

CUANTIFICACIÓN DE INCERTIDUMBRE PARAMÉTRICA ASOCIADA AL GALLOPING EN CABLES DE TRANSMISIÓN DE ELECTRICIDAD

QUANTIFICATION OF PARAMETRIC UNCERTAINTY ASSOCIATED WITH GALLOPING IN ELECTRICITY TRANSMISSION CABLES

Damián F. Campos^a, Germán G. Keil^a y Marcelo T. Piovan^b

^a*Departamento de Mecánica Aplicada, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Comahue,
Buenos Aires 1400, 8300 Neuquén, Argentina, damian.campos@fain.uncoma.edu.ar,
german.keil@fain.uncoma.edu.ar*

^b*Centro de Investigaciones de Mecánica Teórica y Aplicada, Universidad Tecnológica Nacional FRBB
y CONICET, 11 de Abril 461, Bahía Blanca, Argentina, mpiovan@frbb.utn.edu.ar*

Palabras clave: Galloping, Incertidumbre, Monte Carlo.

Resumen. Los conductores de las líneas de transmisión de electricidad están sometidos a diversos movimientos causados por la acción del viento. Entre los más comunes se pueden mencionar: las vibraciones eólicas, las oscilaciones de subvano (haces de conductores) y el galloping. En el presente trabajo se analiza el galloping, que ocurre cuando los conductores se cubren de hielo, caracterizándose por tener grandes amplitudes de desplazamiento y muy bajas frecuencias. La dinámica de cables asociada a este tipo de movimientos puede estudiarse representada por medio de modelos matemáticos de diversa complejidad. Para evaluar la dinámica de la estructura/modelo matemático con parámetros inciertos, se empleó el Enfoque Probabilístico Paramétrico contemplando el uso del método Monte Carlo. Mediante el mismo, se calculan las respuestas para diversos órdenes de variabilidad de los parámetros de entrada. Los resultados obtenidos permiten identificar los parámetros más sensibles al fenómeno.

Keywords: Galloping, Uncertainty, Monte Carlo.

Abstract. The conductors of electricity transmission lines are subjected to various movements caused by the action of the wind. Among the most common we can mention: wind vibrations, oscillations of subvane (bundle conductors) and galloping. In the present work the galloping is analyzed, which occurs when the conductors are covered with ice, characterized by having large amplitudes of displacement and very low frequencies. The dynamics of cables associated with this type of movement can be studied and represented by mathematical models of different complexity. To evaluate the dynamics of the mathematical structure / model with uncertain parameters, the Parametric Probabilistic Approach was used contemplating the use of the Monte Carlo method. Through it, the responses are calculated for various orders of variability of the input parameters. The results obtained allow identifying the most sensitive parameters to the phenomenon.

1. INTRODUCCIÓN

Durante la operación de las líneas de transmisión eléctrica, los conductores están sometidos a distintos tipos de vibraciones mecánicas como ser: galloping, eólicas, y para el caso de haces de conductores, se incluyen las oscilaciones de subvano. El galloping es un tipo de fenómeno vibracional autoexcitado que se caracteriza por ser de baja frecuencia y gran amplitud. Su aparición está asociada comunmente a conductores con una formación de hielo superficial en épocas invernales. En determinadas circunstancias, la geometría del hielo acumulado adquiere características irregulares generándose un perfil aerodinámicamente inestable. Ante un eventual viento transversal se pueden producir oscilaciones de amplitudes considerables y muy perceptibles para el ojo humano. Las mismas quedan caracterizadas por presentarse principalmente en el plano vertical, con frecuencias entre los 0.1 Hz a 1 Hz, y con amplitudes que pueden alcanzar valores de hasta cuatro veces la flecha máxima de la catenaria del vano en estudio. Las experiencias demuestran que la velocidad del viento necesaria para inducir este fenómeno, debe ser mayor a 7 m/s.

El galloping trae aparejado distintos problemas en la operación de las líneas de transmisión dado que puede:

- Provocar que los conductores de distintas fases se acerquen demasiado generando cortocircuitos.
- Generar amplitudes de tal magnitud que los esfuerzos dinámicos superen la resistencia mecánica de las cadenas de aisladores, provocando la rotura de uno o más aisladores y los consecuentes daños asociados al conductor.
- Propiciar en casos extremos, que las oscilaciones se transmitan a las torres con una amplitud y frecuencia tal que todo el sistema entre en resonancia produciendo el colapso del mismo.

Por lo expuesto, el fenómeno debe ser considerado durante la fase diseño de las líneas.

En tal sentido se tienen como antecedentes los estudios realizados por diferentes investigadores a partir de la teoría clásica de inestabilidad aerodinámica (Dean Hartog, 1932). Esta predice, para distintas configuraciones de formación de manguitos de hielo sobre el conductor, una inestabilidad en la dirección normal a la correspondiente al viento. En las décadas siguientes, se profundizaron los estudios experimentales de campo (Edwards y Madeyski, 1956). A través de los mismos, durante el fenómeno de galloping se detectó la presencia de vibraciones torsionales del conductor, con la singularidad de que las frecuencias de estas se incrementan a partir del inicio de la inestabilidad. Esta situación dió origen al desarrollo de modelos de dos grados de libertad que contemplan adicionalmente la inestabilidad torsional (Blevins y Iwan, 1974; Nigol y Buchan, 1981; Richardson , 1981). Yu, Shah y Poppellwell (1993) desarrollaron un modelo de tres grados de libertad, resolviendo las ecuaciones del movimiento vertical, horizontal y torsional a partir del análisis perturbacional. Los autores referenciados precedentemente, asumen que las líneas de transmisión eléctrica sujetas a la acción eólica se deforman linealmente. Por lo expuesto los conductores se modelan como osciladores lineales. Sin embargo, surgen no linealidades asociadas a la geometría y materiales de las estructuras, que pueden constituirse en factores importantes afectando la predicción de la respuesta dinámica del sistema.

En la práctica, se presentan dificultades para modelizar correctamente las fuerzas eólicas que actúan sobre las estructuras. Si las oscilaciones de una estructura son suficientemente pequeñas, la fuerza aerodinámica puede ser modelada a través de una función del ángulo de ataque. No

obstante, en la mayoría de los casos dichas oscilaciones son significativas, por lo que las fuerzas aerodinámicas son no lineales y están acopladas con las estructurales. Específicamente se produce la separación del flujo a sotavento y las fuerzas fluidodinámicas son funciones no lineales del ángulo de ataque. Comunmente, los modelos dependen de un ajuste de las curvas no lineales obtenidas en forma experimental a partir de ensayos realizados en túneles de viento. De esta manera, la fuerza aerodinámica se aproxima a través de polinomios de diferentes grados de exactitud.

En el presente trabajo, se caracteriza el movimiento a través de un modelo de dos grados de libertad. Para la resolución correspondiente, las ecuaciones son adimensionalizadas a través de determinados parámetros característicos de diseño de la línea. Dado que el conjunto de parámetros involucrados en la problemática, como ser amortiguamiento y rigidez (vertical y torsional), tensión de tiro, coeficientes aerodinámicos, entre otros, tienen per se una variabilidad e incertidumbre asociada a la real determinación de los mismos, se considera necesaria la utilización de herramientas estadísticas para su correcta evaluación. En tal sentido se propone la aplicación del Enfoque Probabilístico Paramétrico, el cual contempla el uso del método de Monte Carlo, para efectuar un conjunto de realizaciones, partiendo de aceptar a los parámetros inciertos como variables aleatorias con distribuciones definidas según las condiciones del problema. La distribución de densidad de probabilidad de cada variable asumida como aleatoria, se determina empleando el principio de Máxima Entropía, según el cual se deducen las distribuciones de probabilidades, que para una información dada, logra obtener la máxima incertidumbre de respuesta.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Modelo determinístico

Con el objetivo de plantear las ecuaciones del movimiento del conductor sobre el que se ha producido la formación de hielo, se presenta esquemáticamente una estructura esbelta con una sección transversal de forma arbitraria y expuesta a la acción del viento en la dirección horizontal con velocidad estacionaria U , (véase la Fig. 1). A tal fin, se adopta un sistema de ejes cartesianos contemplando dos grados de libertad; específicamente el movimiento vertical en el eje y perpendicular a la dirección del viento y el ángulo de torsión θ . A los efectos de simplificar la representación, en el diagrama no se muestran los elementos amortiguantes del sistema en paralelo con los resortes.

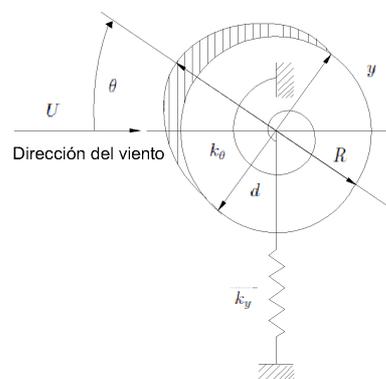


Figura 1: Esquema del modelo de dos grados de libertad para el conductor.

Se consideran los coeficientes de rigidez vertical (k_y) y torsional (k_θ), los de amortiguamiento vertical (c_y) y torsional (c_θ), y siendo m y J_0 , la masa y el momento de inercia por unidad de longitud respectivamente. El movimiento oscilatorio de la estructura se puede modelar utilizando el siguiente sistema de ecuaciones:

$$m\ddot{y} + c_y\dot{y} + k_y y = F_y \tag{1}$$

$$J_0\ddot{\theta} + c_\theta\dot{\theta} + k_\theta\theta = M_\theta \tag{2}$$

Donde F_y y M_θ representan respectivamente, la proyección de la fuerza en la dirección vertical y el momento, generados por efectos aerodinámicos. Dichas solicitaciones pueden ser expresadas en forma general a través de las ecuaciones (3) y (4), (véase la Fig. 2).

$$F_y = F_D \text{sen}\alpha + F_L \text{cos}\alpha = \frac{1}{2}\rho U^2 d C_y(\alpha) \tag{3}$$

$$M_\theta = \frac{1}{2}\rho U^2 d^2 C_M(\alpha) \tag{4}$$

Donde, ρ es la densidad del aire, d el diámetro del conductor, $C_y(\alpha)$ y $C_M(\alpha)$ son funciones no lineales del ángulo de ataque α , que dependen de la sección transversal y del número de Reynolds.

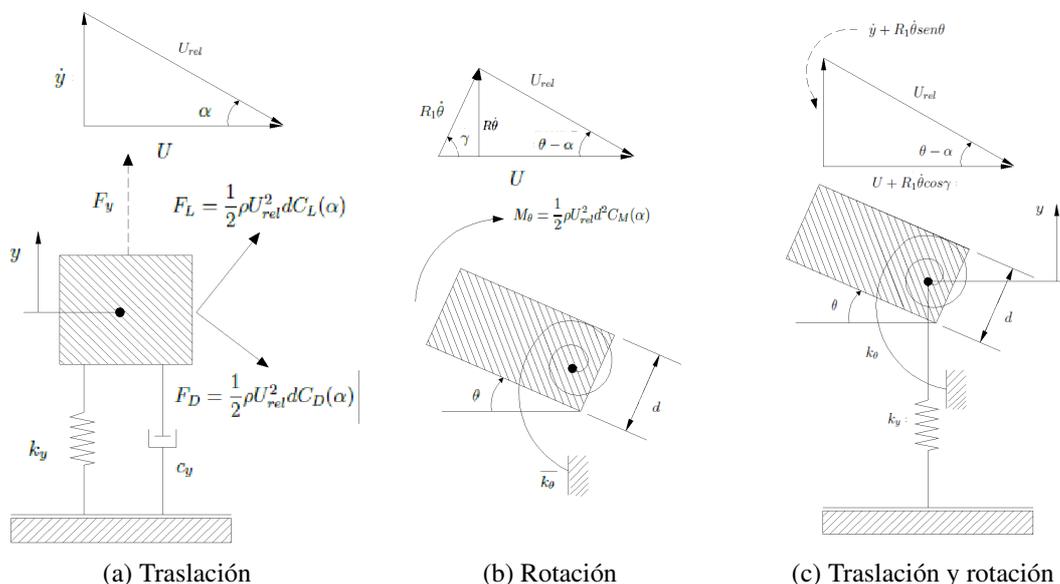


Figura 2: Fuerzas aerodinámicas

Según la propuesta de Cactano (2007), replanteando las ecs. (3) y (4) en función de los coeficientes de sustentación (C_L) y arrastre (C_D), se obtienen las ecs. (5) y (6) que representan las correspondientes fuerzas de sustentación (F_L) y de arrastre (F_D).

$$F_L = \frac{1}{2}\rho U_{rel}^2 d C_L(\alpha) \tag{5}$$

$$F_D = \frac{1}{2}\rho U_{rel}^2 d C_D(\alpha) \tag{6}$$

$$M_\theta = \frac{1}{2} \rho U_{rel}^2 d^2 C_M(\alpha) \quad (7)$$

Los coeficientes $C_y(\alpha)$ y $C_M(\alpha)$ se obtienen de ensayos realizados en túnel de viento, y pueden ser aproximados con polinomios de orden cúbico, según lo propuesto por [Blevins y Iwan \(1974\)](#).

$$C_y(\alpha) = -a_1\alpha + a_3\alpha^3 \quad (8)$$

$$C_M(\alpha) = -b_1\alpha + b_3\alpha^3 \quad (9)$$

En (8) y (9), a_1 , a_3 , b_1 y b_3 son constantes obtenidas a partir del ajuste de las curvas experimentales considerando cargas eólicas cuasiestáticas. Para pequeños ángulos de ataque ($\alpha \ll 1$) y $U_{rel} \cong U$, se obtiene (10) considerando que R es la distancia del centro del conductor al punto más alejado de la formación de hielo.

$$\alpha \cong \theta - \frac{R_1 \dot{\theta}}{U} - \frac{\dot{y}}{U} \quad (10)$$

Donde:

$$R_1 = \frac{R}{\text{sen}\gamma} \quad (11)$$

Utilizando las ecs. (3) a (11), las ecuaciones del movimiento (1) y (2) pueden expresarse de la siguiente manera:

$$\ddot{y} + \frac{c_y}{m} \dot{y} + \omega_y^2 y - \frac{\rho U^2 d}{2m} (a_1 \alpha + a_3 \alpha^3) = 0 \quad (12)$$

$$\ddot{\theta} + \frac{c_\theta}{J_O} \dot{\theta} + \omega_\theta^2 \theta - \frac{\rho U^2 d^2}{2J_O} (b_1 \alpha + b_3 \alpha^3) = 0 \quad (13)$$

Donde, las frecuencias naturales verticales (ω_y) y torsionales (ω_θ) vienen dadas por las ecs. (14).

$$\omega_y = \sqrt{\frac{k_y}{m}} \quad , \quad \omega_\theta = \sqrt{\frac{k_\theta}{J_O}} \quad (14)$$

A su vez, $\omega_y = (n\pi/l)\sqrt{(H/m)}$ ($n = 1, 2, \dots$), son las frecuencias de los modos normales de vibración del conductor con tensión de tiro H . Con el objetivo de adimensionalizar las ecs. (12) y (13) se recurre a las expresiones dadas en (15).

$$\bar{y} = \frac{y}{d} \quad , \quad \bar{U} = \frac{U}{\omega_y d} \quad , \quad \tau = \omega_y t \quad , \quad \eta_y = \frac{\rho d^2}{2m} \quad , \quad r = \frac{\omega_\theta}{\omega_y} \quad (15)$$

$$\eta_\theta = \frac{\rho d^4}{2J_O} \quad , \quad \xi_y = \frac{c_y}{2m\omega_y} \quad , \quad \xi_\theta = \frac{c_\theta}{2J_O\omega_\theta} \quad , \quad \bar{R}_1 = \frac{R_1}{d}$$

En las ecs. (16) (17), se presenta el sistema de ecuaciones diferenciales del movimiento adimensionalizado.

$$\frac{d^2\bar{y}}{d\tau^2} + \bar{y} + 2\xi_y \frac{d\bar{y}}{d\tau} - \eta_y U^2 (a_1 \bar{\alpha} + a_3 \bar{\alpha}^3) = 0 \quad (16)$$

$$\frac{d^2\theta}{d\tau^2} + r^2\theta + 2r\xi_\theta \frac{d\theta}{d\tau} - \eta_\theta U^2 (b_1 \bar{\alpha} + b_3 \bar{\alpha}^3) = 0 \quad (17)$$

Donde, el ángulo de ataque adimensional viene dado por la ec. (18).

$$\bar{\alpha} = \theta - \frac{1}{U} \frac{d\bar{y}}{d\tau} - \frac{\bar{R}_1}{U} \frac{d\theta}{d\tau} \quad (18)$$

2.2. Modelo Estocástico

Las ecs. (16) (17) describen el modelo determinístico para resolver el sistema de ecuaciones del movimiento con dos grados de libertad representativo del fenómeno de galloping. Se debe tener en cuenta, tal lo señalado precedentemente, que existe la posibilidad de que ciertos parámetros involucrados presenten una importante aleatoriedad. Debido a esto, se adopta un modelo probabilístico, el cual se formula seleccionando dichos parámetros inciertos y definiendo las variables aleatorias correspondientes basado en la información disponible. En función a lo explicitado anteriormente, se usa el Principio de Máxima Entropía, debido a que el mismo permite la construcción de las funciones de densidad de probabilidad, de las variables aleatorias garantizando la consistencia (con la información disponible) y al problema planteado. El Principio de Máxima Entropía se define de la siguiente forma:

$$p_V^{opt} = \underset{p_V \in B}{argmax} S(p_V) \quad (19)$$

Donde p_V^{opt} es la óptima función de densidad de probabilidad tal que $S(p_V^{opt}) \geq S(p_V)$, $\forall p_V \in B$; S es la medida de la entropía, mientras que B es un conjunto admisible de funciones de densidad de probabilidad que satisfacen los datos conocidos de las variables aleatorias y las restricciones físicas. La medida de entropía S se define de la siguiente forma:

$$S(p_V) = - \int_{\Theta} p_V \ln(p_V) dv \quad (20)$$

Donde Θ es el soporte de las distribuciones de probabilidad de las variables aleatorias, teniendo en cuenta el proceso de optimización. En este trabajo se adopta una distribución de probabilidad uniforme de forma tal que:

$$p_{V_i}(v_i) = 1_{[L_{V_i}, U_{V_i}]}(v_i) \frac{1}{U_{V_i} - L_{V_i}}, i = 1, 2, 3, \dots \quad (21)$$

Donde $1_{[L_{V_i}, U_{V_i}]}$ es la denominada función de soporte genérica para las variables aleatorias a emplear en el modelo estocástico, en tanto que L_{V_i} y U_{V_i} son los límites inferior y superior de la variable aleatoria V_i . Para esto, los límites inferior y superior deben ser tales que:

$$L_{\bar{v}_i} = \bar{v}_i \left(1 - \delta_i \sqrt{3}\right) \quad U_{\bar{v}_i} = \bar{v}_i \left(1 + \delta_i \sqrt{3}\right) \quad (22)$$

Siendo \bar{v}_i y δ_i , el valor nominal determinístico y el coeficiente de variación de la variable aleatoria correspondiente respectivamente. Para que la respuesta esté acotada y no sea divergente, el coeficiente de variación debe ser tal que $\delta_i \in [0, 1/\sqrt{3}]$.

Una vez definidas apropiadamente las variables aleatorias, el sistema de ecuaciones diferenciales a resolver en forma estocástica puede ser escrito a partir de las ecs. (16) (17) de la siguiente forma:

$$\frac{d^2\bar{y}}{d\tau^2} + \bar{y} + 2\xi_y \frac{d\bar{y}}{d\tau} - \eta_y U^2 (a_1 \bar{\alpha} + a_3 \bar{\alpha}^3) = 0 \quad (23)$$

$$\frac{d^2\theta}{d\tau^2} + r^2\theta + 2r\xi_\theta \frac{d\theta}{d\tau} - \eta_\theta U^2 (b_1 \bar{\alpha} + b_3 \bar{\alpha}^3) = 0 \quad (24)$$

Los caracteres en negrita identifican los parámetros inciertos. Para la generación de muestras aleatorias de cada uno de los parámetros, se emplea la función de Matlab "unifrnd (L_{V_i}, U_{V_i})" y se emplea el método de Monte Carlo para efectuar las realizaciones independientes. Luego se utilizan los datos obtenidos, para realizar el correspondiente análisis estadístico. Para poder establecer la convergencia de la simulación estocástica se emplea la siguiente expresión:

$$Conv(N) = \sqrt{\frac{1}{N_{MS}} \sum_{i=1}^{N_{MS}} \|\theta_i - \theta\|^2} \quad (25)$$

La misma corresponde a la media cuadrática de la norma, siendo N_{MS} el número de simulaciones del método de Monte Carlo.

3. DESARROLLO

3.1. Simulación Computacional

Para obtener la respuesta estocástica del conductor, a partir de la simulación numérica, se recurre a una aplicación complementaria de recursos de Matlab (<https://la.mathworks.com/>) y FlexPDE (<http://www.pdesolutions.com/>). La aplicación contempla el ingreso de los datos del conductor en Matlab, considerando las variables determinísticas, para luego generar las variables aleatorias. Definidas estas, se exportan los datos al código desarrollado en FlexPDE para resolver las ecuaciones diferenciales determinística y estocástica. Los resultados obtenidos son almacenados por Matlab. Una vez concluida la secuencia de cálculo que se repite tantas veces conforme al valor adoptado para el número de realizaciones del método de Monte Carlo, se procesa la información y se visualizan los histogramas de cada variable aleatoria y la respuesta estocástica de la amplitud del desplazamiento vertical y el ángulo de torsión del conductor. En forma paralela se realiza el análisis de convergencia en media cuadrática (25).

A los efectos del análisis, las variables aleatorias V_1 a V_9 representarán respectivamente los parámetros H , c_y , c_θ , a_1 , a_3 , b_1 , b_3 , U y R_1 . Dichas variables se consideran independientes entre sí, e intervienen en la adimensionalización planteada en la ec. (15).

A continuación, se presentan los principales resultados obtenidos de múltiples simulaciones, tomando como referencia el estudio de caso realizado por Deleanu (2015), en base al trabajo de Nigol y Clarke (1974). Los parámetros determinísticos adimensionalizados adoptados fueron los siguientes: $a_1 = -0.656$, $a_3 = 7.83$, $b_1 = 0.105$, $b_3 = 9.37$, $\xi_y = 0.0041$, $\xi_\theta = 0.00513$, $\eta_y = 0.003$, $\eta_\theta = 0.01952$, $r = 2.92$, $\bar{R}_1 = 0.5$.

3.2. Resultados

En primera instancia, se realizaron simulaciones con una sola variable aleatoria dejando fijas las restantes; se establece de esta forma la influencia particular de cada una de ellas en la pro-

pagación de incertidumbre. Acto seguido, se realizó el estudio considerando simultáneamente a todas las variables como aleatorias, para 2000 simulaciones de Monte Carlo. Los principales resultados obtenidos se exponen en la Fig. 3.

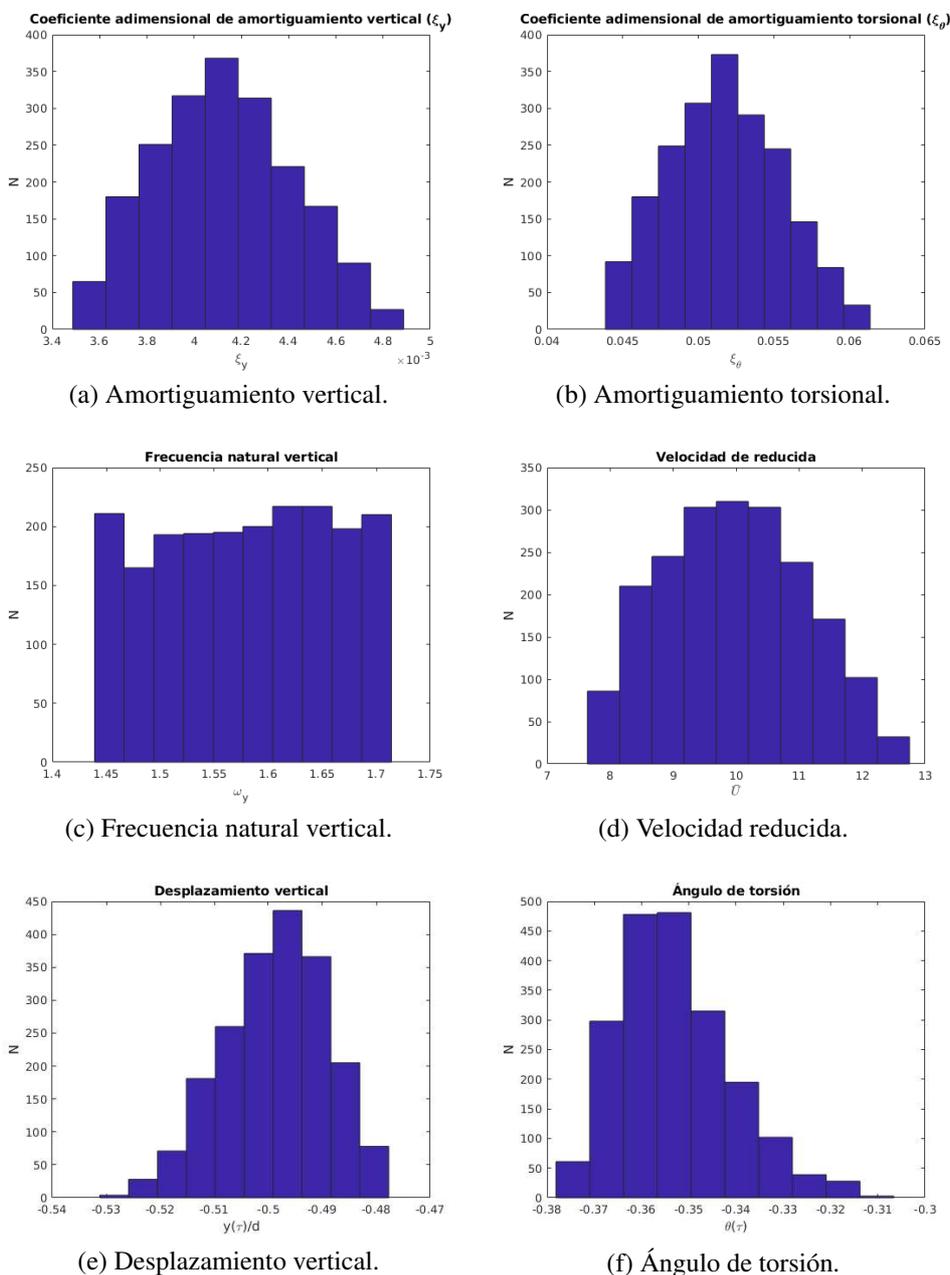


Figura 3: Histogramas obtenidos considerando todas las variables aleatorias.

La incertidumbre queda caracterizada por los valores mínimos y máximos de la amplitud del desplazamiento vertical y del ángulo de torsión, para una posición dada del conductor en el dominio temporal. La respuesta de la amplitud de desplazamiento vertical presenta una distribución de probabilidad sesgada a la izquierda, mientras que el ángulo de torsión presenta una sesgada a la derecha. En ambos casos el coeficiente de variación se mantiene en valores menores a los de entrada.

En la Fig. 4, se presenta la convergencia en media cuadrática de la simulación estocástica.

Como se puede observar, se podría disminuir el costo computacional limitando a la mitad el número de simulaciones de Monte Carlo.

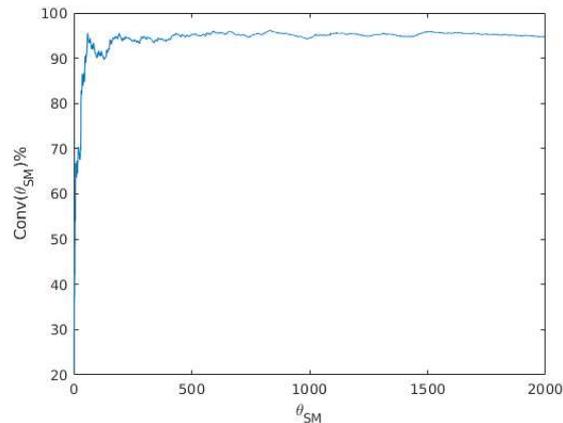
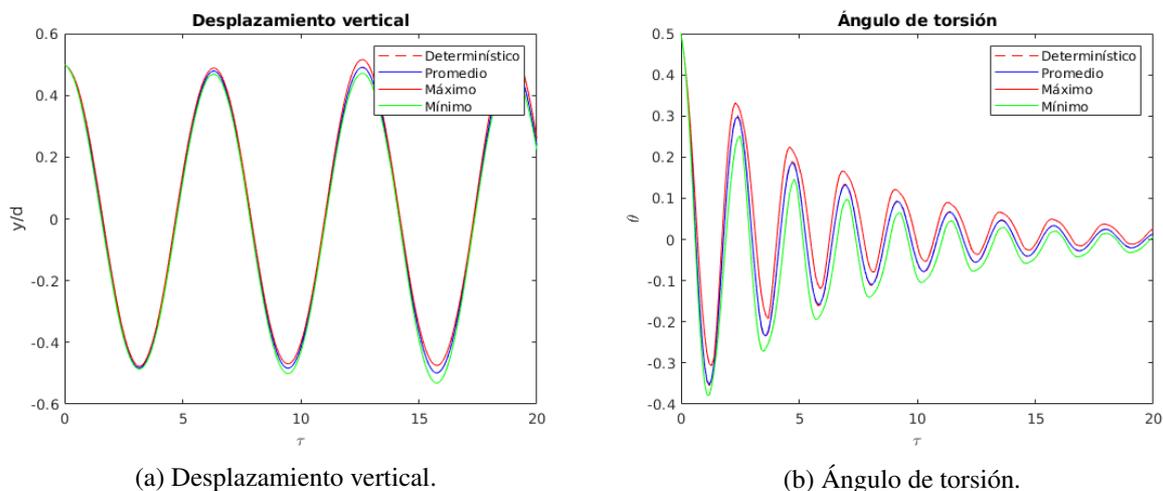


Figura 4: Convergencia.

En la Fig. 5, se indica la respuesta del cálculo determinístico en el dominio temporal, la media del cálculo estocástico y los límites máximos y mínimos para todo el proceso. Nótese que la respuesta nominal es muy cercana y concordante con la media estocástica.



(a) Desplazamiento vertical.

(b) Ángulo de torsión.

Figura 5: Respuesta en el dominio temporal para 2000 simulaciones de Monte Carlo.

Del análisis general de los resultados obtenidos, surge:

- Una adecuada correlación de los mismos con los planteados por [Deleanu \(2015\)](#), obtenidos a partir de un método de iteración variacional. Lo expuesto valida el modelo numérico determinístico propuesto.
- En función del coeficiente de variación, que la respuesta se ve influenciada en mayor medida por los coeficientes de amortiguamiento y la velocidad reducida; siendo esta última la variable que cobra mayor relevancia, tal lo planteado por [Xu, Zhu, Liu, Liu y Yang \(2014\)](#). Cabe consignar que los parámetros señalados, están fuertemente influenciados por la tensión de tiro, considerada en la adimensionalización.

4. CONCLUSIONES

Se ha presentado un estudio sobre la propagación de incertidumbre asociada a parámetros de un modelo de dos grados de libertad, para caracterizar el fenómeno de galloping de un conductor de líneas de transmisión eléctrica. En el mismo se consideró la influencia de la aleatoriedad del amortiguamiento y rigidez del conductor, la geometría de la formación de hielo y las fuerzas aerodinámicas asociadas al ángulo de ataque.

Tal lo expuesto por los autores referenciados, en particular Yu, Shah y Popplewell (1993), el fenómeno es muy complejo y la consideración en la modelación del acoplamiento de todas las variables y aleatoriedades asociadas, implica esfuerzos computacionales muy significativos.

En este sentido el trabajo realizado consistió en aplicar la reconocida metodología de Monte Carlo, para detectar la sensibilidad del fenómeno en relación a ciertos parámetros.

Dado que los resultados obtenidos son consistentes, conforme al estudio comparativo presentado en el apartado anterior, se puede expresar que el algoritmo desarrollado se constituye en una alternativa para orientar la formulación de modelos más complejos.

REFERENCIAS

- Blevins R.D. y Iwan W.D. The galloping response of a two-degree-of-freedom system. *ASME Transactions Journal of Applied Mechanics*, 96(3), 1974.
- Cactano, E.S. Cable vibrations in cable-stayed bridges. *Zurich, Switzerland: International Association for Bridge and Structural Engineering*, 2007.
- Dean Hartog J.P. Transmission line vibration due to sleet. *Transactions of American Society of Electrical Engineers*, 51:1074–1086, 1932.
- Deleanu, D. Modelling the growth of wind-induced oscillations in overhead lines. Non-resonant case. *Constanta Maritime University Annals*, 2015.
- Edwards A.T. y Madeyski A. Progress report on the investigation of galloping of transmission line conductor. *AIEE Transactions*, 75, 1956.
- Nigol O. y Clarke G.J. Conductor Galloping and Control Based on Torsional Mechanism. *IEEE Power Engineering Society Meeting*, C74, 1974.
- Nigol O. y Buchan P.G. Conductor galloping 2: Torsional mechanism. *IEEE Transactions*, 100(2), 1981.
- Richardson, A.S., Jr. Dynamic analysis of lightly iced conductor galloping in two degrees of freedom. *Proceedings on IEEE, Pt. C*, 128(4), 1981.
- Xu, H., Zhu, K., Liu, B., Liu, C. y Yang, J. A study of influencing parameters on conductor galloping for transmission lines. *Journal of Vibroengineering*, 2014.
- Yu, P., Shah, A.H. y Popplewell N. Three-degree-of-freedom model for galloping (parts I and II). *Journal of Engineering Mechanics*, 119, 1993.