

## IMPORTANCIA DE LA VARIABILIDAD DE LOS PARÁMETROS GEOTÉCNICOS EN PRUEBAS DE CARGA DE CIMENTACIONES SUPERFICIALES UTILIZANDO UN MODELO ELASTOPLÁSTICO

### IMPORTANCE OF THE VARIABILITY OF GEOTECHNICAL PARAMETERS IN LOAD TEST FOR SHALLOW FOUNDATIONS EMPLOYING AN ELASTOPLASTIC MODEL

**Cristhian C. Mendoza, Jorge E. Hurtador y Jairo A. Paredes**

*Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ingeniería y Arquitectura, Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales, Campus Palogrande, Manizales, Caldas, 170004, Colombia, cmendozab@unal.edu.co, jehurtadog@unal.edu.co, japaredesl@unal.edu.co*

**Palabras clave:** parámetros geotécnicos, elementos finitos con parámetros aleatorios, cimentaciones superficiales, modelo elastoplástico, campos aleatorios.

**Resumen.** Se hizo un análisis de la variabilidad de los parámetros geotécnicos y como influyen en la capacidad de carga en pruebas de carga para cimentaciones superficiales. Esto usó modelos de elementos finitos (FEM) de una zapata continua con un modelo constitutivo elastoplástico que tiene en cuenta la compresión del suelos. Los parámetros aleatorios fueron introducidos de dos forma en los modelos FEM, la primera forma fue generando numeros aleatorios de los parámetros del modelo constitutivo (suelos homogéneo) y la forma fue segunda generando campos aleatorios de los parámetros (suelo heterogéneo). Otro análisis realizado fue dividiendo los parámetros en dos tipos, corte y compresión porque estos parámetros de obtienen de diferentes ensayos. Los anteriores análisis fueron realizados usando simulaciones de Montecarlo. Los resultados muestran la influencia de los parámetros geotécnicos en la capacidad de carga de una cimentación superficial y cuales ensayos de deben realizar con más cuidado porque tienen mayor peso en la capacidad de carga de una cimentación superficial.

**Keywords:** geotechnical parameters, finite elements with random parameters, shallow foundations, elastoplastic model, random field.

**Abstract.** An analysis was made of the inherent variability of the soil, the variability that geotechnical tests can produce, and how these can influence the load test for the shallow foundations. This used a finite element model (FEM) of a continuous shallow with an elastoplastic constitutive model. The random parameters were introduced in two ways in the FEM models. The first way was generating random numbers of the parameters of the constitutive model (homogeneous soils), and the second way was generating random fields of the parameters (heterogeneous soil). Another analysis has divided the parameters into two types, shear, and compression because these parameters are obtained from different tests. The previous analyzes were made using Monte Carlo simulations. The results show the influence of geotechnical parameters on the load test of a shallow foundation.

## 1. INTRODUCCIÓN

La variabilidad de los parámetros geotécnicos pueden provenir de gran cantidad de factores como los son en la formación del suelo y la medición de estos. En la formación de los suelos pueden intervenir gran cantidad de factores en la historia geológica que traen suelos formados de diferentes partículas, estados de esfuerzos y ambiente de formación. Además, se tiene la variabilidad generada al usar diferentes equipos para obtener el mismo parámetro. Por ejemplo, triaxial, biaxial, cortante directo, cortante simple, triaxial verdadero pueden obtener el mismo parámetro sin contar los ensayos de campo. Por otra parte, la variabilidad puede aumentar al contar con equipos sin la calibración correcta, los errores de procedimiento comunes que ocurren en muchos laboratorios debido al factor humano, las formas desarrolladas por cada equipos para medir tensiones y deformaciones para calcular los parámetros del suelo. Además, los parámetros también se pueden obtener a través correlaciones de los ensayos de campo, donde algunos tiene gran dispersión (Lutenegger y Kelley, 1998; Cunha et al., 1999; Marchetti et al., 2001; Schnaid, 2009). Sin tener en cuenta el desconocimiento del verdadero comportamiento del suelo. Por lo tanto, el tema de la variabilidad de los parámetros geotécnicos y su influencia en cimentaciones superficiales es de gran interés para la geotecnia.

El estudio de la variabilidad en estructuras, materiales y suelos ha sido tratado en varios trabajos como los presentados por (Fenton y Vanmarcke, 1990; Ghanem y Spanos, 1991; Fenton, 1994; Sudret y Kiureghian, 2000; El-Kadi y Williams, 2000; Baecher y Christian, 2003; Ang y Tang, 2006; Liang et al., 2007; Halidou y Breysse, 2007; Hamonangan, 2008; Sumanta y Sivakumar, 2008; Felling et al., 2010; Mendoza et al., 2012; Iason y Straub, 2012; Mendoza et al., 2017; Chwała, 2020). Los métodos usados por estas investigaciones son simulaciones de Monte Carlo, campos aleatorios, análisis Bayesianos, entre otros. Sin embargo, los resultados obtenidos no se implementan en la práctica de la ingeniería. Sin embargo, los resultados de estas investigaciones no son del todo llevadas a la geotecnia práctica, una razón es que esta variabilidad es cubierta por el factor de seguridad  $F.S.$ . Sin embargo, una mejor comprensión de la influencia de la variabilidad podría contribuir a reducir los factores de seguridad y reducir los costos en la construcción una cimentación superficial.

Para abordar los problemas anteriormente mencionados se usaron modelos de elementos finitos para poder simular el efecto de la variabilidad. Primero se realizaron modelos FEM de un suelo homogéneo donde se introdujeron parámetros aleatorios del modelo seleccionado y segundo se usaron modelos FEM de un suelo heterogéneo con campos aleatorios de los parámetros del modelo. Además, los parámetros fueron separados en parámetros de corte y parámetros de compresión del suelo. Estos últimos generalmente no se tienen en cuenta en la capacidad de carga de cimentación al no estar en las ecuaciones de capacidad portante. Todos los anteriores análisis fueron realizados con simulaciones de Monte Carlo.

Los resultados muestran la diferencia de usar simulaciones de Monte Carlo por medio de parámetros aleatorios y campos aleatorios. Además, se muestra la importancia de los parámetros de compresión en el resultados de una prueba de carga que generalmente no se tiene en cuenta. También, se muestra cuales ensayos deben realizarse con mayor cuidado. Por último, se muestra la influencia de los campos aleatorios en las deformaciones generadas durante una prueba de carga.

## 2. MODELO CONSTITUTIVO

El modelo constitutivo usado en la presente investigación es un modelo elastoplástico con un criterio de ruptura de Drucker-Prager con tapa. Una característica de este modelo es que

toma la compresibilidad del material que otros modelos no tienen, por ejemplo, el modelo de Mohr-Coulomb que es el modelo más usado en geotecnia (Desai y Siriwardane, 1984). Además, el modelo constitutivo seleccionado ya se ha implementado en varios programas de elementos finitos (uno de ellos es el programa Abaqus) (Helwany, 2007). Otra ventaja del modelo es que los parámetros se pueden correlacionar con los parámetros del criterio de Mohr-Coulomb, los cuales son el ángulo de fricción  $\phi$  y la cohesión  $c$ . Los parámetros del modelo son fácilmente obtenidos de pruebas triaxiales y de compresión dentro de un edómetro que son pruebas típicas en geotecnia (Desai y Siriwardane, 1984).

El modelo usado trabaja en dos rangos. El primer rango es el rango elástico y trabaja con dos parámetros, el Módulo de Young  $E$  y la relación de Poisson  $\mu$ , para relacionar tensiones y deformaciones. Este rango es válido hasta que se alcanza el límite elástico (superficie de fluencia), en este punto, comienza a desarrollar deformaciones elastoplásticas. La envolvente de fluencia del modelo se da en el plano  $p, q$ , como se muestra en la Fig. 1. Donde  $q$  es el esfuerzo desviador,  $p$  es el esfuerzo efectivo medio,  $d$  es la intersección de la envolvente de falla con el eje  $q$ , y  $\beta$  es el pendiente de la envolvente de falla en grados. Estos parámetros pueden correlacionarse con el ángulo de fricción del suelo  $\phi$  y la cohesión del suelo  $c$  del modelo de Mohr-Coulomb, como se muestra en Ec. (1) y Ec. (2) (Helwany, 2007). Además, el tamaño y la forma de la tapa se controla mediante tres parámetros: la excentricidad de la elipse de la tapa  $R$  (Figura 1), una constante  $K$  que controla la forma de la superficie de fluencia en el plano  $\pi$ , y  $p_p$ , que es el esfuerzo de fluencia isotropico que controla el endurecimiento y ablandamiento del material. La Ec. (3) muestra la evolución de la ley de compresión del material. Donde  $\lambda$  es la pendiente de la línea de compresibilidad isotrópica virgen en el plano de la relación de vacíos  $e$  y el logaritmo natural de esfuerzo  $p$ ,  $\kappa$  es la pendiente de la línea de descarga-recarga del material,  $e_0$  es la relación de vacíos inicial y  $\varepsilon_v^p$  es la deformación plástica volumétrica.

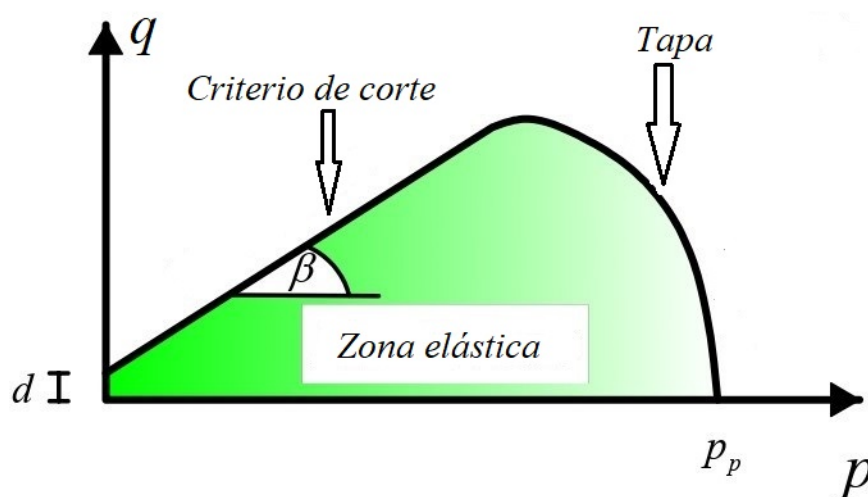


Figura 1: Representación esquemática de criterio de corte de Drucker-Prager model con tapa, adaptado de (Helwany, 2007)

$$\tan \beta = \frac{6 \sin \phi}{3 - \sin \phi} \quad (1)$$

$$d = \frac{18c \cos \phi}{3 - \sin \phi} \quad (2)$$

$$\varepsilon_v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 - e_0} \ln \frac{p}{p_p} \quad (3)$$

La Tabla 1 muestra los parámetros geotécnicos y estadísticos usados del caolín Speswhite. Este material se uso porque ha sido usado en varias investigación numéricas como las presentadas por Sharma y Bolton (1996); Lam et al. (2009); Mendoza y Caicedo (2019), a partir de estas investigaciones se tiene los parámetros medios que requiere el modelo usado en la presente investigación. El coeficiente de variación (COV) de los parámetros geotécnicos se obtuvo de Baecher y Christian (2003); Uzielli et al. (2006); Halidou y Breysse (2007); Hamonangan (2008); Sumanta y Sivakumar (2008); Iason y Straub (2012); Mendoza et al. (2017). Este material va ser usado en la generación de números y campos aleatorios.

Parámetro	$E$	$c$	$\phi$	$\mu$	$\lambda$	$\kappa$	$p_p$
Unidad	$kPa$	$kPa$	$^\circ$	—	—	—	$kPa$
$\bar{x}$	7500	10	23	0.34	0.18	0.03	250
COV	0.5	0.25	0.3	0.15	0.35	0.4	0.4
$\bar{\sigma}$	3750	2.5	6.9	0.051	0.063	0.012	100

Tabla 1: Parámetros caolín.

### 3. ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS

Modelos FEM de una zapata continua fueron realizados con el programa ABAQUS para los análisis de variabilidad. La geometría de los modelos fueron en función del ancho de la zapata. Entonces, los modelos FEM tiene una profundidad de cinco veces el ancho de la zapata ( $B = 1 m$ ), un ancho de 10 veces el ancho de la zapata (Helwany, 2007). Las condiciones de borde son tres, la primera condición de borde es empotrado en la base del modelo, la segunda condición de borde son patines en las paredes laterales del modelo, la tercera condición es simular la profundidad de la zapata a través del peso unitario del suelo ( $18 kN/m^3$ ) por un metro de profundidad. Posteriormente se usaron modelos considerando un material homogéneo, variando los parámetros y otros modelos introduciendo campos aleatorios dentro del modelo de elementos finitos, como se muestra en la Fig. 2. Los elementos para el enmallado son CPE4, cuadriláteros de deformación plana, dos dimensiones, 4 nodos. Las simulaciones se realizaron en dos pasos, el paso inicial fue un paso geoestático que induce los esfuerzos geoestáticos, el segundo paso fue simular una prueba de carga a velocidad de deformación constante hasta un desplazamiento vertical total de  $0,2 m$ .

### 4. INCLUSIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS EN FEM

Como un objeto de la investigación es el entendimiento de la influencia de la variabilidad de los parámetros geotécnicos en la prueba de carga de una cimentación superficial. Estos se hizo por dos caminos, el primero generando parámetros aleatorios de cada uno de los parámetros usados del modelo constitutivo presentado en la sección 2, el segundo es generar campos aleatorios de los parámetros mencionados, a continuación se describe cada uno de los caminos usados.

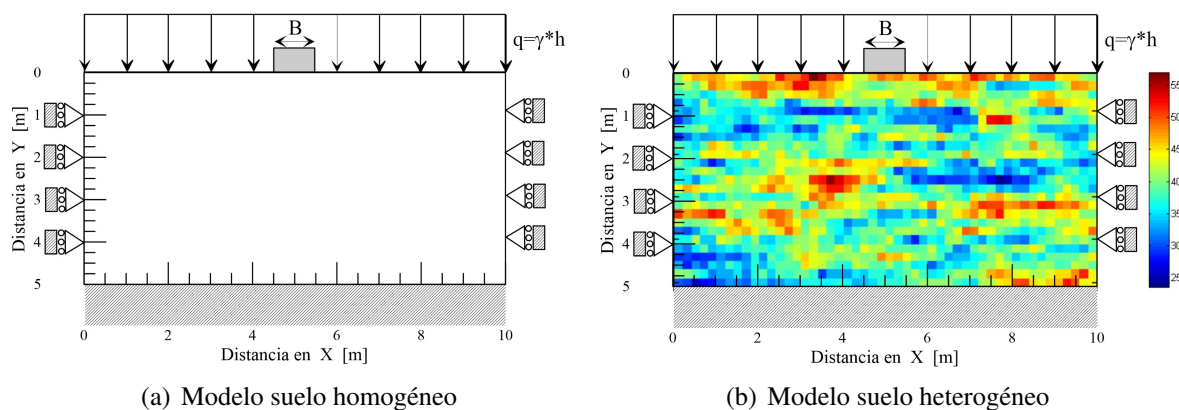


Figura 2: Esquema de condiciones de borde en los modelos FEM

#### 4.1. Generación de números aleatorios

La variabilidad de parámetros o variables de estado, ya ha sido usada en varios trabajos como los presentados por [Fenton y Vanmarcke \(1990\)](#); [Ghanem y Spanos \(1991\)](#); [Fenton \(1994\)](#); [Sudret y Kiureghian \(2000\)](#); [Baecher y Christian \(2003\)](#); [Ang y Tang \(2006\)](#); [Liang et al. \(2007\)](#); [Halidou y Breyse \(2007\)](#); [Hamonangan \(2008\)](#); [Sumanta y Sivakumar \(2008\)](#); [Felling et al. \(2010\)](#); [Iason y Straub \(2012\)](#). Estos trabajos fueron realizados por medio de distribuciones normales, log-normales, entre otras técnicas distribuciones. En el presente trabajo se obtuvieron los parámetros aleatorios siguiendo una distribución logarítmica normal. Esta distribución fue seleccionada por que no genera numeros negativos, además de contar con gran popularidad en la geotecnia, al obtener que varios parámetros se comportan bien con esta distribución, como lo presenta el trabajo de [Baecher y Christian \(2003\)](#); [Iason y Straub \(2012\)](#). Posteriormente, se realizaron simulaciones de Monte Carlo integrando los parámetros geotécnicos dentro de un modelo FEM (ver Sección 3), como se muestra más adelante.

#### 4.2. Generación de campos aleatorios

La variabilidad espacial de los parámetros geotécnicos se realizó por medio de la técnica de matriz de descomposición, la cual ha tenido gran éxito en los últimos años para describir parámetros geotécnicos, como lo muestra [\(El-Kadi y Williams, 2000\)](#) en la descripción de la permeabilidad. Los valores de la variable de salida  $Y$  son generados por medio de la Ec. (4). Esta ecuación está compuesta por el valor medio  $\bar{\mu}$ ,  $\varepsilon$  que es un vector que tiene valores aleatorios con una distribución normal y  $L$  que es una matriz definida en la Ec. (5). La Ec. (5) muestra la matriz de covarianza  $A$  del campo y de ésta por medio de la descomposición de Cholesky se puede descomponer la matriz  $L$ . Además, en la Matriz  $A_{(i,j)}$  (Ec. (6)) se encuentra la distancia de autocorrelación en  $x$  y  $y$ , por medio de los parámetros  $L_x$  y  $L_y$  para tomar anisotropía vertical y horizontal.

$$Y = L\varepsilon + \bar{\mu} \quad (4)$$

$$A = LL^T \quad (5)$$

$$A_{(i,j)} = \sigma^2 \exp \left[ \sqrt{\left(\frac{d_{i,j}^x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{d_{i,j}^y}{L_y}\right)^2} \right] \quad (6)$$

Los campos aleatorios se generan con los parámetros estadísticos que se muestran en la Tabla 1. Sin embargo, con los mismos parámetros se pueden generar diferentes campos aleatorios. En consecuencia, se generaron 200 campos aleatorios para cada parámetros. Las distancias de autocorrelación en cada dirección son  $L_x = 5.0$  y  $L_y = 1.0$ . Además, la longitud en  $x$  se dividió en 50 partes y la longitud en  $y$  se dividió en 25 partes. Por otro lado, se utilizó una distribución logarítmica normal para generar campos aleatorios, como ya fue explicado anteriormente. Sin embargo, los campos aleatorios con la técnica de descomposición de Cholesky se generan con una distribución normal. Una alternativa común es cambiar los parámetros estadísticos con parámetros log-normales, como se muestra a continuación:

$$\sigma_{\ln} = \sqrt{\ln \left( 1 + \left( \frac{\sigma}{\bar{\mu}} \right)^2 \right)} \quad (7)$$

$$\bar{\mu}_{\ln} = \ln \bar{\mu} - \frac{1}{2} \sigma_{\ln}^2 \quad (8)$$

### 4.3. Integración de parámetros al modelo FEM

Con el fin de entender el comportamiento de cimentaciones superficiales incorporando el efecto de la heterogeneidad y aleatoriedad de los parámetros geotécnicos se integraron estos parámetros y campos de la siguiente forma al modelo FEM.

- Se generaron campos aleatorios y parámetros aleatorios como ya fue presentado.
- Se integra la matriz de datos generada en el modelo de elementos finitos mediante el uso de una subrutina en lenguaje Python y que procesa de forma automática los datos.
- Se realizan simulaciones de forma automática hasta obtener el número deseado.
- Se guardan en un archivo externo las variables de salida importantes del problema de forma automática (deformaciones y esfuerzos).
- Por último, se analizan las curvas carga deformación de las simulaciones realizadas y se obtiene la carga de ruptura con el criterio de asentamiento límite como se explica más adelante y esto se guarda en un archivo externo.

## 5. RESULTADOS

Se grafican las curvas de esfuerzo vertical y asentamiento con influencia de variabilidad, como se muestra en la Fig. 3. A partir de estas curvas se obtiene la carga de ruptura de la cimentación mediante el método de asentamiento límite absoluto (de Alencar Velloso e Francisco de Rezende Lopes, 2010). Este método toma un valor límite de asentamiento para obtener la carga de ruptura, en este trabajo se usó un asentamientos límite a los 15 centímetros, donde la estructura puede comenzar a presentar daños en las vigas (Sowers y Sowers, 1970). La Fig. 3a muestra los resultados de las 200 simulaciones con parámetros aleatorios obtenidos de la Tabla 1. La Fig. 3b muestra las curvas para las 200 simulaciones realizadas con campos aleatorios, mostrados en la sección anterior. Esto se hizo para ver la variabilidad de las pruebas sobre la capacidad de carga en una cimentación poco profunda. Además, La Fig. 3 muestra el valor de asentamiento límite para obtener la carga de ruptura.



Análisis	Todos los parámetros		Parámetros de corte		Parametros de compresión	
	P.A	C.A	P.A	C.A	P.A	C.A
Media	369.76	411.92	455.35	423.67	321.46	400.51
Desv. estandar	110.38	39.71	125.21	29.33	56.2	23.39
COV	29.85	9.64	27.50	6.92	17.48	5.84

P.A=Parámetros aleatorios; C.A=Campo aleatorio

Tabla 2: Valores estadísticos de análisis realizados.

Por otra parte, se realizaron simulaciones dividiendo los parámetros del modelo en parámetro de corte ( $c$ ,  $\phi$ ,  $E$ ,  $\mu$ ) y parámetros de compresión del suelos ( $\lambda$ ,  $\kappa$ ,  $p_p$ ), aunque se sabe que algunos de estos parámetros se pueden relacionar por relaciones elásticas (pero estas relaciones son aproximaciones). Entonces lo que se realizó fueron 200 simulaciones variando los parámetros de corte, 200 simulaciones variando los parámetros de compresión y esto fue realizado en los modelos de elementos finitos con suelos homogéneo y heterogéneo. En total se realizaron 1200 simulaciones y los análisis de estas simulaciones se muestra en la siguiente sección.

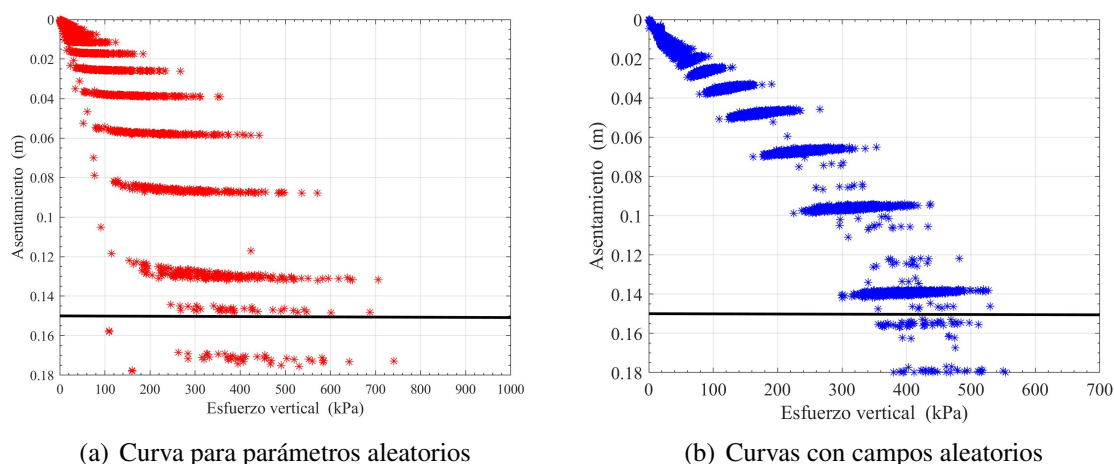


Figura 3: Curvas de resultados de simulaciones FEM para los casos estudiados

## 6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

La Fig. 4 muestra los histogramas y las curvas de probabilidad acumuladas para las simulaciones realizadas variando todos los parámetros. Esta Figura muestra que considerando valores aleatorios en un suelos homogéneo se tiene un valor medio  $\bar{x}$  de 369,76 kPa, desviación estándar  $\bar{\sigma}$  de 110,38 kPa y un coeficiente de variación COV de 29,85 %, en cuanto a los modelos con campos aleatorios tiene un  $\bar{x}$  de 411,92 kPa,  $\bar{\sigma}$  de 39,71 kPa y un COV de 9,64 %, como se presenta en la Tabla 2. Entonces, se tiene un mayor valor medio y un menor coeficiente de variación con las simulaciones realizadas con campos aleatorios. Además, para los dos tipos de simulaciones la carga de ruptura se acomoda a una distribución lognormal, como se muestra en la Fig. 4b.

En la Fig. 5 se muestran los diagramas de caja y bigotes variando todos los parámetros y cuando estos se dividen en parámetros de corte y compresión, en los dos casos estudiando se muestra una influencia de los parámetros de compresión. Esto generalmente no es tenido en cuenta en el calculo de la capacidad portante. Sin embargo, estos parámetros tiene mayor peso cuando se tiene el caso de parámetros variable al ver el COV, en la Tabla 2. En cuanto a la im-

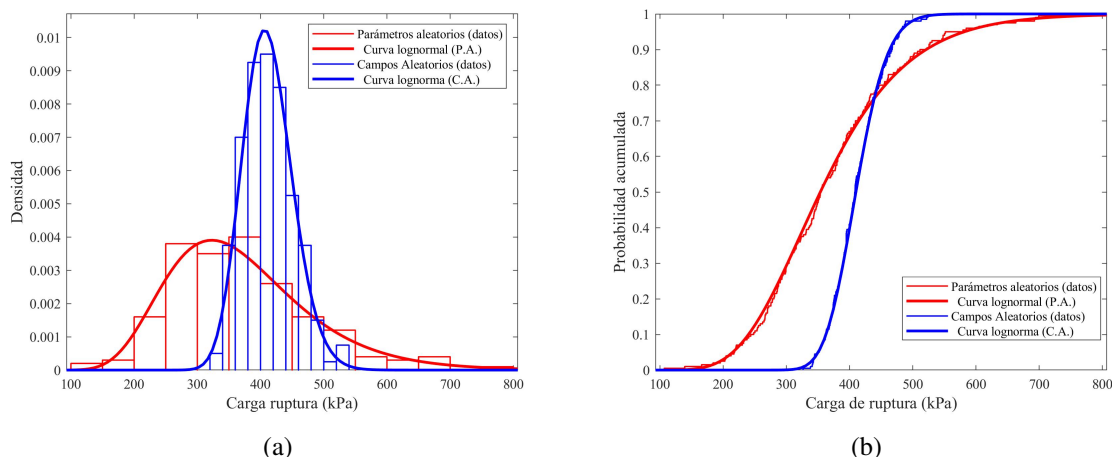


Figura 4: (a.) Curva de densidad e histograma de la carga de ruptura, (b.) Curvas de probabilidad acumulada para los casos usados

portancia de las pruebas, los parámetros de corte tiene mayor importancia y generalmente estos provienen de un ensayo triaxial y los parámetros de compresión son obtenidos generalmente de un ensayo edométrico. Entonces, tratar de hacer ensayos triaxiales con mayor cuidado tal vez podría baja el COV y también bajaría el COV de la carga de ruptura.

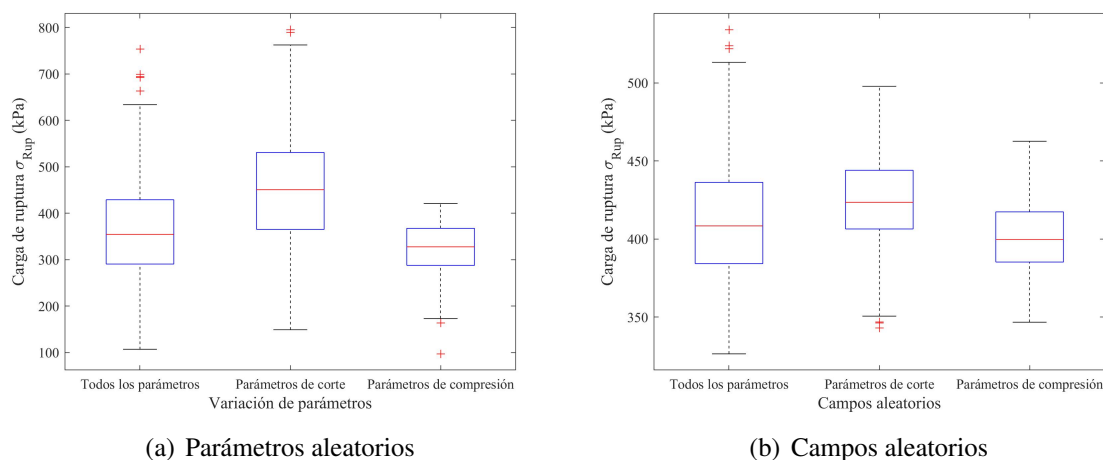


Figura 5: Influencia de los parámetros en las simulaciones realizadas

La Fig. 6 muestra los vectores de desplazamiento de las simulaciones con un modelo de suelo homogéneo y un modelo de suelo heterogéneo. La Fig. 6a muestra los vectores de desplazamiento con una forma simétrica debido a que solo se tiene un solo material para el suelos y los parámetros son los modelados de forma aleatoria, esto no representaría de forma realista la verdadera composición del suelos. La Fig. 6b muestra una distribución no uniforme de los vectores de desplazamiento dentro de suelo cuando se simula la prueba de carga en un suelo heterogéneo, esto simula una condición más realista de la verdadera naturales del suelos que tienen granos de diferentes tamaños, composiciones y etapas de la historia geológica en la formación de los suelos. También, se ve la influencia del campo aleatorio generado dentro del modelo de elementos finitos con las diferentes direcciones de desplazamientos comparados con el modelo homogéneo.



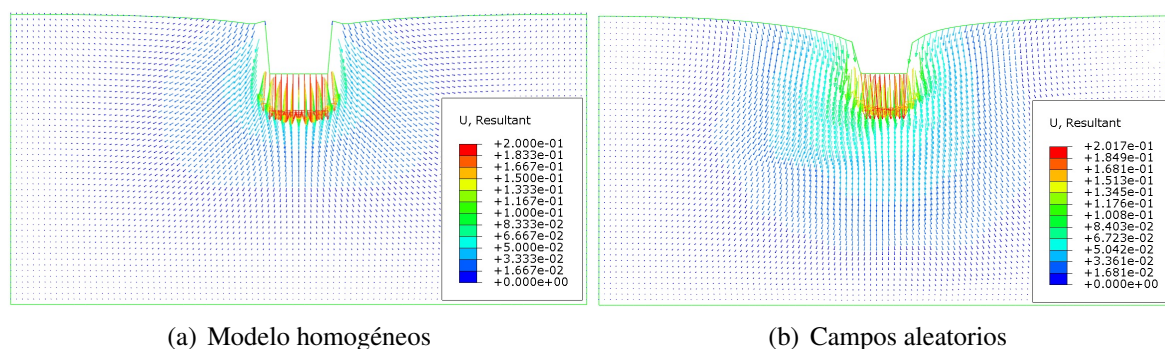


Figura 6: Vectores de desplazamientos en modelos FEM

## 7. CONCLUSIONES

El presente trabajo mostró la influencia de la variabilidad de los parámetros geotécnicos en la carga de ruptura de una cimentación superficial por medio de una prueba de carga. Por medio de este trabajo se mostró que correr modelos con parámetros aleatorios tienen un mayor COV en comparación con los campos aleatorios. Se mostró que los ensayos de corte con bajos COV bajan significativamente el COV de la capacidad de ruptura. También, se mostró que los parámetros de compresión del suelos tienen influencia en la carga de ruptura de la prueba de carga, esto generalmente no se toma en cuenta. Por último, se mostró que las simulaciones con campos aleatorios generan vectores de desplazamiento en diferentes direcciones lo cual puede ser una forma más realista de representar la heterogeneidad del suelo en comparación con un modelo de suelo homogéneo.

## REFERENCIAS

- Ang A. y Tang W. *Probability concepts in engineering*. John Wiley and Sons, Inc, United Stated of America, 2st edición, 2006. ISBN 047172064X.
- Baecher G. y Christian J. *Reliability and statistics in geotechnical engineering*. Wiley, John & Sons, Incorporated, England, 1 edición, 2003. ISBN 0471498335.
- Chwała M. Soil sounding location optimisation for spatially variable soil. *Géotechnique Letters*, 10(3):409–418, 2020.
- Cunha R.P., Jardim N., y Pereira J.F. Characterization of a tropical clay via dilatometer tests. *Conference on Site Characterization of Residual Soils*, 1:113–122, 1999.
- de Alencar Velloso e Francisco de Rezende Lopes A. *Fundações – vol. 2*. Oficina de Textos, Brazil, 2st edición, 2010. ISBN 978-85-86238-98-7.
- Desai C.S. y Siriwardane H.J. *Constitutive Laws for Engineering Materials With Emphasis on Geologic Materials*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1 edición, 1984. ISBN 0-13-167940-6.
- El-Kadi A.I. y Williams S.A. Generating two-dimensional fields of autocorrelated, normally distributed parameters by the matrix decomposition technique. *Groundwater*, 38(4):530–532, 2000. doi:<https://doi.org/10.1111/j.1745-6584.2000.tb00245.x>.
- Felling W., Julian K., Ansgar K., y Michael O. Uncertainty modelling and sensitivity analysis of tunnel face stability. *Structural Safety*, 32:402–410, 2010.
- Fenton G.A. Error evaluation in three random-field generators. *Journal of Engineering Mechanics*, 120:2478 – 2497, 1994.
- Fenton G.A. y Vanmarcke E.H. Simulation of random fields via local average subdivision.

- Journal of Engineering Mechanics*, 116:1733 – 1749, 1990.
- Ghanem R.G. y Spanos P.D. *Stochastic Finite Elements: A Spectral Approach*. Springer Verlag, New York, 1991.
- Halidou N. y Breyse D. Reliability analysis of a piled raft accounting for soil horizontal variability. *Computers and Geotechnics*, 34:71Ð80, 2007.
- Hamonangan I. Bayesian inversion of proof pile test: Monte carlo simulation approach. *International conference on science and technology: Applications in industry and education*, página 426Ð432, 2008.
- Helwany S. *Applied Soil Mechanics with ABAQUS Applications*. WILEY, United States of America, 1st edición, 2007. ISBN 978-0-471-79107-2.
- Iason P. y Straub D. Reliability updating in geotechnical engineering including spatial variability of soil. *Computers and Geotechnics*, 42:44Ð51, 2012.
- Lam S.Y., Ng C.W., Leung C.F., y Chan S.H. Centrifuge and numerical modeling of axial load effects on piles in consolidating ground. *Canadian Geotechnical Journal*, 46(1):10–24, 2009. doi:10.1139/T08-095.
- Liang J., Chaudhuri S.R., y Shinozuka M. Simulation of non-stationary stochastic processes by spectral representation. *Journal of Engineering Mechanics*, 133:616–627, 2007.
- Lutenegger A.J. y Kelley S.P. Standard penetration test with torque measurement. *Proceedings of the 1 international conference on site characterizations*, 2:939–945, 1998.
- Marchetti S., Monaco P., Totani G., y Calabrese M. The flat dilatometer test (dmt) in soil investigations. *Conf. On In situ Measurement of Soil Properties., A Report by the ISSMGE Committee TC16*, página 41 pp, 2001.
- Mendoza C. y Caicedo B. Elastoplastic framework of relationships between cbr and young's modulus for fine grained materials. *Transportation Geotechnics*, 21:100280, 2019. ISSN 2214-3912. doi:https://doi.org/10.1016/j.trgeo.2019.100280.
- Mendoza C., Ramos A.M., Cunha R., y Lizcano A. Análisis del proceso constructivo y variabilidad de parámetros geotécnicos en la capacidad de carga de micropilotes usando elementos finitos aleatorios. *Obras y proyectos*, 11:61–70, 2012. ISSN 0718-2813.
- Mendoza C.C., Caicedo B., y Cunha R. Determination of vertical bearing capacity of pile foundation systems in tropical soils with uncertain and highly variable properties. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 31(1):04016068, 2017. doi:10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0000918.
- Schnaid F. *In Situ Testing in Geomechanics*. Taylor e Francis, Canada, 1 edición, 2009. ISBN 0-203-93133-5.
- Sharma J. y Bolton M. Finite element analysis of centrifuge tests on reinforced embankments on soft clay. *Computers and Geotechnics*, 19(1):1–22, 1996. ISSN 0266-352X. doi:https://doi.org/10.1016/0266-352X(95)00037-B.
- Sowers G. y Sowers G. *Introductory Soil Mechanics and Foundations*. Macmillan, New York, 3rd edición, 1970.
- Sudret B. y Kiureghian A.D. Stochastic finite element methods and reliability. a state-of-the-art report. Informe Técnico, Report UCB/SEMM-2000/08, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkely, 2000.
- Sumanta H. y Sivakumar B. Effect of soil spatial variability on the response of laterally loaded pile in undrained clay. *Computers and Geotechnics*, 35:537Ð547, 2008.
- Uzielli M., Lacasse S., Nadim F., y Phoon K.K. Soil variability analysis for geotechnical practice. volumen 3. 2006. ISBN 978-0-415-42691-6. doi:10.1201/NOE0415426916.ch3.