportamiento se describe por la Eq. (11).

$$u(x, t) = A \cos(kx - \omega t) = A \cos[k(x - c_0t)] \quad (11)$$

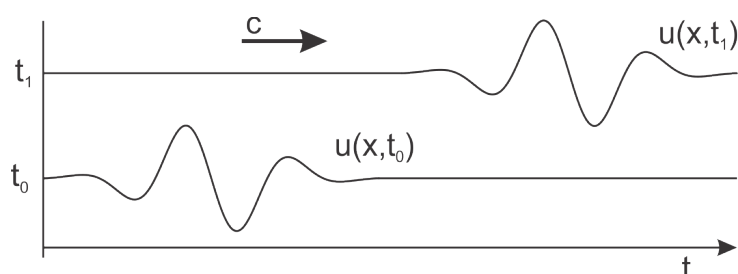


Figura 3: Propagación de la onda.

Donde ω es la frecuencia expresada en $[rad/s]$, k es el número de onda $[rad/m]$, c_0 es la velocidad de propagación de la onda en $[m/s]$, f la frecuencia en $[Hz]$, T el periodo en $[s]$, y la longitud de onda expresada en $[m]$. La relación entre estas magnitudes queda expresado con las Eq. (12), (13), (14) y (15).

$$\omega = 2\pi/T \quad (12)$$

$$k = 2\pi/l_0 \quad (13)$$

$$c_0 = \omega/k \quad (14)$$

$$f = 1/T \quad (15)$$

2.4. Atenuación de ondas mecánicas

En una perturbación que se propaga en un medio que ha disminuido su energía durante su propagación se dice que dicha perturbación es atenuada. El fenómeno de atenuación es causada por diferentes mecanismos, analizamos a continuación algunos de ellos.

Atenuación geométrica, que actúa sobre las propagaciones en las que el frente de onda es esférico o cilíndrico, el área del frente de la onda aumenta a medida que la onda se aleja del punto de emisión. Como la energía de la onda es la misma, esta se redistribuye en el frente de onda haciendo que la amplitud de los desplazamientos causados por la onda disminuya a medida que la parte delantera se aleja del punto emisor. Los frentes de onda planos en los que el área frontal permanece constante, no están sujetos a este tipo de atenuación.

Otra forma de atenuación es la separación de ondas debido a la interacción con dislocaciones y grietas, de modo que las ondas pierden energía mediante la interacción con dichas discontinuidades. Con el choque, parte de la energía de las ondas se separa en forma de reflexión o transmisión de onda a otros medios (Groth, 2016).

Otra forma de atenuación es producida por la dispersión, este es un fenómeno presente en geometrías en las que una o dos dimensiones son del orden de magnitud de la longitud de onda, l_0 , caso que se da en estructuras unidimensionales. Este fenómeno es causado por la dependencia de la velocidad de propagación de la onda con la frecuencia. Una perturbación que puede ser descompuesta en una suma de funciones armónicas con frecuencias y amplitudes diferentes que se irán separando, ya que cada una de estas funciones armónicas se propaga a diferentes velocidades debido a la dependencia de la velocidad de propagación con la frecuencia. Así, la amplitud de la perturbación disminuye a medida que se dispersa cuando propaga en la dirección de la guía de onda (dimensión infinita en la estructura analizada). Otra forma de dispersión es por la disipación de energía producida por mecanismos internos de disipación del material, el llamado comportamiento visco elástico del material.

2.5. Reflexión de ondas mecánicas

Las ondas pueden encontrar un cambio en el entorno en el que su propagación se reflejará en la interfaz o será transmitida a otro medio, también pueden cambiar su modo de propagación: pueden reflejarse o refractarse al interactuar con una interface.

En el caso de la propagación en un medio sólido, el comportamiento es complejo y se rige por la Ley de Snell.

Una onda transversal que incide sobre una superficie reflectora, se separará en dos ondas reflejadas, una transversal y una longitudinal, reflejadas respectivamente en un ángulo de θ_{rt} y un ángulo θ_{rl} , en el que el segundo depende de las velocidades de propagación, c_1 y c_2 . Los dos tipos de onda satisfacen la Eq. (16),

$$\frac{\sin \theta_{rl}}{c_1} = \frac{\sin \theta_i}{c_2} \quad (16)$$

Donde c_1 es la velocidad de propagación de la onda longitudinal en el medio y c_2 es la velocidad de propagación de la onda transversal en el mismo medio. La Figura 4 muestra el comportamiento de reflexión de ondas en medios líquidos y sólidos.

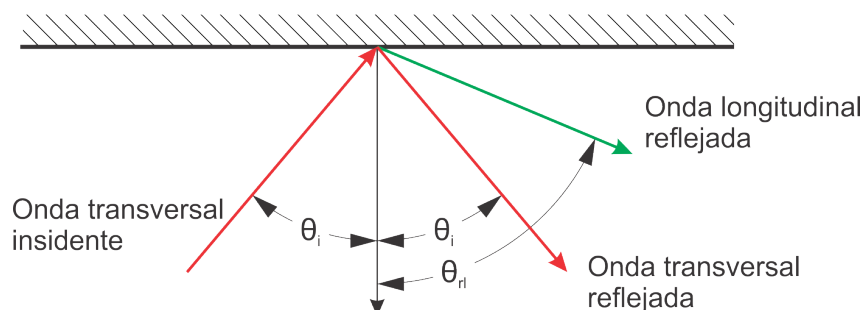


Figura 4: Reflexión de ondas en interfaces en un medio sólido según la Ley de Snell.

Notar que la onda longitudinal reflejada será normal a la onda incidente transversal, es decir,

$$\theta_{rl} + \theta_i = 90^\circ \quad (17)$$

Expresiones similares para determinar el ángulo de reflexión de las ondas reflejantes se pueden encontrar en el caso en que la onda incidente sea longitudinal.

Ecuaciones de Rayleigh-Lamb: en las Eq. (18) y (19) son representadas estas ecuaciones que gobiernan la propagación de ondas oblicuas en una placa de espesor b (Auld, 1990),

$$\frac{\tan(k_{ts}b/2)}{\tan(k_{tl}b/2)} = -\frac{4\beta^2 k_{tl}k_{ts}}{(k_{ts}^2 - \beta^2)^2} \quad (18)$$

$$\frac{\tan(k_{ts}b^2)}{\tan(k_{tl}b^2)} = -\frac{(k_{ts}^2 - \beta^2)^2}{4\beta^2 k_{tl}k_{ts}} \quad (19)$$

donde c_1 y c_2 son velocidades de propagación de las ondas primarias y secundarias presentadas en Eqs. (1) y (2),

$$k_{tl}^2 = \left(\frac{\omega}{c_1}\right)^2 - \beta^2 \quad (20)$$

$$k_{ts}^2 = \left(\frac{\omega}{c_2}\right)^2 - \beta^2. \quad (21)$$

En las Eq. (18) y (19) se representan las relaciones entre el número de onda en la dirección de propagación β , la frecuencia ω , la densidad de la placa ρ , las constantes de Lamé μ y λ , y el espesor de la placa b . Finalmente, k_{ts} y k_{tl} representan el número de onda en dirección transversal a la dirección de propagación de las ondas transversal y longitudinal, respectivamente. Las ondas definidas por la combinación de β y ω que verifican las expresiones de Rayleigh-Lamb pueden ser representadas como una familia de curvas llamadas curvas de dispersión. Las expresiones de Rayleigh-Lamb pueden ser calculadas analíticamente para el caso de una placa o tubos, en el caso de otras geometrías o perfiles con secciones transversales complejas es necesario realizar el cálculo de las curvas de dispersión en forma numérica.

2.6. Curvas de dispersión de estructuras elásticas isotrópicas con 2D finitas

En el caso de estructuras unidimensionales elásticas como un riel de tren, por ejemplo, la determinación de curvas de dispersión se vuelve compleja e imposible de calcular en forma analítica y para obtener dichas curvas se deben emplear técnicas numéricas. El método de elementos finitos, combinado con condiciones de contorno especiales o soluciones analíticas, es actualmente la herramienta más utilizada. Estos métodos son llamados métodos híbridos, ya que combinan las soluciones analíticas con técnicas numéricas, en la literatura son conocidos como Método de Elementos Finitos Semi Analítico (SAFE) (Rose, 2014).

3. METODOLOGÍA

En este trabajo se construyeron las curvas de dispersión por medio de dos métodos descriptos a continuación, en primer lugar se aplicó el método axisimétrico a un riel ferroviario tipo B.S.85A para así obtener las curvas de dispersión y en segundo lugar se realiza un análisis modal sobre un FEM tridimensional (3D), sobre el cual se aplican condiciones de borde periódicas en dirección de la propagación de la onda.

3.1. Determinación de las curvas de dispersión con un modelo Axisimétrico

Este método consiste en modelar la sección transversal en análisis como un aro de gran radio ($R > 10L$, siendo R el radio adoptado y L una dimensión característica de la sección

transversal estudiada). Con las condiciones de simetría axial, el mismo puede ser resuelto por un modelo construido en elementos finitos axisimétrico (Boeraeve, 2010). Los software comerciales de elementos finitos permiten calcular frecuencias naturales de vibración de un modelo axisimétrico, restringiendo el número de lóbulos en la dirección circunferencial que los modos asociados deben tener al vibrar. Esto es equivalente a encontrar frecuencias para un número de onda determinado, ver la ilustración en la Fig. 5. Definiendo así líneas verticales de las curvas de dispersión que se está construyendo. Este método es explicado en detalle en Cegla (2008), y fue implementado en el sistema de elementos finitos ANSYS® (ANSYS, 2009). En estos casos resulta importante determinar el coeficiente C_{order} , que representa el número por el que debemos dividir la longitud de la circunferencia del modelo axisimétrico analizado para poder determinar la longitud de onda l_0 definida como,

$$l_0 = \frac{2\pi R}{C_{order}} \quad (22)$$

donde,

$$l_0 = \frac{2\pi}{k}. \quad (23)$$

Operando con estas dos ecuaciones es posible vincular C_{order} con el número de onda k de la siguiente forma,

$$C_{order} = kR. \quad (24)$$

Realizando un análisis modal con un modelo axisimétrico, variando k dentro de los valores requeridos para el estudio y fijando el radio, R , de la simetría axial, de dimensiones mayores que las dimensiones de la sección transversal ($R > 10L$), se pueden obtener los valores de las frecuencias naturales de la estructura para cada valor de C_{order} , a partir del cual se obtendrían los puntos para cada valor de k de la curva de dispersión.

Graficando la nube de puntos obtenidos del estudio modal para cada valor de k , se generan las curvas de dispersión.

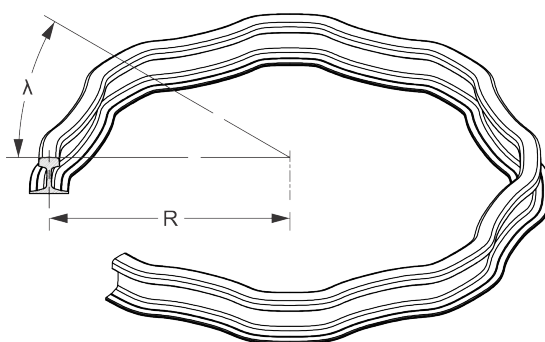


Figura 5: Esquema del modelo axisimétrico.

3.2. Determinación de las curvas de dispersión con un modelo considerando condiciones de contorno periódicas

Esta segunda metodología consiste en calcular modos y frecuencias de la guía de onda, aumentando o disminuyendo su longitud y colocando en sus extremos condiciones de contorno periódicas simétricas y antisimétricas de modo de permitir que aparezcan los modos correspondientes a las ondas modales buscadas.

Estas condiciones de contorno hacen que el acoplamiento entre los desplazamientos de las caras del modelo tengan una cierta relación, como se aprecia en la Fig. 6. El desplazamiento de la cara A va a tener un movimiento igual al de la cara B (condición de anti-simetría), o el movimiento de la cara A será igual al de B en módulo, pero en sentido opuesto (condición de simetría). Las condiciones de contorno periódicas son aplicadas en el modelo en las caras de las secciones extremas, de manera que cada nodo de la cara A tenga su respectivo par de la cara B y ambos estén acoplados.

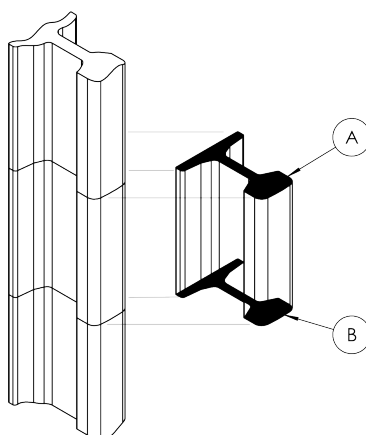


Figura 6: Detalle de las caras A y B, para modelo de condiciones periódicas.

Aplicando las condiciones de contorno periódico simétrico o antisimétricos, sobre los extremos del perfil y calculando sobre el modelo así definido modos y frecuencias es posible por inspección encontrar las frecuencias y modos correspondientes a puntos de las curvas de dispersión generadas en Secc. 3.1.

En la práctica, la determinación de cada uno de los puntos de la curva de dispersión depende de un análisis visual de cada uno de los modos calculados. El objetivo del método consiste, con las condiciones de contorno impuestas, en hacer que el modelo imite el comportamiento de las ondas guiadas, para una determinada longitud de onda. La gran ventaja de esta metodología es la posibilidad de visualizar el modo de propagación en un modelo 3D; la desventaja está en la dificultad de la automatización del método.

Por lo mencionado anteriormente, con este método no se obtuvieron las curvas de dispersión, sino solo puntos característicos de la misma para poder visualizar los modos asociados a las curvas de dispersión obtenidas con el método basado en el modelo axisimétrico (Secc. 3.1).

4. CÁLCULO DE CURVAS DE DISPERSIÓN EN UN PERFIL DE RIEL

Para el cálculo por ambos métodos será utilizado un modelo de perfil de riel tipo BS85A de $42,18\text{kg/m}$ que se observa en la Fig.7. Las características del material se describen en la Tabla 1.

Nomenclatura	Valor	Descripción
E	210GPa	Módulo de Young's
ν	0,3	Coficiente de Poisson
ρ	7850kg/m^3	Densidad

Tabla 1: Propiedades del material del riel.

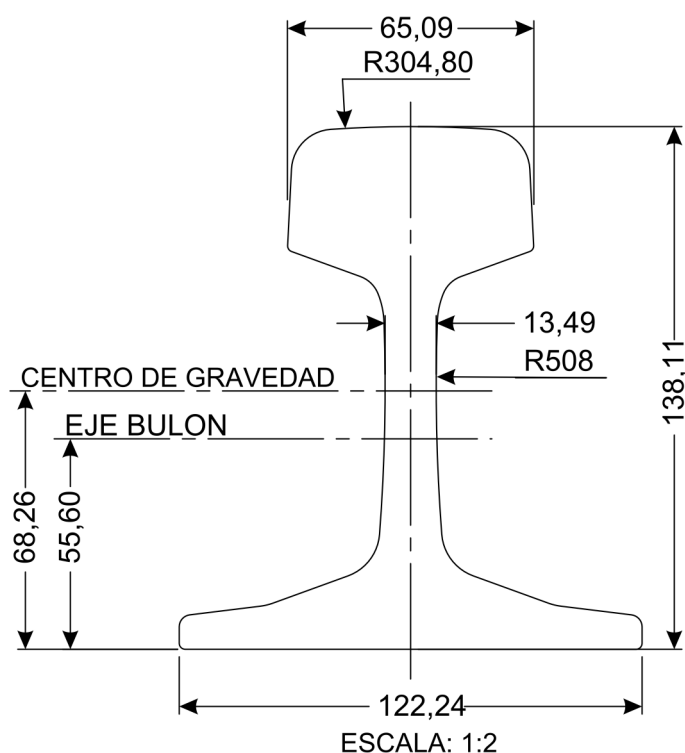


Figura 7: Perfil del riel BS85A.

4.1. Cálculo por método axisimétrico

En la implementación de este método se ha dejado fijo el radio en un valor determinado por los parámetros de cálculo, para nuestro caso particular $R = 1050m$, se ha hecho variar k entre un valor mínimo de $0,01rad/m$ y un valor máximo de $350rad/m$, el intervalo de variación de k es de $0,01rad/m$.

Los resultado de las frecuencias encontradas entre la máxima y mínima establecidas para cada valor de k son graficados en conjunto lo cual permite visualizar las curvas de dispersión. El contorno del perfil es introducido como un archivo neutro, (*.igs), de esta manera podemos, a través de este tipo de archivos, importar directamente cualquier perfil que sea requerido para su estudio.

Para el cálculo de las curvas por el método axisimétrico se utilizo el elemento PLANE83 de ANSYS (ANSYS, 2009) el cual es un elemento plano axisimétrico de 8 nodos, con un total de 5653 elementos y 17520 nodos. Los parámetros de cálculo se presentan en la Tabla 2 y en la Fig. 8 se ilustra el mallado.

Nomenclatura	Valor	Descripción
R	1050m	Radio de Simetría
T	0,001m	Tamaño característico del elemento
N_{mod}	100	Cantidad de Modos calculados
K_{min}	0,01rad/m	Número de Onda Mínimo
K_{max}	350rad/m	Número de Onda Máximo
K_{inc}	0,01rad/m	Intervalo de Número de Onda

Tabla 2: Características utilizadas en el método axisimétrico.

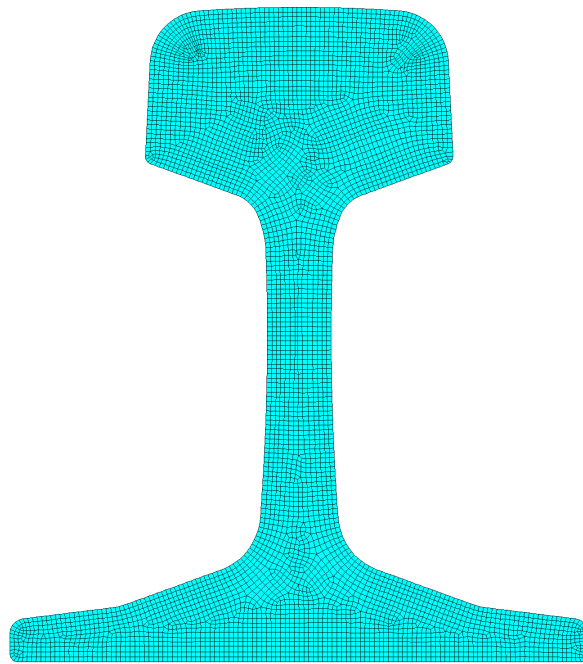


Figura 8: Malla para modelo axisimétrico del riel BS85A.

A partir de todos estos parámetros y características definidas, previamente se construyó la gráfica de la Fig. 9 que muestra las curvas de dispersión para este caso.

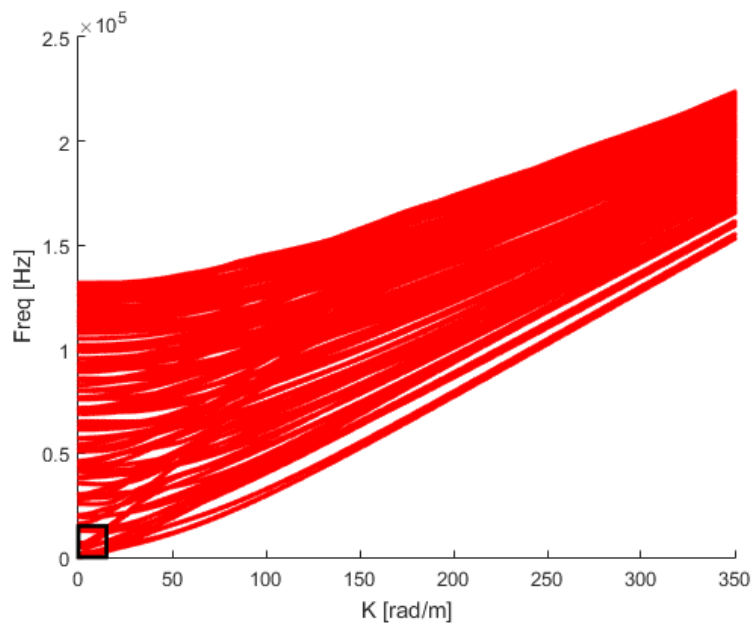


Figura 9: Curvas de dispersión riel BS85A generadas por el modelo Axisimétrico.

Para obtener las curvas de dispersión, en el dominio de velocidad de fase versus frecuencia (c_0 vs f), se calcula por medio de las Eqs. (12) y(14) siendo que,

$$c_0 = \frac{2\pi f}{k}, \quad (25)$$

de esta manera, los valores obtenidos, son calculados en el dominio de la velocidad y frecuencia, donde para cada par de valores $(f; k)$, se obtiene un nuevo par de valores $(c_0; f)$.

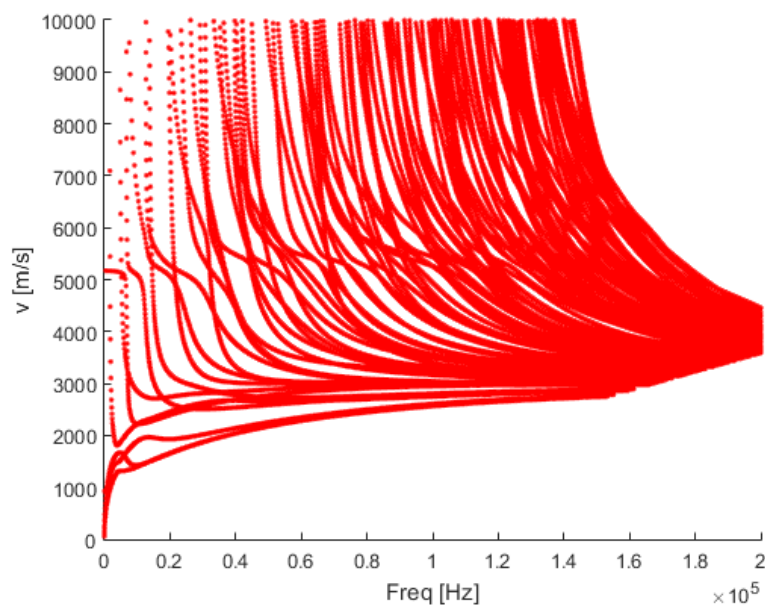


Figura 10: Curvas de dispersión riel BS85A generadas por el método Axisimétrico.

Si restringimos el estudio a un rango de frecuencia menor (observar la ventana indicada en la Fig. 9), en el intervalo de frecuencias entre 0 y $10k\text{Hz}$, con k entre 0,1 y 15rad/m , ya que se pretende enfocar los futuros ensayos reales a esta franja de frecuencias. En la Fig. 11 se presenta las curvas de dispersión en el dominio (f, k) en el rango mencionado y en la Fig.12 se presenta en el dominio (v, f) .

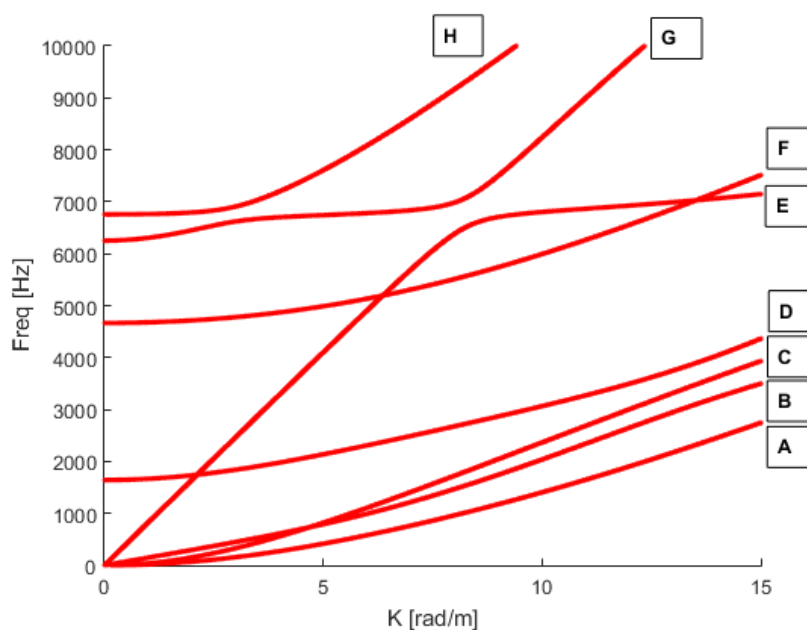


Figura 11: Curvas de dispersión riel de $42,18\text{kg/m}$ - Perfil BS85A (Zoom de Fig. 9).

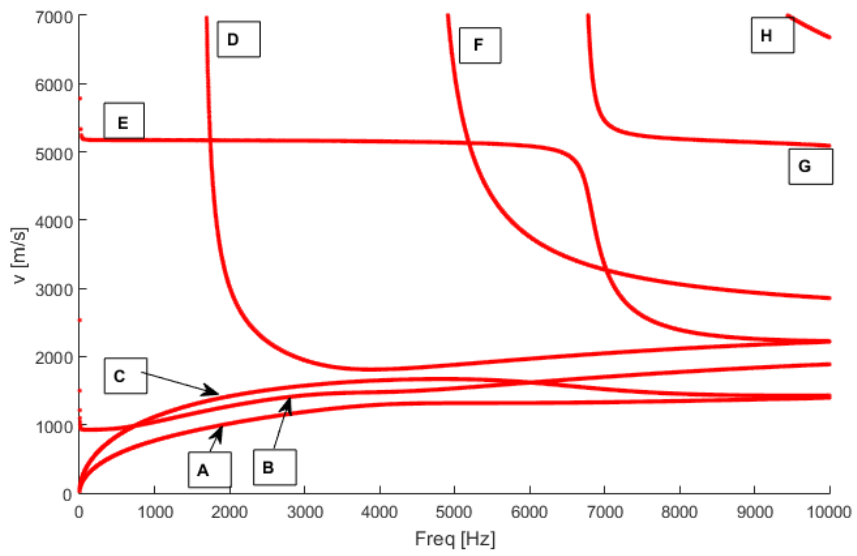


Figura 12: Curvas de dispersión riel de 42,18kg/m - Perfil BS85A, en el dominio (C_o vs f).

4.2. Cálculo por el método de condiciones periódicas

Con esta metodología fueron calculadas las frecuencias para los diferentes modos con elementos sólidos. Para distintos pares de valores (f, k) que ellos se construyeron nuevamente las curvas de dispersión.

Para obtener las curvas por esta metodología se discretizó al riel con un elemento sólido cuadrático de 10 nodos por elementos denominado en la librería de ANSYS como SOLID187 (ANSYS, 2009). Para este modelo es de importancia tener un tamaño característico del elemento esta relacionado con el valor máximo de número de onda que se requiera estudiar, para el presente caso, con $k = 350 \text{ rad/m}$ se tiene,

$$\lambda = \frac{2\pi}{350} = 9 \text{ mm}. \quad (26)$$

En el script del ANSYS se implementó con un tamaño característico de 8 mm , como menciona Marburg y Nolte (2008) se necesitan al menos 6 nodos por largo de la longitud de onda mas corta, por lo que se pueden generar las curvas de dispersión hasta un $k = 350 \text{ rad/m}$ con una precisión adecuada para este estudio. En la sección transversal, la dimensión más pequeña (espesor del alma) tenemos dos elementos cuadráticos por longitud característica, y podemos considerar que ella equivale a una semilongitud de onda, como los elementos son cuadráticos tendríamos 5 elementos por semilongitud siendo que esto permitiría también tener una adecuada discretización.

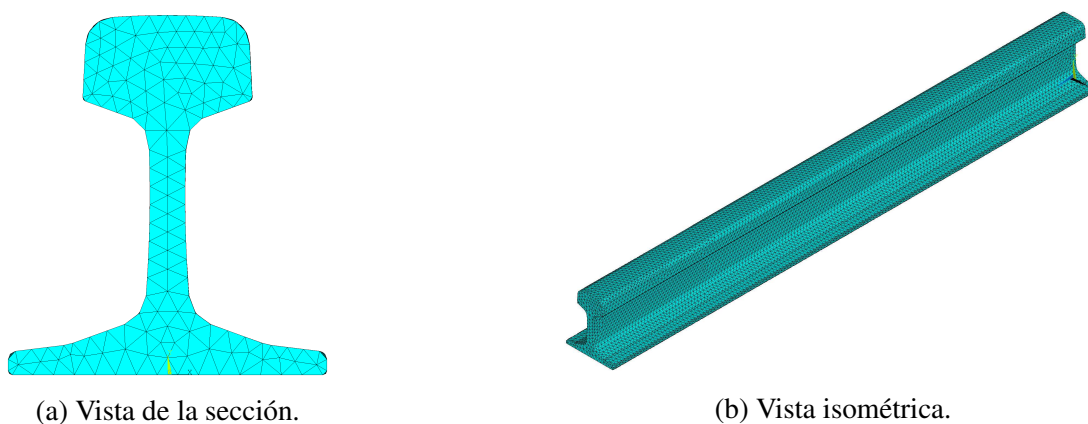


Figura 13: Malla para el modelo de condiciones periódicas.

En la Fig. 14 son presentados 8 puntos obtenidos por esta metodología, pudiéndose apreciar la forma modal de cada curva.

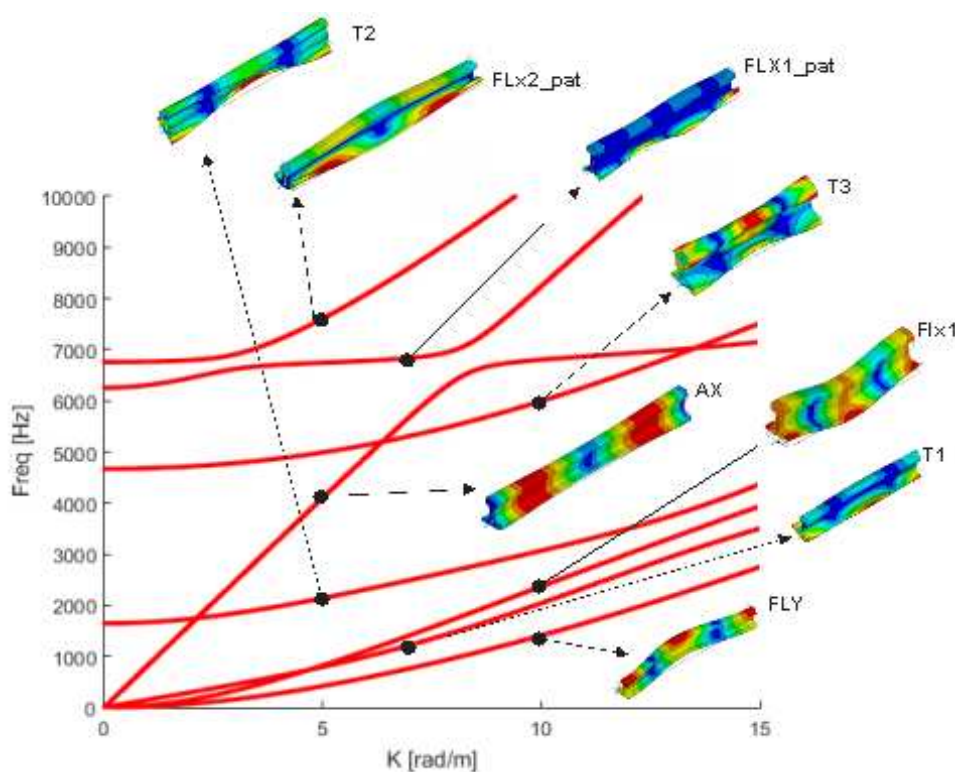
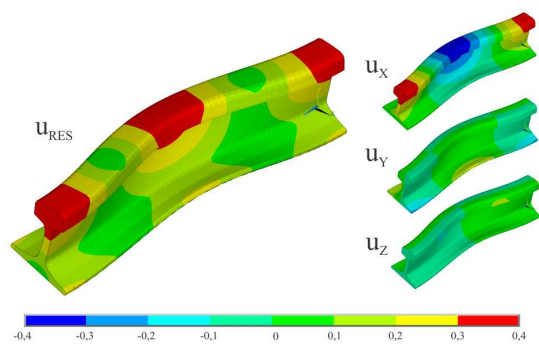


Figura 14: Curvas de dispersión riel de $42,18\text{kg/m}$ - Perfil BS85A generadas por condiciones periódicas.

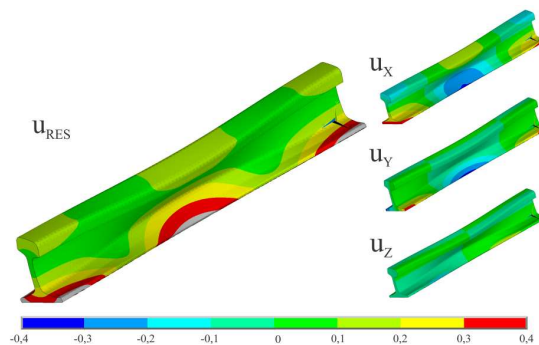
En la Fig. 15 se presentan las formas modales, los tres desplazamiento en cada dirección y el resultante, para cada punto de la Fig. 14.

El análisis de la Fig. 15 y siguientes permite observar que:

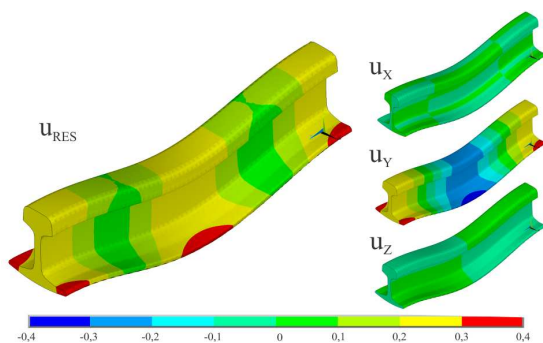
- Las ondas modales que aparecen en las curvas de dispersión para frecuencias más bajas están asociados a movimientos de todas las regiones del perfil. (vemos que solo las curvas G (Fig. 15g) y H (Fig. 15h) tienen componentes preferenciales en la zona del patín).
- El análisis de este perfil de riel fue realizado considerando el mismo libre en todas las direcciones.
- El modo E (Fig. 15e) resulta ser axial y está asociado a activar todo el perfil en forma uniforme, otra característica importante es la de tener una velocidad de propagación independiente de la frecuencia hasta aproximadamente 7kHz . Esta configuración probablemente cambie al restringir el movimiento del patín, condición más próxima a la que tiene el riel cuando es instalado sobre la vía.



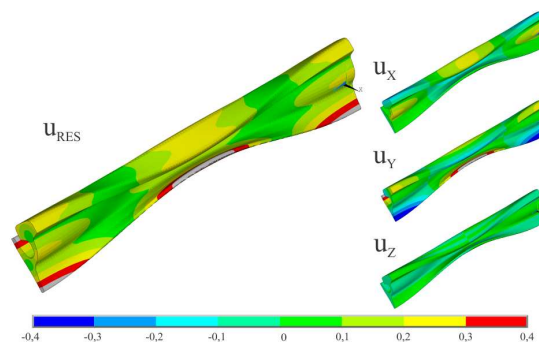
(a) Flexión en Y (FLY).
Punto [$k = 10\text{rad/m}$, $f = 1,40\text{kHz}$].



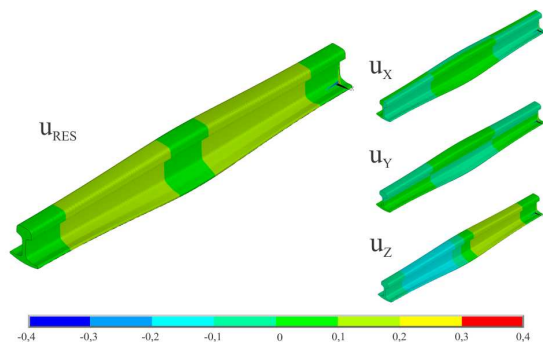
(b) Torsión (T1).
Punto [$k = 7\text{rad/m}$, $f = 1,22\text{kHz}$].



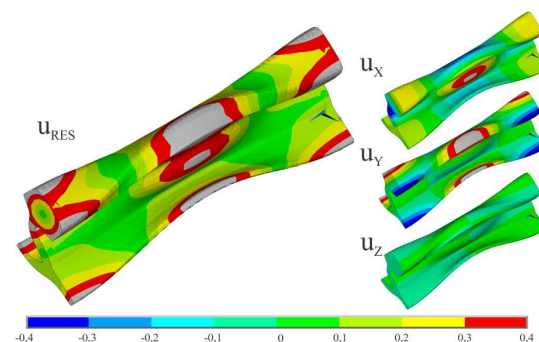
(c) Flexión en X (FLX).
Punto [$k = 10\text{rad/m}$, $f = 2,36\text{kHz}$].



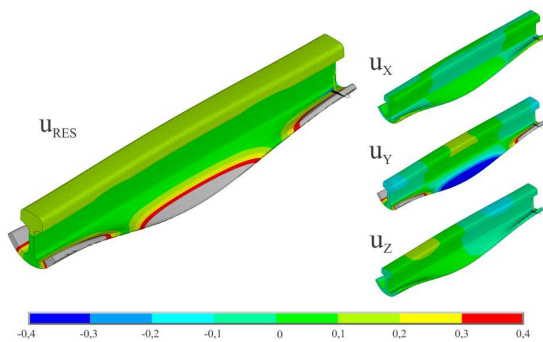
(d) Torsión (T2).
Punto [$k = 5\text{rad/m}$, $f = 2,14\text{kHz}$].



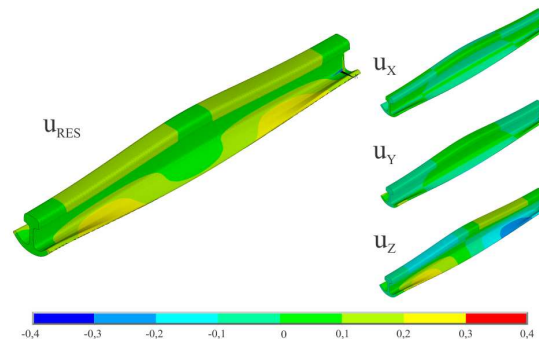
(e) Axial (Ax).
Punto [$k = 5\text{rad/m}$, $f = 4,09\text{kHz}$].



(f) Torsión (T3).
Punto [$k = 10\text{rad/m}$, $f = 6,00\text{kHz}$].



(g) Flexión del patín en X (FLx1pat).
Punto [$k = 7\text{rad/m}$, $f = 6,85\text{kHz}$].



(h) Flexión en X del patín FLx2pat.
Punto [$k = 5\text{rad/m}$, $f = 7,61\text{kHz}$].

Figura 15: Puntos de control en condiciones periódicas.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se realizó el estudio de propagación de ondas guiadas de un riel ferroviario. Para ello se implementó una forma racional de crear las curvas de dispersión para geometrías transversales complejas y los resultados obtenidos fueron consistentes con la bibliografía. Para ello se implementaron dos metodologías para calcular las curvas de dispersión. Las conclusiones presentadas en este documento son las siguientes:

- Los métodos SAFE utilizados presentaron resultados consistentes.
- Los métodos SAFE presentan diferencias entre sí, siendo que el método de las condiciones periódicas provee de un resultado más fácil de analizar, pues permite la visualizar en 3D de los modos de propagación. Por otro lado, el método axisimétrico con un costo computacional menor, por trabajar con un modelo de FEM 2D, y una facilidad de automatizar en la confección de las curvas de dispersión. Prestándose las dos soluciones como complementares.
- A medida que es más compleja la geometría transversal de la guía de ondas más compleja será el conjunto de curvas de dispersión generados. En el caso del riel las curvas de dispersión deben ser estudiadas en intervalos de frecuencia pequeños en la región de interés.
- Como es común en otras guías de ondas que poseen una dimensión infinita, los rieles poseen 4 modos básicos de propagación, ellos son : uno axial (AX), uno torsional (T1), y dos flexionales (FLX, FLY). Estos cuatro modos actúan junto con modos particulares a la forma de la guía que en este caso producen modos que se concentran en el alma patín o cabeza del riel.
- En el contexto de la utilización de ondas guiadas como base para buscar la evaluación de defectos en estructuras metálicas, en especial en rieles de tren, algunos modos son más indicados para el desarrollo de una técnica de ensayos no destructivos (NDT), específicamente en este caso como se observa en la Fig. 12, el modo menos dispersivo en la franja de frecuencias de 0 a $6kHz$ sera el modo axial que en la Fig. 11 puede ser representado como una recta con coeficiente angular igual a $(E/\rho)^{0,5}$. Estas observaciones pueden cambiar en su totalidad o en partes en el caso de considerar las condiciones de apoyo que se asemejen mas a las que tiene el riel cuando esta trabajando en la vía. Siendo está la continuación natural del presente trabajo.

REFERENCIAS

- ANSYS. *Programmer Manual for Mechanical APDL*. ANSYS Inc., 2009.
- Auld B. *Acoustic fields and waves in solids*. número v. 2 En *Acoustic Fields and Waves in Solids*. R.E. Krieger, 1990. ISBN 9780898747836.
- Boeraeve D.I.P. *Introduction to The Finite Element Method*. Dover Books on Physics. 2010.
- Cegla F.B. Energy concentration at the center of large aspect ratio rectangular waveguides at high frequencies. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123 6:4218–26, 2008.
- Graff K. *Wave Motion in Elastic Solids*. Dover Books on Physics. Dover Publications, 2012. ISBN 9780486139579.
- Groth E.B. *Propagação de ondas de tensão em hastes retangulares no intervalo de frequência de (0;100kHz)*. Tesis de Maestría, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), 2016.

- Marburg S. y Nolte B. *Computational Acoustics of Noise Propagation in Fluids - Finite and Boundary Element Methods*. Springer Berlin Heidelberg, 2008. ISBN 9783540774488.
- Miller R., Hill E., y Moore P. *Nondestructive testing handbook: Acoustic emission testing. Vol. 6*. Nondestructive testing handbook. American Society for Nondestructive Testing, ASNT, 2005. ISBN 9781571171375.
- Rose J. *Ultrasonic Guided Waves in Solid Media*. Cambridge University Press, 2014. ISBN 9781107048959.