

## ESTUDIO PRELIMINAR DE UN POSICIONADOR NANOMÉTRICO CON BRAZO DE PALANCA

### PRELIMINARY STUDY OF A NANOPositionING SYSTEMS WITH AMPLIFICATION ARMS.

Gustavo M. Flores<sup>a</sup>, Luis P. Ramirez<sup>a</sup>, Lucas I. Lamas<sup>a</sup> y Rogelio L. Hecker<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Pampa, calle 110 N° 390, 6360 General Pico,  
La Pampa, Argentina, gmflores@ing.unlpam.edu.ar, <http://www.ing.unlpam.edu.edu.ar/>

<sup>b</sup>Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET),  
hecker@ing.unlpam.edu.ar.

**Palabras clave:** Posicionamiento, mecanismos elásticos, piezoeléctricos, modelado.

**Resumen.** El trabajo presenta el modelo pseudorígido simplificado de un sistema de posicionamiento nanométrico que utiliza un brazo de palanca para aumentar el desplazamiento de un actuador piezoeléctrico. Las ecuaciones incluyen la rigidez torsional y axial de las articulaciones flexibles, tipo muesca circular, que vinculan las distintas partes. El modelo permite determinar la deformación axial de las articulaciones y el efecto de la rigidez torsional de la articulación pivote. En todos los casos provocan una reducción del recorrido útil del área de trabajo. El estudio realizado cuantifica el impacto de cada uno de ellos y se compara los resultados obtenidos con el modelo rígido y con el simulado utilizando el método de elementos finitos. Los resultados muestran un error del 2,2% en el desplazamiento del área de trabajo, comparado con la simulación.

**Keywords:** Positioning, flexure stage, piezoelectric stack, modeling.

**Abstract.** This work presents a simplified pseudo-rigid body model of a nanopositioning system with an amplification arm and a piezoelectric stack actuator. The equations include the torsional and axial stiffness of flexure hinges that link the different parts. This model predicts the amount of hinge's axial deformation and the influence of the pivot hinge torsional stiffness. In all cases they cause a reduction of the working area final displacement. The results are compared with values obtained with a rigid model and by finite element modeling and simulations. The results show 2,2% error in the working area displacement, compared with simulations.

## 1 INTRODUCCIÓN

En el campo de la industria y la investigación existen aplicaciones de alta tecnología que requieren posicionamientos extremadamente precisos con resoluciones en el orden de los nanómetros. Entre ellas se pueden mencionar el estudio de muestras en microscopios de fuerza atómica (Leang, 2009), manipulación celular, fabricación de componentes electrónicos y dispositivos micro-electromecánicos (MEMS, por sus siglas en inglés), metrología, óptica, almacenamiento de datos, etc. Algunas solo requieren recorridos de algunos micrómetros mientras que en otras son necesarios recorridos más largos. Una manera muy utilizada para realizar pequeños desplazamientos con resoluciones muy altas es por medio de actuadores piezoeléctricos y estructuras elásticas o “flexure stage” para el guiado del movimiento. Los piezoeléctricos se caracterizan por generar altos esfuerzos con bajas deformaciones (0,1 % de su longitud) mientras que las estructuras deformables permiten una construcción monolítica y compacta del sistema de guiado, sin juegos, fricción ni desgaste. La resolución de posicionamiento teórica del piezoeléctrico es ilimitada, en la práctica el límite está impuesto por la electrónica del sistema de actuación y control (Canghai et al. 2016; Y.K.Yong et al. 2012)

Para aumentar el bajo desplazamiento del piezoeléctrico se han propuestos distintos mecanismos de amplificación siendo el brazo de palanca el más sencillo (Hui Tang y Yangmin Li, 2012; S. Min et al. 2005; Yuen et al. 2009). En otros trabajos se presentan estructuras más complejas como la de Scott-Russell (Yanling et al. 2009), romboidal o puente (Shubao et al. 2016) y sus variantes. Además con el objeto de lograr una mayor amplificación, algunos proponen varias etapas de amplificación (Wang et al. 2015; Wu-Le Zhu et al. 2018). En gran parte de estos trabajos se hace énfasis en la relación geométrica de amplificación del sistema mecánico. Sin embargo la amplificación del desplazamiento nominal del actuador es bastante menor. Esto se da por la disminución de su recorrido cuando actúa contra una carga de rigidez finita y con un piezoeléctrico sin encapsular (PI, 2008). Para superar este inconveniente en Wu-Le Zhu et al. (2018), utilizan un actuador encapsulado y con precarga. De esta manera evitan incluir el comportamiento del actuador en el diseño del sistema y se limitan a seleccionar el adecuado, generalmente de mayor costo y dimensiones. En general el diseño integrado del sistema de posicionamiento con un piezoeléctrico sin encapsular permite arribar a diseños más compactos y económico.

Cuando se utilizan piezoeléctricos sin encapsular es necesario incluir el modelo del actuador en el estudio del sistema para lograr una buena predicción de su comportamiento. Además es importante identificar aquellas deformaciones elásticas que afectan al recorrido final del sistema de guiado. En Flores et al. (2017), se presenta el modelo de un sistema de posicionamiento nanométrico que incluye al actuador, al sistema de guiado y el efecto que introduce el sistema de precarga utilizado, logrando muy buena aproximación de los resultados teóricos con los experimentales. Mientras que en Flores et al. (2018), presentan el modelo rígido de un sistema de posicionamiento con amplificación de recorrido. En este caso al incluir el comportamiento del actuador arriban la expresión de la relación geométrica de amplificación que maximiza el desplazamiento del área de trabajo. Sin embargo el error en el desplazamiento final es apreciable comparado con resultados de simulación por elementos finitos.

En este trabajo se presenta el estudio de un sistema de posicionamiento nanométrico que utiliza un brazo de palanca para aumentar el desplazamiento de un actuador piezoeléctrico sin encapsular. Se arriba a un modelo pseudorígido simplificado que incluye, además del actuador, la rigidez torsional y axial de las articulaciones flexibles, tipo muesca circular,

utilizadas para vincular los distintos componentes del sistema. Se dice simplificado porque no incluye la deformación del brazo de palanca. Sin embargo logra una buena aproximación del desplazamiento final de la mesa de trabajo. Además, y no menos importante, permite cuantificar el efecto de la deformación de cada una de las articulaciones en la reducción del desplazamiento teórico.

## 2 POSICIONADOR NANOMÉTRICO CON AMPLIFICACIÓN DE RECORRIDO

En la [Figura 1.a\)](#) se muestra el sistema de posicionamiento nanométrico con brazo de palanca que se estudia en este trabajo. Está compuesto básicamente por un actuador piezoeléctrico, un mecanismo de brazo de palanca (para amplificar su recorrido) y una mesa de trabajo (elemento a mover). El sistema elástico que guía el movimiento de la mesa es del tipo doble viga plegada, con baja rigidez en la dirección del movimiento y alta en las restantes. El actuador es de la marca ThorLab, modelo PK4FYC2, cuyas características principales se presentan en la [Tabla 1](#). Se prevé la fabricación del sistema a partir de una plancha de aluminio Al 7075, de 10 mm de espesor, con módulo de elasticidad  $E=72 \text{ GPa}$ .

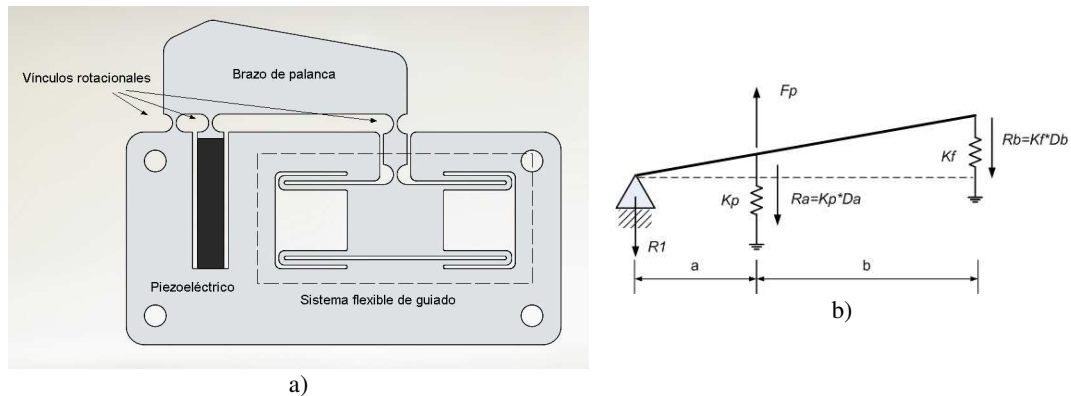


Figura 1: a) Sistema de posicionamiento nanométrico y b) esquema rígido simplificado.

La [Figura 1.b\)](#) presenta el esquema simplificado a partir del cual se obtiene el modelo rígido planteando equilibrio de fuerzas y momentos (Flores et al. 2018). El actuador piezoeléctrico se modela como un resorte de rigidez  $K_p$  (PI, 2008), mientras que  $F_p$  es la fuerza máxima que puede aplicar (en condiciones de bloqueo) y  $\Delta L_0$  el desplazamiento nominal en vacío. La relación entre estas variables está dada por:

$$F_{\max} = K_p \cdot \Delta L_0 \quad (1)$$

Este sistema se diseñó a partir del modelo rígido y para la relación geométrica de amplificación que maximiza el desplazamiento de la mesa de trabajo. Esta amplificación resulta ser de 3 veces el desplazamiento nominal,  $\Delta L_0$ , del actuador piezoeléctrico. En la [Tabla 1](#), se presentan las principales variables del sistema.

La vinculación entre los elementos del sistema se realiza a través de articulaciones flexibles del tipo muesca circular cuyas dimensiones relevantes se presentan en [Figura 2.a\)](#). Este tipo de vínculo se caracteriza por su baja rigidez torsional y relativamente alta rigidez axial, con un desplazamiento relativamente bajo de su centro de rotación. Esto lo hace apropiado para este tipo de aplicación.

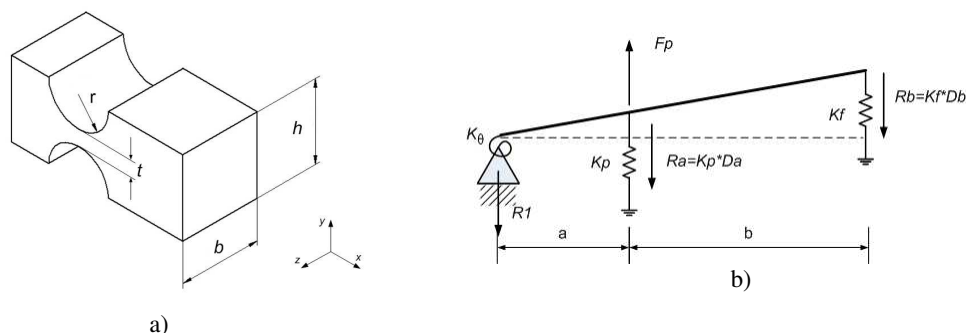


Figura 2: a) Articulación flexible tipo muesca circular, b) Esquema pseudo-rígido.

En Yuen et al. (2008) se presenta un detallado análisis de las ecuaciones de diseño de estos vínculos y concluyen que, para una baja relación  $t/r$ , las ecuaciones simplificadas de Paros y Weisbord proporcionan una buena aproximación de su comportamiento y se exponen a continuación:

$$\frac{1}{K_\theta} = \frac{\theta_z}{M_z} = \frac{9\pi r^{1/2}}{2Eb t^{5/2}}, \quad \frac{1}{K_x} = \frac{\Delta_x}{F_x} = \frac{1}{Eb} \left[ \pi (r/t)^{1/2} - 2,57 \right], \quad \frac{1}{K_y} = \frac{\Delta_y}{F_y} = \frac{9\pi}{2Eb} \left( \frac{r}{t} \right)^{5/2} \quad (2)$$

Donde  $E$  es el módulo de elasticidad del material utilizado,  $K_\theta$  es la rigidez torsional y  $K_x$  y  $K_y$  la rigidez en la dirección  $x$  e  $y$  respectivamente.

$a$ , (mm)	10
$b$ , (mm)	50
Relación geométrica de amplificación, $r$	6
Rigidez sist. de guiado, $K_f$ (N/ $\mu$ m)	0,72
Rigidez piezoeléctrico, $K_p$ (N/ $\mu$ m)	25,9
Desp. nominal piezoeléctrico, $\Delta L_0$ ( $\mu$ m)	38,5
Fuerza de bloqueo, $F_p$ (N)	1000

Tabla 1: Variables principales del sistema de posicionamiento con brazo de palanca.

### 3 MODELO PSEUDORÍGIDO SIMPLIFICADO

El modelo que se obtiene a continuación es un modelo pseudorígido simplificado por el hecho de que no tiene en cuenta la deformación del brazo de palanca. Este modelo solo tiene en cuenta la rigidez torsional y axial de las articulaciones circulares. En todos los casos la deformación de estos elementos conduce a una reducción del recorrido útil del área de trabajo. Su cuantificación permitirá determinar el efecto sobre el desplazamiento final.

#### 3.1 Efecto de la rigidez torsional de la articulación pivote.

Se denomina articulación pivote a la articulación circular sobre la cual rota el brazo de palanca. Para estudiar el efecto de su rigidez torsional se utiliza el esquema de la Figura 2.b). Planteado el equilibrio de fuerzas y momentos se tienen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
F_p &= R_1 + R_a + R_b \\
M_\theta &= F_p \cdot a - R_a \cdot a - R_b \cdot (a+b) \\
R_a &= K_p \cdot \Delta_a \quad R_b = K_f \cdot \Delta_b \\
\Delta_b &= r \cdot \Delta_a \quad r = \frac{a+b}{a}
\end{aligned} \tag{3}$$

Donde  $\Delta a$  es el desplazamiento vertical del actuador ubicado a la distancia  $a$  del punto de rotación,  $\Delta b$  es el desplazamiento vertical del extremo del brazo de longitud  $l=a+b$  y  $r$  es la relación geométrica de amplificación. Luego la rigidez rotacional de la articulación pivote es  $M_\theta = K_\theta \cdot \theta$  y para ángulos pequeños  $\theta = \Delta_a / a$ . Luego para la fuerza máxima que aplica el actuador dada por Ec.(1), reemplazando en la ecuación de momentos y reordenando se llega a la expresión que representa la disminución del desplazamiento nominal,  $\Delta L_0$ , del actuador:

$$\Delta a = \Delta L_0 \left( \frac{K_p}{K_p + K_f \cdot r^2 + K_\theta / a^2} \right) \tag{4}$$

De esta ecuación se observa que este disminuye con la rigidez del sistema elástico de guiado y con la rigidez torsional de la articulación pivote. Pero además que la primera se ve aumentada con el cuadrado de la relación geométrica de amplificación y la segunda disminuye con el cuadrado de la longitud  $a$ . Ambas situaciones son correctas si se piensan como la fuerza que debe realizar el piezo para vencer tanto el momento resistente del pivote como la fuerza elástica del sistema de guiado.

Luego a partir de la relación  $\Delta_b = r \cdot \Delta_a$ , el desplazamiento de la mesa de trabajo es:

$$\Delta b = \Delta L_0 \left( \frac{K_p \cdot r}{K_p + K_f \cdot r^2 + K_\theta / a^2} \right) = \Delta L_0 \cdot C \tag{5}$$

Como  $C$  depende en forma directa de  $r$  y en forma inversa de su cuadrado, esto sugiere la existencia de un máximo. Derivando  $C$  respecto de  $r$  e igualando a cero se obtiene el valor que maximiza el desplazamiento en el extremo del brazo de palanca:

$$r_{\max} = \sqrt{\left( K_p + \frac{K_\theta}{a^2} \right) \frac{1}{K_f}} \tag{6}$$

Esta expresión permite determinar la relación que maximiza el desplazamiento de la mesa de trabajo en función de la combinación de actuador, sistema elástico de guiado y rigidez torsional de la articulación. Reemplazando este valor en la Ec.(4) y Ec.(5), se obtiene el máximo desplazamiento del actuador y el máximo recorrido obtenible:

$$\Delta a_{\max} = \frac{\Delta L_0}{2} \left( \frac{K_p}{K_\theta / a^2 + K_p} \right) \tag{7}$$

$$\Delta b_{\max} = r \cdot \frac{\Delta L_0}{2} \left( \frac{K_p}{K_\theta / a^2 + K_p} \right) \tag{8}$$

En las expresiones halladas si el termino  $K_\theta / a^2 \ll K_p$  se arriba a las expresiones obtenidas bajo la condición de modelo rígido (Flores et al. 2018).

### 3.2 Efecto de la rigidez axial de las articulaciones circulares

Cuando el actuador ejerce una fuerza sobre el brazo de palanca, las articulaciones elásticas se ven sometidas a esfuerzos de tracción o compresión generando una deformación axial. Esta deformación es proporcional a la fuerza de reacción sobre cada articulación y a su espesor  $t$ , entre otros parámetros, Ec.(2). Afecta o modifica la posición del punto de rotación en la articulación pivote y el desplazamiento efectivo en las articulaciones del actuador y del sistema de guiado. En todos los casos se traducen en una disminución del desplazamiento en el extremo del brazo o del área de trabajo. Para su cuantificación se analizarán en forma separada y luego aplicando superposición se tendrá el efecto combinado.

La articulación pivote se ve sometida a un esfuerzo de tracción que desplaza el punto de rotación en la dirección vertical disminuyendo el ángulo de rotación del brazo de palanca, Figura 3.a). La deformación y consecuente reducción de recorrido se obtiene de:

$$\Delta Y_1 = \frac{R_1}{K_{1x}}, \quad e_1 = -\Delta Y_1 \frac{b}{a} \quad (9)$$

La articulación que vincula al actuador con el brazo se ve sometida a compresión, por lo tanto su deformación disminuye la expansión del actuador sobre el brazo de palanca, Figura 3.b). La magnitud de la deformación y pérdida de recorrido se calcula como:

$$\Delta Y_2 = \frac{R_a}{K_{2x}}, \quad e_2 = -\Delta Y_2 \cdot r \quad (10)$$

Finalmente la articulación en el extremo del brazo se ve sometida a tracción reduciendo el desplazamiento sobre la mesa de trabajo, Figura 3.c), de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$\Delta Y_3 = \frac{R_b}{K_{3x}}, \quad e_3 = -\Delta Y_3 \quad (11)$$

Donde  $\Delta Y_i$ ,  $K_{ix}$ ,  $i=1,2,3$ , es la deformación y rigidez axial de la articulación pivote, actuador y guía respectivamente y  $e_i$ ,  $i=1,2,3$ , es la reducción del desplazamiento en el extremo del brazo de amplificación en cada caso. Luego la reducción total y desplazamiento final de la mesa de trabajo será:

$$e_T = \sum_{i=1}^{i=3} e_i \quad \Delta b_T = \Delta b + e_T \quad (12)$$

De las expresiones obtenidas se puede concluir que la deformación axial de las articulaciones pivote y actuador son la que más influyen en la pérdida de recorrido final, por el efecto amplificador del brazo de palanca. Por lo tanto se debe tener especial cuidado en su diseño, haciendo que su rigidez sea lo más alta posible lo que se logra con espesores mayores. Sin embargo en la articulación pivote, el aumento de  $t$ , también aumenta la rigidez torsional reduciendo el desplazamiento del actuador, Ec.(5). Esto sugiere una adecuada selección del espesor de tal forma de minimizar el efecto combinado.

## 4 RESULTADOS ANALÍTICOS Y POR SIMULACIÓN

Para apreciar las bondades del modelo pseudorígido simplificado se comparan los resultados con los obtenidos por simulación y con el modelo rígido del sistema. Las dimensiones adoptadas para las articulaciones circulares, Tabla 2, dan una relación  $t/r$ , de 0,8, que asegura una buena aproximación de su comportamiento real utilizando las ecuaciones

simplificadas de Paros y Weisbord, (Yuen et al. 2008).

$r$ (mm)	$t$ (mm)	$h$ (mm)	$K_x$ (N/ $\mu$ m)	$K_\theta$ (N-mm/rad)
2,5	2	10	764	$182,211 \times 10^3$

Tabla 2: Dimensiones de las articulaciones flexibles circulares y su rigidez torsional y axial.

Con estos valores se cumple que  $K_\theta / a^2 \ll Kp$  con cual, despreciando su efecto, se llega a que el valor de la relación geométrica que maximiza el desplazamiento del área de trabajo es el mismo tanto para el sistema rígido como para el pseudorígido simplificado, Ec.(6).

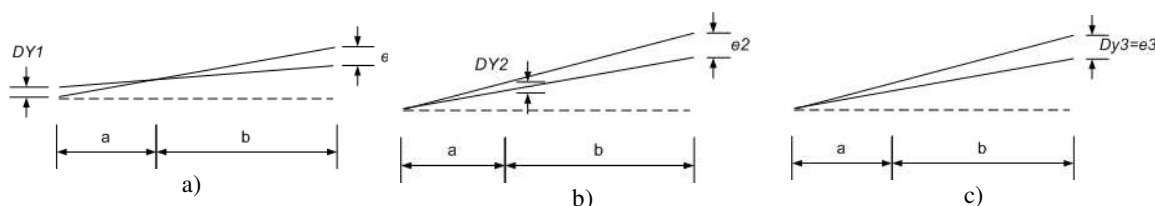


Figura 3: Deformación axial de las articulaciones circulares de: a) pivote, b) actuador y c) mesa de trabajo.

Resolviendo el sistema de ecuaciones Ec.(3), se arriba al valor de las fuerzas de reacción que actúa en cada uno de los vínculos articulares. Estos se utilizan para calcular las deformaciones axiales de cada uno de ellos y su efecto en la rotación final del brazo, Eq.(9) a Eq.(12). Además, de las ecuaciones Eq.(4) y Eq.(5), se obtiene el desplazamiento en la articulación del actuador y en el extremo del brazo. Estos incluyen el efecto de la rigidez torsional de la articulación pivote. Finalmente por superposición, se arriba al desplazamiento en el extremo del brazo que contempla el efecto de la rigidez torsional y axial de las articulaciones, Tabla 3.

$\Delta a$	$\Delta b$	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_T$	$\Delta b_T$
19,18	115,05	2,72	3,89	0,12	6,728	108,32

Tabla 3: Desplazamiento en las articulaciones actuador y sistema de guiado y efecto de las deformaciones axiales en la disminución del recorrido de la mesa de trabajo (valores en  $\mu$ m).

Analizando estos resultados se observa que desplazamiento en el extremo del brazo,  $\Delta b$ , es muy similar tanto para el modelo rígido como para el pseudorígido. Esto sugiere que la rigidez torsional de la articulación pivote tiene un efecto muy bajo en la reducción del desplazamiento del área de trabajo. No así las deformaciones axiales cuyo efecto combinado producen una reducción del 5,9 % respecto del desplazamiento teórico. Además, como se anticipó, las deformaciones de las articulaciones pivote y actuador son las de mayor influencia.

Para estudiar el comportamiento del sistema de posicionamiento se lo modeló y simuló utilizando el método de elementos finitos. En primer lugar se determinó en forma individual la rigidez del sistema de guiado el cual resulto ser de  $0,78 \text{ N}/\mu\text{m}$  un poco superior al valor de diseño. Luego se realizó un modelo simplificado del ensamble *actuador- brazo de palanca- sistema de guiado* y se aplicaron las restricciones correspondientes Figura 4 a). Para el material cerámico se tomó  $E=33,9 \text{ GPa}$  y densidad  $\delta=8 \text{ g/cm}^3$  (Changhai et al, 2016), se aplicó la fuerza máxima que puede generar el actuador ( $Fp=1000\text{N}$ ) y se midió el desplazamiento en los vínculos flexibles, Figura 4 b).

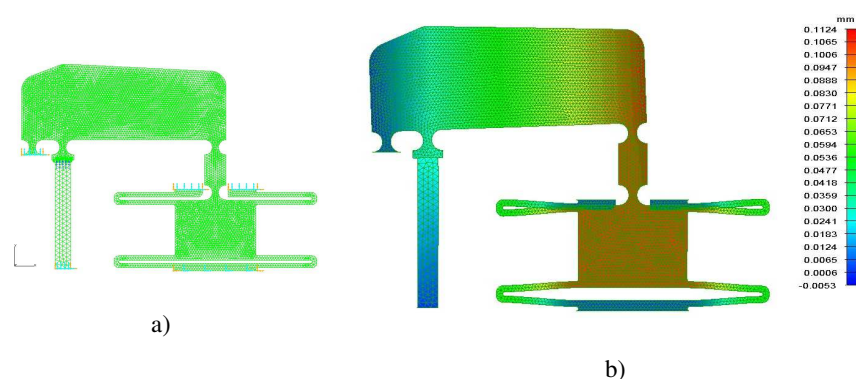


Figura 4: a) Modelo simplificado y b) desplazamiento con  $F_p=1000\text{ N}$ .

En la [Tabla 4](#) se resumen los resultados principales para cada uno de los modelos analíticos y los obtenidos por simulación.

	Modelo rígido	Pseudo-Rígido Simplificado	Simulación
$\Delta a$	19,25	19,18	20,8
$\Delta b$	115,5	108,32	106

Tabla 4: Desplazamiento obtenidos por simulación y analíticos (valores en  $\mu\text{m}$ ).

Como se aprecia, el desplazamiento en el extremo del brazo,  $\Delta b$ , obtenido por simulación es menor que los obtenidos con los modelos analíticos. Esto es de esperar puesto que la simulación incluye la deformación del brazo de palanca. El modelo pseudo-rígido produce una mejor aproximación a los valores simulación, siendo el error del 2,2% contra 8,5% del sistema rígido. La reducción del desplazamiento teórico se produce mayormente por las deformaciones axiales de los vínculos flexibles que afectan la rotación del brazo. Para el sistema estudiado, su magnitud es mayor que el producido por la deformación de la viga.

## 5 CONCLUSIONES

El trabajo presentó el modelo pseudorígido simplificado de un sistema de nanoposicionamiento que utiliza un brazo de palanca para aumentar el desplazamiento de un actuador piezoeléctrico. El sistema fue diseñado para la relación geométrica que maximiza el desplazamiento en el extremo del brazo de palanca y que es tres veces el desplazamiento nominal del actuador. Las ecuaciones obtenidas incluyen la rigidez torsional y axial de las articulaciones tipo muesca circular que vinculan las distintas partes. El brazo de palanca se lo consideró como un cuerpo rígido. El modelo permite determinar la deformación axial de las articulaciones y el efecto de la rigidez torsional de la articulación pivote. En ambos casos provocan una reducción del recorrido útil del área de trabajo. Para cuantificar su impacto se comparan los resultados obtenidos con el modelo rígido y simulado por elementos finitos. Como era de esperar el modelo pseudorígido representa mejor el comportamiento del sistema siendo el error, comparado con la simulación, del 2,2% contra 8,2% del sistema rígido. Por otro lado el efecto de la rigidez torsional de la articulación pivote es mucho menor que el producido por las deformaciones axiales de las articulaciones. También se observa que el efecto de estas últimas es comparable e incluso mayor que el producido por la propia deformación de la viga. Finalmente se concluye que el modelo presentado permitirá optimizar el diseño de sistemas de posicionamiento con amplificación de recorrido.



## REFERENCIAS

- Changhai Ru, Xinyu Liu, Yu Sun, *Nanopositioning Technologies: Fundamentals and Applications*, ISBN 978-3-319-23853-1, Springer International Publishing, 2016.
- Flores, Gustavo; Ramirez, Pablo; Lamas, Lucas y Hecker, Rogelio, Diseño de un posicionador nanométrico con amplificación de recorrido. *VI Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica, VI CAIM 2018*, Tucumán, Argentina, 2018.
- Gustavo M. Flores, Luis P. Ramirez, Rogelio L. Hecker, Fernando J. Villegas., Diseño y Resultados Experimentales de un Posicionador Nanométrico. *Mecánica Computacional*, Vol XXXV, 135-145, 2017.
- Hui Tang and Yangmin Li, Optimal Design of the Lever Displacement Amplifiers for a Flexure-based Dual-mode Motion Stage. *International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, Kaohsiung, Taiwan, 2012.
- Leang, K.K., Fleming, A.J., High-speed serial-kinematic AFM scanner: design and drive considerations. *Asian J. Control (Special issue on Advanced Control Methods for Scanning Probe Microscopy Research and Techniques)*, 11(2), 144–153, 2009.
- Physik Instrumente (PI) GmbH & Co. *Piezoelectrics in Positioning. Tutorial on Piezotechnology in Nanopositioning Applications*. <http://www.pi.ws>, 2008.
- S. Min, Kyung; C. Choi, Woo; H. Song, Shin; Hwang, Eunjoo. Static and dynamic analysis of a nanopositioning flexure-hinge stage with a flexible lever mechanism. *Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers Part B-journal of Engineering Manufacture*. Vol. 219. 447-454, 2005.
- Shubao Shao, Ming Long Xu, Shuwen Zhang, Shilin Xie, Stroke maximizing and high efficient hysteresis hybrid modeling for a rhombic piezoelectric actuator. *Journal of Mechanical Systems and Signal Processing*, 75, 631–647, 2016.
- Smith, S.T. and Chetwynd, D.G., *Foundations of Ultraprecision Mechanism Design*, Taylor and Francis, ISBN2884490019, 1994.
- Wang, Fujun, Liang, Cunman, Tian, Yanling, Zhao, Xingyu and Zhang, Dawei. Design of a Piezoelectric-actuated microgripper with a three-stage flexure-based amplification. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 20 (5) pp. 2205-2213, 2015.
- Wu-Le Zhu, Zhiwei Zhu, Ping Guo, Bing-Feng Ju, A novel hybrid actuation mechanism based XY nanopositioning stage with totally decoupled kinematics. *Journal of Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol 99, 747–759, 2018.
- Y. K. Yong, S. O. R. Moheimani, B. J. Kenton, and K. K. Leang. Invited Review Article: High-speed flexure-guided nanopositioning. *American Institute of Physics. Review of scientific instruments*, 83, 121101, 2012.
- Yanling Tian, Bijan Shirinzadeh, Dawei Zhang, Gursel Alici, Development and dynamic modeling of a flexure-based ScottRussell mechanism for nanomanipulation. *Journal of Mechanical Systems and Signal Processing*, 23, 957–978, 2009.
- Yuen Kuan Yong, Sumeet, Aphale, S. and Reza Moheimani, S. O., Design, Identification, and Control of a Flexure-Based XY Stage for Fast Nanoscale Positioning. *IEEE Transactions on Nanotechnology*, Vol. 8, No. 1, 2009.
- Yuen Kuan Yong, Tien-Fu Lu, Daniel C. Handley, Review of circular flexure hinge design equations and derivation of empirical formulations, *Precision Engineering*, Volume 32, Issue 2, Pages 63-70, 2008.