

ATENUACIÓN DE VIBRACIONES FLEXO-TORSIONALES EN EDIFICIOS ALTOS MEDIANTE UNA DISTRIBUCIÓN PERIÓDICA DE RESONADORES

ATTENUATING FLEXURAL-TORSIONAL VIBRATIONS IN TALL BUILDINGS BY MEANS OF PERIODICALLY DISTRIBUTED RESONATORS

Patricia N. Dominguez^{a,b}, Víctor H. Cortínez^{a,b,c} y Cecilia I. Stoklas^a

^a*Centro de Investigaciones en Mecánica Teórica y Aplicada CIMTA, Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Bahía Blanca, 11 de abril 461, 8000 Bahía Blanca, Argentina, vcortine@hotmail.com*

^b*Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur, Av. Alem 1253, 8000 Bahía Blanca, Argentina, pdoming@uns.edu.ar*

^c*Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, CONICET*

Palabras clave: edificios asimétricos, atenuación de vibraciones, vigas localmente resonantes, resonadores múltiples.

Resumen. En este trabajo se presenta un enfoque para investigar la eficiencia de resonadores distribuidos periódicamente en la atenuación de vibraciones laterales en edificios altos. Para tal fin, se desarrolla un modelo estructural de un edificio uniforme asimétrico constituido por paredes de corte de forma arbitraria y pórticos como elementos rigidizadores horizontales, acoplado a un conjunto de resonadores. Tal modelo se basa en la formulación homogeneizada de la teoría de Vlasov. Se demuestra que los resonadores distribuidos producen bandgaps, definidos como rangos de frecuencias con ausencia de frecuencias naturales, que son de gran importancia para la atenuación de vibraciones forzadas.

Keywords: asymmetric tall buildings, vibration attenuation, locally resonant beams, multiple resonators.

Abstract. This article presents an approach to study the efficiency of periodically distributed resonators to attenuate lateral vibrations of tall buildings. To do this, a continuous model of a uniform asymmetric high-rise building is developed, consisting of frames and arbitrarily shaped shear walls as horizontal stiffening elements, coupled to a set of distributed resonators. This model is based on a homogenized formulation of Vlasov's theory. As shown, distributed resonators generate band gaps, defined as frequency ranges free from natural frequencies. These forbidden bands are very important to attenuate lateral forced vibrations.

1 INTRODUCCIÓN

En el diseño estructural de edificios altos resulta de gran importancia el análisis de las vibraciones laterales debidas a acciones horizontales de tipo eólico o sísmico. Si bien la rigidización estructural es una opción para controlar las amplitudes de tales vibraciones, no siempre es la más eficiente atendiendo a razones de costo y de confort de los habitantes. Por tal motivo, diversos sistemas de control se han investigado e implementado en la práctica. Entre ellos es posible citar los sistemas de aislación de base y de disipación de energía y el uso de resonadores (o amortiguadores de masa sintonizada) (Vellar et al., 2019). Éstos últimos son relativamente simples de implementar en estructuras ya construidas y han mostrado eficiencia para varias situaciones reales (Lin et al., 1999). En efecto, tales dispositivos se han utilizado en diversos edificios altos y torres alrededor del mundo, tales como el 601 Lexington Avenue de Nueva York, el John Hancock Tower de Boston, el Crystal Tower de Osaka y el 101 Tower de Taipei, entre otros. En principio, tales dispositivos (usualmente ubicados en el piso más alto del edificio) se utilizaron de manera aislada para mitigar efectos resonantes en una determinada frecuencia. Más adelante, se comenzó a estudiar el uso simultáneo de varios resonadores para mitigar más de una frecuencia o ampliar la efectividad de los mismos.

Recientemente, se ha propuesto un nuevo concepto para el control pasivo de la dinámica lateral de un edificio, basado en la instalación de una cantidad grande de resonadores distribuidos de manera periódica a lo largo de toda su altura (Fonseca Dal Poggetto et al., 2019). Este concepto está relacionado con el de materiales localmente resonantes cuya investigación ha cobrado notable interés en los últimos años (Liu et al., 2000; Sugino et al., 2017; Cortínez y Domínguez, 2022). Un efecto de particular importancia en tales materiales es la existencia de bandgaps, es decir, rangos de frecuencia carentes de resonancias y que, por lo tanto, constituyen bandas de amplitudes reducidas de vibración. Estudios realizados sobre estructuras tipo viga han demostrado que la eficiencia de resonadores distribuidos periódicamente es mayor que la correspondiente a la de resonadores aislados con la misma masa total (Sugino et al., 2017; Fonseca Dal Poggetto et al., 2019). Además, el hecho de utilizar resonadores con menor masa puede presentar ventajas al minimizar las fuerzas concentradas en cada piso. Por tales motivos, este concepto ha suscitado interés para atenuar vibraciones de estructuras esbeltas de la ingeniería civil, tales como edificios y puentes de suspensión (Casalotti et al., 2014, 2018). En su investigación sobre vibraciones de edificios, Fonseca Dal Poggetto et al. (2019) han propuesto el diseño del sistema de resonadores distribuidos, procurando maximizar el ancho de los bandgaps generados. Esto se ha hecho a partir de un análisis de propagación de ondas usando elementos finitos espectrales conjuntamente con la teoría de Bloch-Floquet. Dichos autores, evaluaron la efectividad del diseño a partir del estudio de la respuesta dinámica considerando cargas sísmicas idealizadas. En ese trabajo, los edificios fueron concebidos como estructuras simples aporricadas. Tiene sentido extender tal estudio para considerar tipologías estructurales de edificios más generales, considerando eventualmente asimetría de planta que involucra acoplamientos flexo-torsionales.

Una manera conveniente de estudiar la mecánica de resonadores distribuidos en este tipo de edificios genéricos es la utilización de los modelos continuos (Swaddiwudhipong et al., 1989; Meftah et al., 2007; Piccardo et al., 2019). Estos modelos consisten en la sustitución del edificio por una viga generalizada con propiedades seccionales e inerciales equivalentes. La dinámica lateral de tales vigas refleja adecuadamente la correspondiente al edificio, con una economía apreciable de recursos computacionales para el cálculo de la misma.

En este trabajo, se presenta un modelo estructural de un edificio alto con una distribución

periódica de resonadores. El enfoque se basa en una generalización de la teoría de Vlasov que permite considerar distintas tipologías estructurales habituales (pórticos, muros de corte y núcleo). El mismo incorpora el efecto de los resonadores en las propiedades seccionales inerciales equivalentes que resultan ser dependientes de la frecuencia de excitación. Tal modelo estructural que se denomina “viga localmente resonante” permite el análisis de bandgaps en la dinámica lateral torsional de una manera muy simple (Cortínez y Domínguez, 2022). Se presenta la formulación teórica, la determinación de bandgaps y estudios numéricos de vibración forzada, con y sin amortiguamiento, para ejemplificar la eficiencia del sistema de resonadores distribuidos en el control de la dinámica flexo-torsional.

2 DINÁMICA FLEXO-TORSIONAL DE EDIFICIOS ALTOS

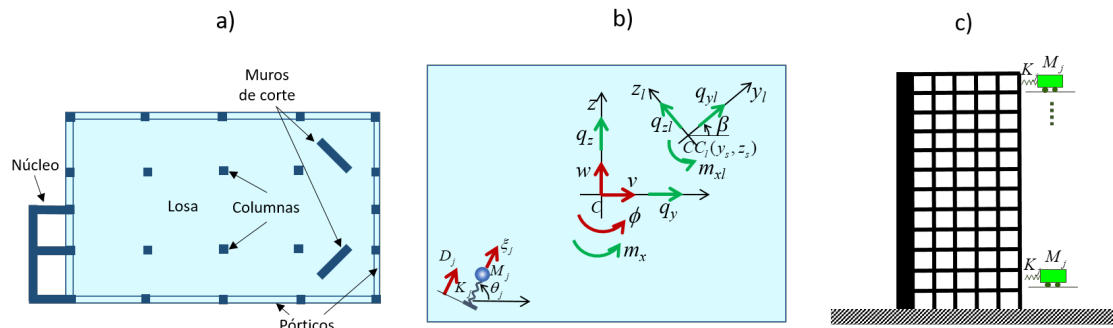


Figura 1: a) Planta genérica de un edificio, b) sistemas de coordenadas, cargas genéricas y resonadores, c) vista lateral de un edificio genérico.

2.1 Ecuaciones gobernantes para la dinámica lateral de un edificio

Se considera una planta de edificio arbitraria constituida por pórticos, muros de corte y núcleos como se muestra en la Figura 1a). Se realizan las siguientes hipótesis: a) las losas son rígidas en su propio plano y poseen rigidez despreciable perpendicularmente al mismo, b) las losas están infinitamente próximas entre sí (altura del piso/altura del edificio $\ll 1$) y c) los materiales se comportan de manera elástica lineal. La cinemática se describe mediante un sistema de coordenadas global x, y, z con origen en el centro de masa C del edificio, y además se utiliza un sistema de coordenadas local x_l, y_l, z_l para cada subestructura (núcleo, muro de corte o pórtico) con origen en su correspondiente centro de corte, como se muestra en la Figura 1b). A partir de las hipótesis a) y b), se postula que las subestructuras se describen mediante desplazamientos horizontales dependientes de la coordenada vertical x : $v = v(x, t)$, $w = w(x, t)$, $\phi = \phi(x, t)$, donde v y w son los desplazamientos transversales correspondientes al centro de masa de la sección y ϕ es el giro torsional alrededor del eje x (pasante por el centro de gravedad de cada piso). La mecánica de cada subestructura puede describirse mediante las ecuaciones de Vlasov (para flexo-torsión de los núcleos y muros de corte):

$$(EI_z)_l \frac{d^4 v_l}{dx^4} = q_{yl}, \quad (EI_y)_l \frac{d^4 w_l}{dx^4} = q_{zl}, \quad (EC_w)_l \frac{d^4 \phi}{dx^4} - (GJ)_l \frac{d^2 \phi}{dx^2} = m_{xl} \quad (1)$$

o mediante ecuaciones de vigas de corte equivalentes para los pórticos (Swaddiwudhipong et al., 1989):

$$-GA_l \frac{d^2 v_l}{dx^2} = q_{yl} \quad (2)$$

En las ecuaciones anteriores v_l y w_l son los desplazamientos transversales del centro de corte de cada elemento en su sistema local, $(EI_z)_l$, $(EI_y)_l$, $(EC_w)_l$ y $(GJ)_l$ corresponden a las rigideces flexionales respecto a z , y a y , a la rigidez de alabeo torsional y a la rigidez de torsión pura para cada núcleo o muro de corte, respectivamente, GA_l es la rigidez de corte equivalente de cada pórtico y q_{yl} , q_{zl} y m_{xl} son las cargas por unidad de longitud en las direcciones y_l y z_l y el momento torsor respecto al centro de corte local que la losa transmite a cada elemento rigidizador, respectivamente. Las ecuaciones anteriores pueden ser escritas de manera unificada de la siguiente manera:

$$\mathbf{EI}_l \frac{d^4 \mathbf{u}_l}{dx^4} - \mathbf{GA}_l \frac{d^2 \mathbf{u}_l}{dx^2} = \mathbf{q}_l \quad (3)$$

donde:

$$\mathbf{u}_l = [v_l, w_l, \phi]^T, \quad \mathbf{q}_l = [q_{yl}, q_{zl}, m_{xl}]^T, \quad (4a-d)$$

$$\mathbf{EI}_l = \begin{bmatrix} (EI_z)_l & 0 & 0 \\ 0 & (EI_y)_l & 0 \\ 0 & 0 & (EC_w)_l \end{bmatrix}, \quad \mathbf{GA}_l = \begin{bmatrix} GA_l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & GJ_l \end{bmatrix}$$

Si la ecuación (3) corresponde a un núcleo, $GA_l=0$ y si corresponde a un pórtico, la única rigidez no nula es GA_l .

Como se aprecia en la Figura 1b), es posible relacionar los desplazamientos globales $\mathbf{u} = [v, w, \phi]^T$ con los desplazamientos locales $\mathbf{u}_l = [v_l, w_l, \phi]^T$ de acuerdo a las hipótesis a) y b) mediante las expresiones (5a), (5c) y (5d). Asimismo, las cargas en el sistema global $\mathbf{q} = [q_y, q_z, m_x]^T$, donde q_y y q_z son las componentes de la carga según los ejes y y z pasantes por el centro de masa de cada piso y m_x el correspondiente momento torsor por unidad de longitud con respecto al eje x , se pueden relacionar con las cargas en el sistema local \mathbf{q}_l mediante la expresión (5b).

$$\mathbf{u}_l = \mathbf{T}_l \mathbf{u}, \quad \mathbf{q} = \mathbf{T}_l^T \mathbf{q}_l, \quad \mathbf{T}_l = \begin{bmatrix} c & s & -z_s c + y_s s \\ -s & c & z_s s + y_s c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{matrix} c = \cos \beta \\ s = \sin \beta \end{matrix} \quad (5a-c, d)$$

Es posible transformar las ecuaciones (3) en ecuaciones de equilibrio respecto al sistema global, reemplazando (5a) en (3), premultiplicando por \mathbf{T}_l , sumando las contribuciones de cada elemento rigidizador l y considerando que la suma de todas las cargas \mathbf{q} corresponde a la carga externa \mathbf{q}_{ext} , puesto que las cargas de interacción se anulan entre sí:

$$\mathbf{EI}_g \frac{d^4 \mathbf{u}}{dx^4} - \mathbf{GA}_g \frac{d^2 \mathbf{u}}{dx^2} = \mathbf{q}_{ext} \quad (6)$$

donde:

$$\mathbf{EI}_g = \sum_l \mathbf{T}_l^T \mathbf{EI}_l \mathbf{T}_l, \quad \mathbf{GA}_g = \sum_l \mathbf{T}_l^T \mathbf{GA}_l \mathbf{T}_l \quad (7)$$

Cuando el edificio está sometido a acciones dinámicas, el sistema anterior debe modificarse para considerar las correspondientes fuerzas inerciales.

2.2 Efecto de resonadores distribuidos

Se considera a continuación un sistema de resonadores (amortiguadores de masa sintonizada) aplicados en cada uno de los pisos del edificio. La distribución de resonadores es uniforme a lo largo de la altura. Cada resonador consiste de una masa M_j conectada al edificio mediante un resorte de rigidez K_j , orientado en la dirección indicada por el ángulo θ_j (Figura 1b), emplazado en las coordenadas y_{M_j} , z_{M_j} en cada piso. La cinemática de cada uno de estos resonadores se describe mediante los desplazamientos ξ_{ij} de la masa M_j ubicada en el piso i y del correspondiente desplazamiento D_{ij} del punto de anclaje del resorte, ambos medidos en la dirección del resorte. Si se considera la acción de los resonadores y de las fuerzas inerciales, la carga \mathbf{q}_{ext} debe ser redefinida de la siguiente manera:

$$\mathbf{q}_{ext} \rightarrow \mathbf{q}_{ext} - \mathbf{m} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \sum_i \sum_j K_j (\xi_{ij} - D_{ij}) \mathbf{p}_j \delta(x - x_i) \quad (8)$$

donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_j &= [\cos \theta_j, \sin \theta_j, r_j]^T, \quad r_j = y_{M_j} \sin \theta_j - z_{M_j} \cos \theta_j \\ D_{ij} &= v(x_i, t) \cos \theta_j + w(x_i, t) \sin \theta_j + \phi(x_i, t) r_j \end{aligned} \quad (9a-c)$$

mientras que \mathbf{m} corresponde a una matriz diagonal cuyos elementos no nulos son $m_{11} = m_{22} = m$ y $m_{33} = mR^2$, siendo m la masa por unidad de longitud del edificio y R^2 el radio de giro de cada piso con respecto a su centro de gravedad, y $\delta(x - x_i)$ es la función de Dirac. Por otra parte, la dinámica de cada resonador se describe mediante la siguiente ecuación de movimiento:

$$M_j \frac{d^2 \xi_{ij}}{dt^2} + K_j \xi_{ij} = K_j D_{ij} \quad (10)$$

Asumiendo que las cargas y sus correspondientes respuestas son armónicas, es decir $\mathbf{q}_{ext} = \mathbf{Q}_{ext} \cos(\omega t)$, $\mathbf{u} = \mathbf{U} \cos(\omega t)$, $\xi_{ij} = \bar{\xi}_{ij} \cos(\omega t)$, $D_{ij} = \bar{D}_{ij} \cos(\omega t)$, puede obtenerse, a partir de (10), $\bar{\xi}_{ij}$ en función de \bar{D}_{ij} . Sustituyendo el resultado en (8) y teniendo en cuenta (9c) es posible reescribir la carga lateral en términos de $\mathbf{U}(x) = [V, W, \psi]^T$. Luego, sustituyendo tal carga en la ecuación (6) y considerando los resonadores distribuidos longitudinalmente de manera continua de acuerdo a la hipótesis b), se llega a:

$$\mathbf{EI}_g \frac{d^4 \mathbf{U}}{dx^4} - \mathbf{GA}_g \frac{d^2 \mathbf{U}}{dx^2} - \omega^2 \mathbf{MU} = \mathbf{Q}_{ext} \quad (11)$$

donde:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m \left(1 + \sum_j \frac{\alpha_j c_j^2}{1 - (\omega / \omega_j)^2} \right) & m \sum_j \frac{\alpha_j c_j s_j}{1 - (\omega / \omega_j)^2} & m \sum_j \frac{\alpha_j c_j r_j}{1 - (\omega / \omega_j)^2} \\ m \sum_j \frac{\alpha_j c_j s_j}{1 - (\omega / \omega_j)^2} & m \left(1 + \sum_j \frac{\alpha_j s_j^2}{1 - (\omega / \omega_j)^2} \right) & m \sum_j \frac{\alpha_j s_j r_j}{1 - (\omega / \omega_j)^2} \\ m \sum_j \frac{\alpha_j c_j r_j}{1 - (\omega / \omega_j)^2} & m \sum_j \frac{\alpha_j s_j r_j}{1 - (\omega / \omega_j)^2} & m \left(R^2 + \sum_j \frac{\alpha_j r_j^2}{1 - (\omega / \omega_j)^2} \right) \end{bmatrix} \quad (12)$$

En la expresión anterior $c_j = \cos \theta_j$, $s_j = \sin \theta_j$, $\alpha_j = M_j / (m h_p)$ corresponde al cociente entre la masa total de los resonadores j y la del edificio, siendo h_p la altura de cada piso, y $\omega_j = \sqrt{K_j / M_j}$ es la frecuencia del resonador local j .

La ecuación gobernante (11) debe complementarse con las correspondientes condiciones de borde (usualmente, empotramiento en la base: $\mathbf{U} = d\mathbf{U}/dx = 0$ y borde libre en el extremo superior: $\mathbf{EI}_g d^3\mathbf{U}/dx^3 - \mathbf{GA}_g d\mathbf{U}/dx = \mathbf{EI}_g d^2\mathbf{U}/dx^2 = 0$).

2.3 Viga localmente resonante: bandgaps

Debe observarse que la matriz inercial generalizada \mathbf{M} de la ecuación (11) tiene en cuenta tanto las propiedades inerciales del edificio propiamente dicho como las de los resonadores y, como característica particular, depende de la frecuencia de excitación ω . El modelo presentado constituye una viga generalizada localmente resonante (Cortínez y Domínguez, 2022). Es posible demostrar que el efecto de los resonadores distribuidos sobre la dinámica flexo-torsional del edificio considerado es la generación de bandgaps, es decir, de intervalos de frecuencias donde el sistema no presenta frecuencias naturales. Ante la ausencia de resonancias en tales bandas se espera que la respuesta dinámica sea moderada. La determinación de los bandgaps se realiza a través del análisis de la matriz inercial $\mathbf{M}(\omega)$. En efecto, en la referencia Cortínez y Domínguez (2022) se demuestra que los intervalos de ω en los cuales \mathbf{M} resulta definida negativa se produce un bandgap fuerte, mientras que, en los intervalos en los cuales \mathbf{M} resulta indefinida se producen bandgaps débiles, en los cuales pueden existir frecuencias naturales aunque en una probabilidad menor, debido a la aparición de restricciones adicionales sobre las formas modales. Los bandgaps aparecen para valores de ω inmediatamente mayores que los correspondientes a las frecuencias locales ω_j de los resonadores. Por lo tanto, si se seleccionan tales frecuencias como ligeramente menores a las frecuencias naturales de interés del edificio (sin resonadores) se espera que las respuestas resonantes se atenúen. Tal atenuación puede ser aún más efectiva si se incorpora amortiguamiento viscoso en los resonadores, como se muestra en los estudios numéricos.

3 RESULTADOS NUMÉRICOS

A manera de ejemplo se considera la estructura de edificio asimétrico analizado por Meftah et al. (2007) cuya planta se muestra en la Figura 2. Se trata de un edificio de 75 m de

altura (25 pisos) con espesores de paredes de corte de 0.3 m, espesor de la losa 0.15 m, masa por unidad de longitud $m=114365 \text{ kg/m}$ y módulos de elasticidad longitudinal $E=25 \text{ GPa}$ y transversal $G=10.42 \text{ GPa}$. Los valores de las características de rigidez pueden consultarse en la referencia citada.

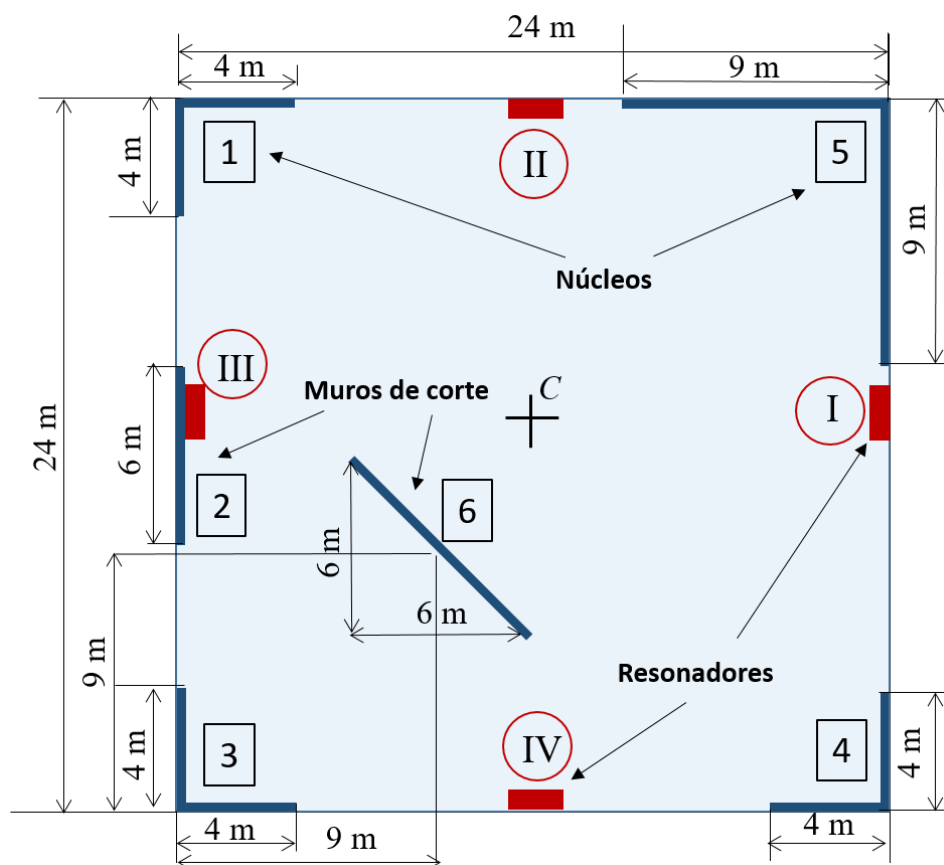


Figura 2: Planta del edificio estudiado.

En el presente trabajo se han determinado las frecuencias naturales del edificio mediante un programa de elementos finitos (FlexPDE 6, 2015) para resolver las ecuaciones (11) con $\mathbf{q}_{ext} = \alpha_j = 0$. Los valores obtenidos son $\omega_n = [1.62, 1.78, 4.59, 10.2, 11.1, 28.2, 28.6] \text{ rad/s}$, que comparan favorablemente con los resultados de Meftah et al. (2007) con un error máximo menor al 1%. Se asume que tal edificio es sometido a cargas laterales flexo-torsionales arbitrarias, por ejemplo $\mathbf{Q}_{ext} = [1e6 \text{ N/m}, 1e6 \text{ N/m}, 1e6 \text{ Nm/m}]^T$ idealizando acciones de viento o de sismos. Se considera además una frecuencia de excitación cercana a 2 Hz (12.57 rad/s) lo que podría hacer entrar en resonancia a los modos correspondientes a las frecuencias 10.2 rad/s y 11.1 rad/s. Para atenuar la respuesta en tal rango de frecuencias se instalan 4 resonadores en cada planta como se muestra en la Figura 2, con las siguientes características: $\alpha_I = \alpha_{II} = \alpha_{III} = \alpha_{IV} = 0.125$, $\omega_I = \omega_{II} = \omega_{III} = \omega_{IV} = \omega_M = 10.55 \text{ rad/s}$. Estas frecuencias han sido seleccionadas ligeramente menores que la frecuencia natural de 11.1 rad/s debido a que se asume que la carga sísmica produce mayor amplitud en el modo correspondiente a tal frecuencia.

Se ha obtenido la respuesta dinámica de la estructura original, así como la de la estructura localmente resonante, utilizando el programa previamente mencionado para resolver la ecuación (11) y también el bandgap (fuerte) producido por los resonadores de acuerdo a lo explicado en la sección 2.3. En la Figura 3a) se muestra la respuesta en frecuencia, en cercanía de la frecuencia de interés, del valor absoluto del desplazamiento del extremo superior del edificio en escala logarítmica, $\ln|W(L)|$. La curva azul muestra la respuesta del edificio original (sin resonadores), y la verde la del edificio con resonadores. Asimismo, las líneas verticales discontinuas indican las frecuencias límites del bandgap. Como puede apreciarse, los resonadores eliminan completamente la respuesta resonante correspondiente a la frecuencia natural de 11.1 rad/s en la banda de frecuencias indicada por el bandgap. Sin embargo, aparecen resonancias fuera de esta banda. Se ha considerado también la incorporación de amortiguamiento viscoso en los resonadores mediante una razón de amortiguamiento del 1%. Para el cálculo de la respuesta correspondiente se ha modificado la ecuación (11) agregando amortiguamiento viscoso en los resonadores y también de la estructura original ($c = 0.01m\omega_{M1} \text{ kg/m/s}$). En este caso, la respuesta se grafica con una línea roja de la misma figura. Se puede apreciar que en el bandgap la atenuación sigue siendo la misma aunque el pequeño amortiguamiento introducido es capaz de atenuar la resonancia fuera del bandgap y eliminar también la respuesta resonante de la frecuencia natural de 10.2 rad/s . En este último caso la banda de atenuación es mayor. En la Figura 3b) se muestra el mismo estudio aunque mostrando la respuesta torsional del edificio $\ln|\psi(L)d|$, donde d es una distancia del orden de la planta de edificio para expresar la respuesta torsional en términos de desplazamiento.

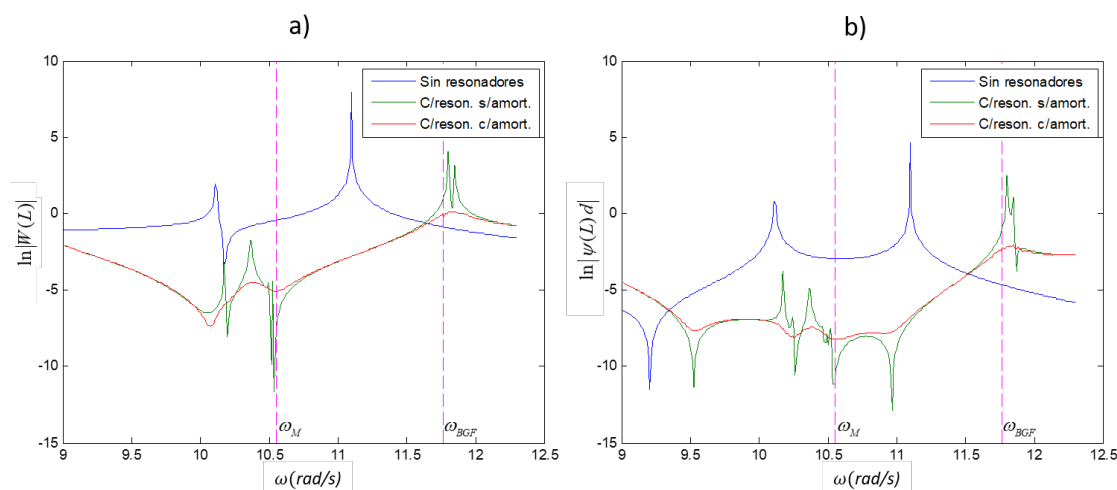


Figura 3: Respuesta dinámica de la viga localmente resonante con 4 resonadores iguales de $\alpha = 0.125$ y $\omega_M = 10.55 \text{ rad/s}$ ($\omega_{BGF} = 11.77 \text{ rad/s}$): a) $\ln|W(L)|$ y b) $\ln|\psi(L)d|$.

Se ha considerado también un sistema de resonadores con menor masa $\alpha_I = \alpha_{II} = \alpha_{III} = \alpha_{IV} = 0.075$ y frecuencias de los resonadores $\omega_I = \omega_{II} = \omega_{III} = \omega_{IV} = \omega_M = 10.88 \text{ rad/s}$. Se aprecia que esta configuración también logra eliminar la respuesta resonante correspondiente a 11.1 rad/s con un ancho de bandgap ligeramente menor. Por otra

parte, la implementación del amortiguamiento logra atenuar la respuesta en un ancho de banda que incluye a aquella resonante de 10.2 rad/s .

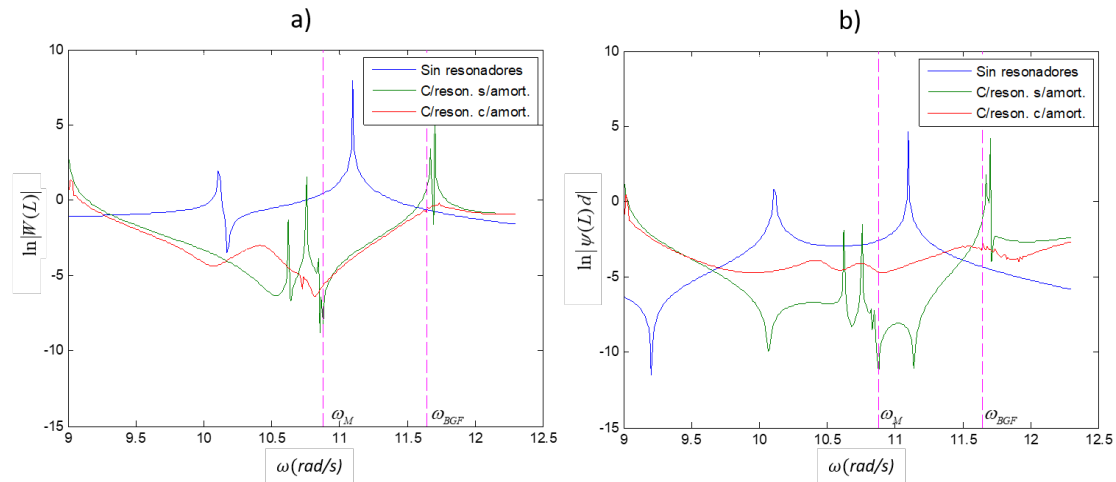


Figura 4: Respuesta dinámica de la viga localmente resonante con 4 resonadores iguales de $\alpha = 0.075$ y $\omega_M = 10.88 \text{ rad/s}$ ($\omega_{BGF} = 11.65 \text{ rad/s}$): a) $\ln|W(L)|$ y b) $\ln|\psi(L)d|$.

4 CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un modelo para atenuar las vibraciones laterales en edificios altos asimétricos a partir de una distribución periódica de resonadores. Tal enfoque conduce a un modelo de viga localmente resonante uniforme en el que las propiedades seccionales inerciales dependen de la frecuencia de excitación. Mediante el análisis de la matriz de masa inercial resulta muy simple estudiar la formación de bandgaps. Asimismo, el modelo resulta adecuado para estudiar la dinámica lateral de tales estructuras forzadas por cargas sísmicas o eólicas. Tal enfoque puede ser de utilidad en estudios de diseño óptimo del sistema de resonadores distribuidos.

REFERENCIAS

- Casalotti, A., Arena, A. y Lacarbonara, W. Mitigation of post-flutter oscillations in suspension bridges by hysteretic tuned mass dampers. *Engineering Structures* 69, 62-71, 2014.
- Casalotti, A., El-Borgi, S. y Lacarbonara, W. Metamaterial beam with embedded nonlinear vibration absorbers. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 98, 32-42, 2018.
- Cortínez, V. H. y Dominguez, P. N. Una teoría general para la estimación de bandgaps en la vibración flexo-torsional de vigas Vlasov. *Mecánica Computacional*, 2022.
- FlexPDE 6, PDE Solutions Inc. <http://www.pdesolutions.com>, 2015.
- Fonseca Dal Poggetto, V., Serpa, A. y Arruda, J.R.F. Optimization of local resonators for the reduction of lateral vibrations of a skyscraper. *Journal of Sound and Vibration* 446, 57-72. 2019.
- Lin C. C., Ueng, J. M. y Huang, T. C. Seismic response reduction of irregular buildings using passive tuned mass dampers. *Engineering Structures* 22, 513-524, 1999.
- Liu, Z. Y., Zhang, X. X., Mao, Y. W., Zhu, Y. Y., Yang, Z. Y., Chan, C. T. y Sheng, P., Locally resonant sonic materials. *Science*, 289(5485), 1734-1736, 2000.
- Meftah, S. A., Tounsi, A. y El Abbas, A. B. A simplified approach for seismic calculation of a

- tall building braced by shear walls and thin-walled open section structures. *Engineering Structures* 29, 2576-2585, 2007.
- Piccardo, G., Tubino, F. y Luongo A. Equivalent Timoshenko linear beam model for the static and dynamic tower buildings. *Applied Mathematical Modelling* 71, 77-95, 2019.
- Sugino, C., Xia, Y., Leadenham, S., Ruzzene, M. y Erturk, A., A general theory for bandgap estimation in locally resonant metastructures. *Journal of Sound and Vibration* 406, 104-123, 2017.
- Swaddiwudhipong, S., Piriyaakontorn, S., Lim, Y. B. y Lee, S. L. Analysis of tall buildings considering the effect of axial deformation by the Galerkin Method. *Computers and Structures* 32, 1363-1369, 1989.
- Vellar, L. S., Pastor Ontivero-Pérez, S., Fleck Fadel Miguel, L. y Fleck Fadel Miguel, L. Robust optimum design of multiple tuned mass dampers for vibration control in buildings subjected to seismic excitation. *Shock and Vibration (Hindawi)*, ID 9273714, 2019.