

COLAPSO DE TUBOS COMPOSTOS MECANICAMENTE UNIDOS: DETERMINAÇÃO DE CONFIGURAÇÕES EQUIVALENTES

COLLAPSE OF MECHANICALLY JOINED COMPOSITE PIPES: DETERMINING EQUIVALENT CONFIGURATIONS

Bibiana G. Scipioni^a, Felipe T. Stumpf^a, Gabriel Birk^a, Diego B. Borges^a, Gustavo Giordani^a e Ignacio Iturrioz^a

^aGrupo de Mecânica Aplicada, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Sarmiento Leite 425,
Porto Alegre, Brasil, gehlen.scipioni@ufrgs.br, <https://www.ufrgs.br/promec/>

Palavras-chave: Mecânica Computacional, Tubulações metálicas, pressão externa, Método dos elementos finitos, Análise Dimensional.

Resumo. Em tubulações submarinas metálicas empregadas na extração de petróleo, uma das configurações utilizadas atualmente consiste no emprego de tubulações metálicas de aço que contém uma camisa interna mecanicamente unida. A aplicação de pressão externa é um dos cenários críticos deste tipo de sistema quando a tubulação se encontra vazia, o que pode causar o colapso da estrutura. É de interesse determinar na situação de colapso citada qual seria a espessura teórica adicional na tubulação de aço básica que a camisa interna introduz. Para tal fim, é realizada uma série de simulações numéricas com o intuito de definir uma expressão analítica que permita de forma simples realizar esta determinação. Neste estudo é utilizada a metodologia de análise dimensional que permite identificar quais são os parâmetros que mais influenciam na determinação destas configurações equivalentes. As simulações numéricas são realizadas através do método dos elementos finitos considerando as não linearidades físicas e numéricas do problema estudado. Duas expressões analíticas são propostas e a sua aplicabilidade é discutida no trabalho.

Keywords: Metallic pipes, external pressure, Finite element method, Dimensional Analysis.

Abstract. In submarine metallic pipelines used in petroleum extraction, one of the current configurations is the application of metallic steel pipelines that contain a mechanically joined internal Liner. The hydrostatic pressure is one of the critical scenarios of this type of system when the pipeline is empty, which can cause the collapse due to the external pressure. It is of interest to determine a theoretical increment of the backing steel's thickness due to the addition of the mechanically joined internal liner. For that purpose, a series of numerical simulations are carried out to find an analytical expression that allows us to easily determine the new level of collapse pressure. In this study, the dimensional analysis methodology is used, which makes it possible to identify the parameters that have the most influence in these equivalent configurations. Numerical simulations are performed using the finite element method considering the physical and numerical nonlinearities of the problem studied. Two analytical expressions are proposed, and their applicability is discussed in this work.

1 INTRODUÇÃO

Um dos mais importantes fatores que limitam o quanto uma estrutura pode ser carregada ou deformada em sua extensão é a instabilidade de flambagem, [Kyriakides e Corona, 2007](#). O colapso da estrutura devido a flambagem mecânica por pressão externa torna-se uns dos principais tipos de falha em tubulações offshore normalmente instaladas vazias ou despressurizadas para manutenção, [Kyriakides e Corona, 2007](#). Essas estruturas também apresentam como revestimentos internos uma camisa interna mecanicamente unida para evitar corrosão, chamada de *Liner*. O *Liner* é fixado no tubo de aço base (*Back-steel*) através da aplicação de uma pressão hidrostática expansiva no interior do tubo. Esta solicitação produz a plastificação das partes envolvidas, *Liner e Back-steel*. Ao retirar a pressão hidrostática o retorno elástico do *Back-steel* gera tensões residuais que criam a vinculação mecânica entre as superfícies. ([Giordani, et. al. \(2022\)](#)). No entanto, esse revestimento também pode apresentar uma função estrutural nas tubulações, o que pode, se considerado, resultar em economia de material.

O objetivo deste trabalho é obter expressões matemáticas que descrevam geometrias equivalentes para tubos com revestimento interno submetidos a uma mesma pressão externa de colapso. Ou seja, quanto a espessura do material base deve aumentar para suportar uma mesma pressão externa se o *Liner* for retirado, sendo esta variação representada por Δt_{bs} . Através da metodologia da análise dimensional para mapear o comportamento da geometria da estrutura extraído de dados obtidos de simulações elementos finitos, são propostas equações que dependam apenas dos parâmetros espessura do material base (t_{bs}) para tubos com *Liner*, espessura do *Liner* (t_{liner}) e diâmetro nominal da tubulação (D_{xx}).

2 METODOLOGIA

2.1 Análise Dimensional

Análise dimensional é uma técnica que viabiliza extrair tendências de dados que apresentam um comportamento incoerente e desorganizado em sua forma não adimensionalizada. Além disso, permite adquirir conhecimentos de fenômenos de ciência e engenharia prévios a análises experimentais ou teóricas, [Fox et al. \(2010\)](#).

Conforme descrito em [Barenblatt \(2009\)](#), antes de fazer a análise dimensional é necessário definir as relações entre os parâmetros que caracterizam o fenômeno físico estudado correspondente a relação apresentada abaixo:

$$a = f(a_1, \dots, a_k, b_1 \dots b_m) \quad (1)$$

onde a é a grandeza que está sendo definida no estudo, as quais as grandezas da forma a_i são os parâmetros governantes independentes e os termos b_i são os parâmetros governantes adimensionais (com dimensões obtidas pelo produto da potência das dimensões das variáveis a_i). Os parâmetros Π são definidos conforme equação a seguir e os expoentes dos parâmetros independentes são escolhidos de forma a tornar Π adimensional:

$$\Pi_i = \frac{b_i}{a_1^{p_i} \dots a_k^{r_i}}, \Pi_m = \frac{b_m}{a_1^{p_m} \dots a_k^{r_m}} \quad (2)$$

Reorganizando a Eq. (2) e escrevendo a mesma em termos apenas das quantidades adimensionais,

$$\Pi = \Phi(\Pi_1, \dots, \Pi_m) \quad (3)$$

Por fim, chega-se nos resultados do teorema de Π :

$$f(a_1, \dots, a_k, b_1, \dots, b_m) = a_1^p \dots a_k^r \Phi(\Pi_1, \dots, \Pi_m) \quad (4)$$

$$f(a_1, \dots, a_k, b_1, \dots, b_m) = a_1^p \dots a_k^r \Phi\left(\frac{b_1}{a_1^p \dots a_k^r}, \dots, \frac{b_m}{a_1^p \dots a_k^r}\right) \quad (5)$$

que relaciona através da Eq. (5) uma grandeza física dimensional e parâmetros dimensionais com um parâmetro adimensional e produtos adimensionais dos parâmetros governantes. O número de parâmetros adimensionais Π será igual ao total de parâmetros governantes menos os parâmetros governantes independentes ($m=n-k$), Barenblatt (2009). Em mecânica dos sólidos as variáveis independentes são massa, tempo e comprimento característico do problema (MLT). A função Φ pode ser escrita da seguinte maneira

$$\Phi = C_1 \Pi_1^{\alpha_1} \Pi_2^{\alpha_2} \dots \Pi_j^{\alpha_j} \quad (6)$$

2.2 Equação proposta

Fazendo uso da metodologia apresentada em 2.1 e considerando o diâmetro da tubulação (D_{xx}), as espessuras do aço base (t_{bs}) e do Liner (t_{liner}) como os parâmetros geométricos necessários para especificar a geometria de um tubo com revestimento submetido a pressão hidrostática. Sendo assim, propõe-se as equações a seguir:

$$(t_{bs} + \Delta t_{bs}) = f(t_{bs} + t_{liner}, t_{liner}, t_{bs}, D_{xx}) \quad (7)$$

Adimensionalizando a Eq. (7) pelo teorema de Π pode-se escrever:

$$\frac{(t_{bs} + \Delta t_{bs})}{D_{xx}} = \Pi = \Phi(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3) \quad (8)$$

em que

$$\Pi_1 = \frac{(t_{bs} + t_{liner})}{D_{xx}}, \quad \Pi_2 = \frac{t_{liner}}{D_{xx}}, \quad \Pi_3 = \frac{t_{bs}}{D_{xx}} \quad (9)$$

Conforme Eq. (6), podemos escrever Eq. (8) da seguinte forma:

$$\frac{(t_{bs} + \Delta t_{bs})}{D_{xx}} = C \left(\frac{(t_{bs} + t_{liner})}{D_{xx}} \right)^{\alpha_1} \left(\frac{t_{liner}}{D_{xx}} \right)^{\alpha_2} \left(\frac{t_{bs}}{D_{xx}} \right)^{\alpha_3} \quad (10)$$

Como a Exp. 10 propõe uma geometria equivalente (tubulação sem *Liner*) que suporte a mesma pressão de colapso, o Parâmetro Pressão de colapso não entra nesta expressão. No estudo feito foram fixadas a ovalidade em 4% e a excentricidade em 5%), dessa forma, é necessário verificar em estudos futuros a sensibilidade da Eq. (10) proposta ao variar estes dois parâmetros.

Importante ressaltar que para descrever o comportamento da estrutura como um único corpo (aço base mais revestimento) e conseguir mapear o comportamento da estrutura completa em alguns termos, é de suma importância considerar a espessura total do tubo ($t_{bs} + \Delta t_{bs}$). Para encontrar a constante C e os coeficientes da equação proposta, é aplicado o método dos mínimos quadrados. Para tal, aplica-se logaritmo nos dois membros da expressão Eq. (10).

$$\log\left(\frac{(t_{bs} + \Delta t_{bs})}{D_{xx}}\right) = \log C + \alpha_1 \log\left(\frac{(t_{bs} + t_{liner})}{D_{xx}}\right) + \alpha_2 \log\left(\frac{t_{liner}}{D_{xx}}\right) + \alpha_3 \log\left(\frac{t_{bs}}{D_{xx}}\right) \quad (11)$$

2.3 Método os Mínimos Quadrados

O método dos mínimos quadrados consiste em encontrar o melhor ajuste linear para um grupo de pontos dados $\{x_i, y_i\}$, estimando parâmetros que minimizem a soma dos quadrados dos desvios. Ou seja, a diferença entre os valores que foram obtidos pelo modelo em relação aos valores esperados, [Abdi \(2007\)](#).

$$\min \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2 \quad (12)$$

$$f(x_i) = C + \alpha x \quad (13)$$

Ao considerar mais de uma variável x , a influência do parâmetro y segue conforme apresentado a seguir:

$$y = C + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 \dots \alpha_n x_n \quad (14)$$

Torna-se um problema de regressão múltipla, sendo representado a seguir conforme [Geladi and Kowalski, \(1985\)](#).

$$\alpha = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (15)$$

onde α é o vetor dos coeficientes da Eq. (14), X a matriz de variáveis e y o vetor dos parâmetros estimados.

2.4 Simulações em Elementos Finitos

Por meio de simulações utilizando o método dos elementos finitos e considerando a variação dos parâmetros como diâmetro (D_{xx}), espessura do Liner (t_{liner}) e da relação entre diâmetro e espessura do material base (D_{xx}/t_{bz}), foram levantados os dados para ajustar a equação proposta em 2.2. As simulações foram realizadas no Abaqus e adotando uma geometria 2D, considerando estado plano de deformações e a não linearidade geométrica e física. O elemento finito utilizado foi o CPE8R (*8-node biquadratic plane strain quadrilateral*) tanto no material base do tubo como no revestimento interno. Foi realizado um estudo de convergência de malha para duas condições extremas D/t (7,5 e 30). A variação menor ou igual a 1% foi utilizada como critério de convergência. Esta análise ajudou a definir os elementos de malha como um mínimo de 8 elementos de espessura e 200 na direção do arco para o *Back-steel*; para o *Liner* foi de 4 e 280 elementos, respectivamente. Sendo assim, no modelo empregado foi utilizado para o *Back-steel* como material o aço X65 com 11 elementos na sua espessura e 300 elementos na circunferência. No *Liner*, foi utilizado como material o INCONEL 625, com 6 elementos considerados na sua espessura e 360 elementos na circunferência. As propriedades associadas aos materiais utilizados se apresentam na [Tabela 1](#), e conforme mencionado em [Giordani, et. al. \(2022\)](#), o regime plástico para o X65 está representado com um perfil de super endurecimento para estabelecer um limite superior para a pressão de colapso. A condição de contorno considera que o tubo está vazio e submetido a pressão externa de forma uniforme. Na região de contato, foi considerado que não existe fricção entre a superfície do tubo e do Liner. A solução numérica é baseada na metodologia de ‘arc-length’ desenvolvido por [Riks \(1979\)](#) e utilizada pelo software de elementos finitos. Neste método, deslocamentos e forças são incógnitas do problema, permitindo definir a capacidade máxima de uma estrutura de suportar o carregamento externo e até mesmo caracterizar o ‘post-buckling’. A [Figura 1](#) apresenta um exemplo dos modelos considerados nas simulações.

	Módulo de elasticidade	Tensão de Escoamento	n	β	Ramberg-Osgood
X65	209 GPa	450 MPa	13.3	0.15	$\varepsilon(\sigma) = \frac{\sigma}{E} \left(1 + \beta \left(\frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^{n-1} \right)$
IN625RO300	205 GPa	300 MPa	3.53	2.39	

Tabela 1: Módulo de elasticidade e caracterização do material para o regime plástico aplicando o ajuste de Ramberg-Osgood. Ref.: [Giordani, et. al. \(2022\)](#)

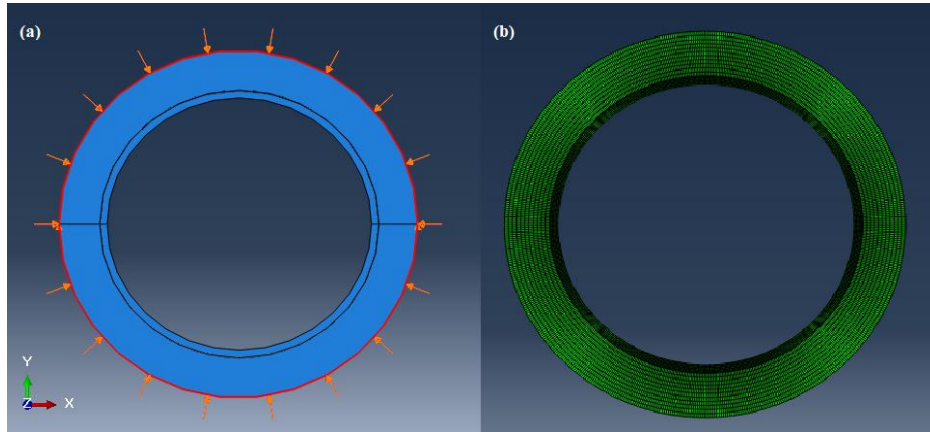


Figura 1: Exemplo dos modelos das simulações, em (a) está representado as condições de contorno para um tubo de 12,75”, D_{xx}/t_{bs} de 8,9 e liner de 7mm, em (b) é a malha desse mesmo tubo.

Os casos estudados consideraram os diâmetros de 10”, 12.75” e 16”, a dimensão D_{xx}/t_{bs} de 7.5, 10, 15, 20 e 30, espessuras de Liner de 3, 5.5 e 7 mm. Através dessas simulações foi possível obter a pressão de colapso por flambagem e plotar a curva P_{co} vs D_{xx}/t_{bs} . Os resultados são apresentados na [Figura 2](#). Em todas as simulações foi considerado uma excentricidade de 5% e ovalidade de 4%. A ovalidade e excentricidade dos tubos são especificações de tolerâncias dimensionais conforme [Kyriakides e Corona \(2007\)](#) e são definidas pelas equações abaixo, respectivamente, demonstradas em [Bai \(2014\)](#),

$$f_0 = \frac{D_{max} - D_{min}}{D} \quad (16)$$

$$e = (D_{max} - D_{min}) + \frac{t_{think} - t_{thin}}{2} \quad (17)$$

A curva “Pressão de colapso – DNV” apresentada na [Figura 2](#) e [Figura 3](#) é definida pela expressão abaixo, obtida na [DNV \(2013\)](#):

$$(P_{co} - P_{el})(P_{co}^2 - P_{pl}^2) = P_{co} \cdot P_{el} \cdot P_{pl} \cdot f_0 \cdot \frac{D}{t} \quad (18)$$

$$P_{el} = 2 \cdot \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{t}{D} \right)^3 \quad (19)$$

$$P_{pl} = \alpha_{fab} \cdot 2\sigma_y \cdot \left(\frac{t}{D} \right) \quad (20)$$

onde P_{co} é a pressão de colapso, P_{pl} é a pressão plástica, P_{el} é a pressão elástica, f_0 é a ovalização, t é a espessura do aço base, α_{fab} é fator de fabricação, ν é o coeficiente de Poisson, σ_y é a tensão de escoamento, E é o módulo de elasticidade e D é o diâmetro externo. Essa curva foi plotada como referência para a análise dos dados obtidos das simulações.

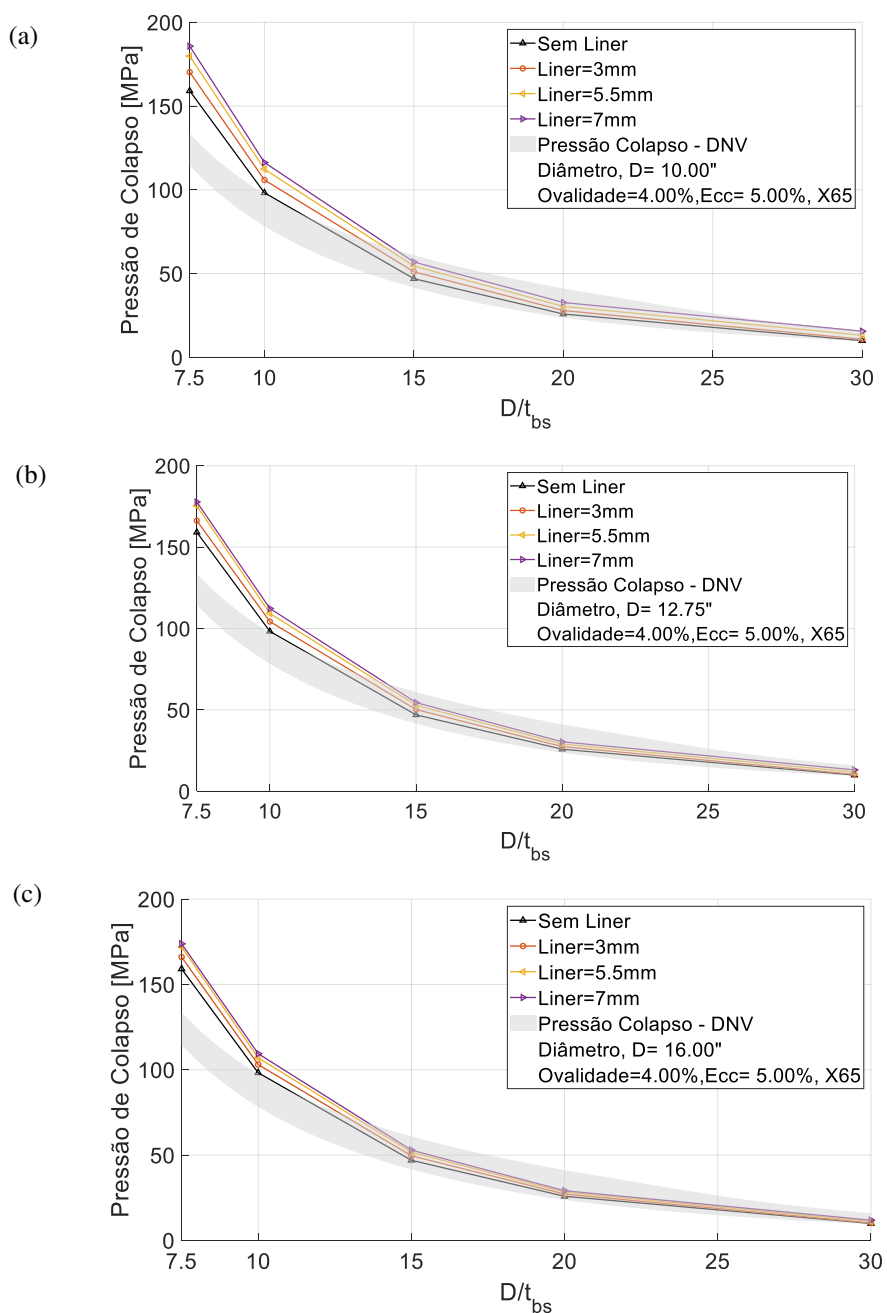


Figura 2: Collapse Pressure vs D/T_{BS} para os diâmetros de (a) 10'', (b) 12.75'' (c) 16''.

2.5 Estruturação do problema

Na Figura 3 se especifica como se procedeu para realizar o ajuste. Pode-se observar que a tubulação formada por um tubo de diâmetro igual a 16'' (406mm), com Liner de 7mm de espessura e aço base com espessura de 40.6 mm tem pressão de colapso de 110MPa. Esta configuração resistiria a mesma pressão externa se não tiver Liner, com o mesmo diâmetro, porém a espessura do material base que precisaria ser considerada é de $t_{bs} = 40.6\text{mm} + 2.74\text{mm}$.

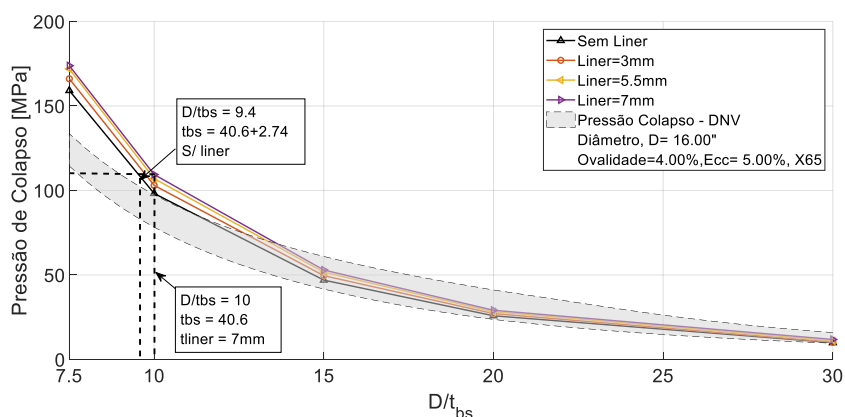


Figura 3: Equivalência entre o modelo com liner e com tubo simples apresentado no domínio P_c vs D/t_{bs} .

A Figura 3 ilustra quais as configurações que se pretendem relacionar. Esse procedimento foi realizado para as pressões de 140, 120, 100, 80, 60, 40, 30, 20 e 10 Mpa, para os diâmetros de 10”, 12,75” e 16” e considerando as configurações sem Liner e com Liner de 3mm, 5.5mm e 7mm. Com isso foi levantado um banco de dados empregando modelos de elementos finitos descritos anteriormente no trabalho. Sobre essa base de dados foi aplicado o método dos mínimos quadrados apresentado em 2.3 na Eq. (11) para encontrar a constante C e os coeficientes α_1 , α_2 e α_3 .

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O ajuste proposto consiste em considerar o intervalo da pressão externa de colapso em dois intervalos [140-60 MPa] e [40-10MPa], os quais em termos de D_{xx}/t_{bs} correspondem a [7-15] e [15-30], respectivamente. O erro máximo foi de 2,45%. Na Tabela 2 se apresentam os coeficientes para as funções das duas estratégias propostas e na Figura 4 é apresentado o gráfico do erro vs. D_{xx}/t_{bs} para os valores calculados.

Faixa de Pressão	C	α_1	α_2	α_3
10 a 40 Mpa	0,795	0,920	-0,146	0,2762
60 a 140Mpa	1,258	0,1194	0,04	0,89

Tabela 2: Resultado para a constante e os coeficientes

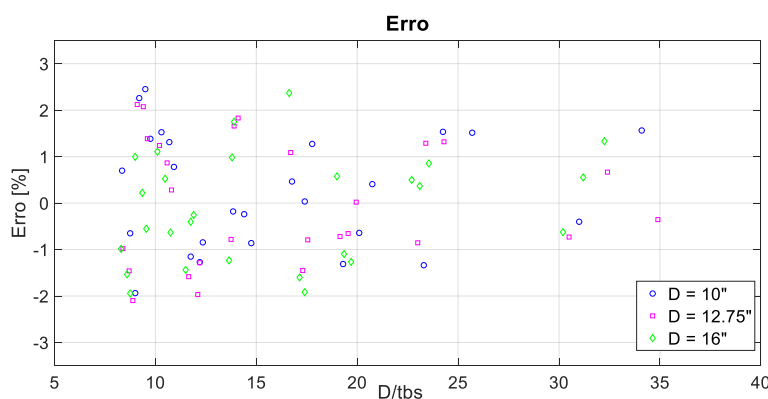


Figura 4: Erro = $\left(\frac{t_{bs} + \Delta t_{bs}}{t_{bs \text{ sem liner}}} - 1\right) * 100$, em função de D/t_{bs} . Fixando a pressão de colapso, o Δt_{bs} e calculado com

as expressões propostas.

Na **Figura 4** é apresentada a variação do erro cometido medindo-se o mesmo como:

$$Erro = \left(\frac{(t_{bs} + \Delta t_{bs})}{t_{bs,sem\ liner}} - 1 \right) * 100 \quad (21)$$

O Δt_{bs} utilizado no cálculo do erro é o obtido através da equação analítica em que os coeficientes são divididos para dois espectros de pressão, apresentados na **Tabela 2** e aplicados na Eq. (11). Dessa forma, nota-se que o erro apresenta uma distribuição uniforme dentro do intervalo de [-2.45-2.1%] para o D/t_{BS} variando no intervalo [7-30].

Utilizando os coeficientes apresentados na Tabela 2 e a Expressão (10) é possível escrever para o intervalo de $P_c = [10-40\text{MPa}]$, $D/t_{BS} [15-30]$:

$$\frac{(t_{bs} + \Delta t_{bs})}{D_{xx}} = 0,795 \left(\frac{(t_{bs} + t_{liner})}{D_{xx}} \right)^{0,92} \left(\frac{t_{liner}}{D_{xx}} \right)^{-0,146} \left(\frac{t_{bs}}{D_{xx}} \right)^{0,276} \quad (22)$$

Isolando o valor de Δt_{bs} da expressão anterior temos:

$$\Delta t_{bs} = \left[0,795 \left(\frac{(t_{bs} + t_{liner})^{0,92}}{D_{xx}^{0,05} t_{liner}^{0,146} t_{bs}^{0,724}} \right) - 1 \right] t_{bs} \quad (23)$$

No intervalo de $P_c [60-140\text{Mpa}]$ e $D/t_{BS} [7-15]$, é apresentada a equação a seguir:

$$\frac{(t_{bs} + \Delta t_{bs})}{D_{xx}} = 1,258 \left(\frac{(t_{bs} + t_{liner})}{D_{xx}} \right)^{0,119} \left(\frac{t_{liner}}{D_{xx}} \right)^{0,04} \left(\frac{t_{bs}}{D_{xx}} \right)^{0,89} \quad (24)$$

Também neste caso, podemos chegar a uma expressão direta para o Δt_{bs} :

$$\Delta t_{bs} = \left[1,258 \left(\frac{(t_{bs} + t_{liner})^{0,119} t_{liner}^{0,04}}{D_{xx}^{0,049} t_{bs}^{0,11}} \right) - 1 \right] t_{bs} \quad (25)$$

Na **Figura 5**, **Figura 6** e **Figura 7** são apresentadas as Equações (23) e (25) separando as mesmas por espessura de Liner (3, 5.5 e 7mm). Nas figuras são indicados também os pontos com igual pressão de colapso.

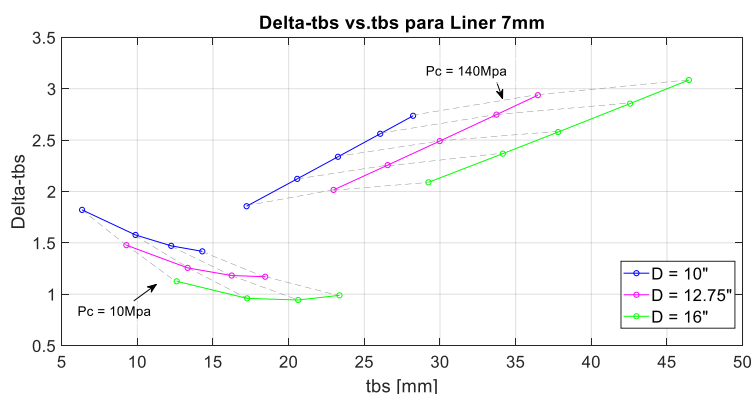


Figura 5: Relação Δt_{bs} vs. t_{bs} . Para a espessura de Liner de 7mm. Para o intervalo de pressões [10-140Mpa], e relações D/t [7-30], para os três diâmetros indicados.

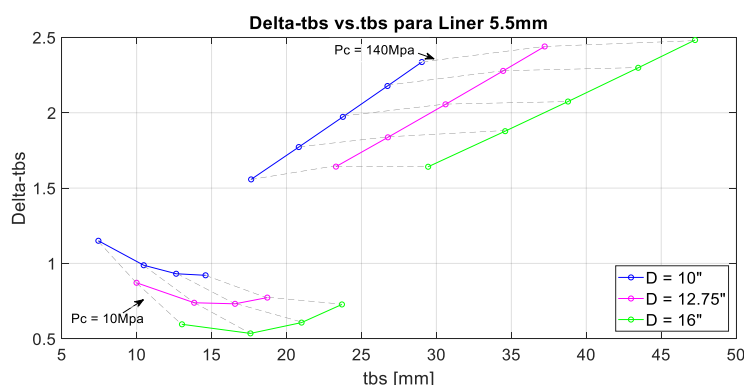


Figura 6: Relação Δt_{bs} vs. t_{bs} . Para a espessura de Liner de 5.5mm. Para o intervalo de pressões [10-140Mpa], e relações D/t [7-30], para os três diâmetros indicados.

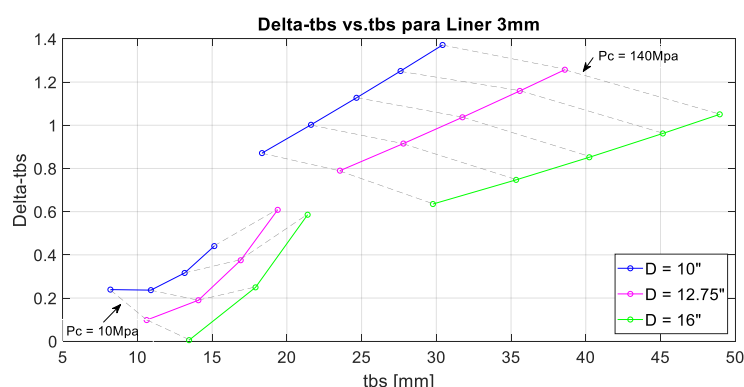


Figura 7: Relação Δt_{bs} vs. t_{bs} . Para a espessura de Liner de 3mm. Para o intervalo de pressões [10-140Mpa], e relações D/t [7;30], para os três diâmetros indicados.

Na Figura 8, a relação Δt_{bs} vs. t_{bs} é apresentada para os casos extremos de espessura do Liner e diâmetro, $t_{liner} = 3\text{mm}$ e 7mm e $D_{xx} = 10''$ (254mm) e $16''$ (406,4mm).

Através da análise da Eq. (23) e realizando algumas simplificações é possível reduzir a mesma a:

$$\Delta t_{bs} = \beta (t_{bs})^{1.22} + t_{bs} \tag{26}$$

onde β é um coeficiente que depende do diâmetro do tubo e da espessura do Liner, $\beta(t_{liner}, D_{xx})$. Com isso, é possível observar, para valores de $t_{liner} = 7\text{mm}$, que ao aumentar o t_{bs} , o incremento de Δt_{bs} diminui. Porém, quando o t_{liner} diminui esta tendência muda. Para valores maiores de t_{bs} , obtém-se maiores Δt_{bs} , como observa-se claramente na Figura 8. Note que a tendência de Δt_{bs} crescer ou decrescer com o aumento do t_{bs} e também influenciada pelo diâmetro da tubulação.

Realizando algumas aproximações a partir da Eq. (25) é possível escrever uma forma aproximada da mesma:

$$\Delta t_{bs} = \alpha (t_{bs}) \tag{27}$$

Onde α é um coeficiente que depende do t_{liner} e D_{xx} , sendo sempre positivo. Nota-se que as expressões de ajuste para o caso dos tubos com valor baixo de D/t [7-15] e valor alto de D/t [15-30] são muito diferentes, o que mostra que para tubos finos e espessos o mecanismo que governa a interação do tubo com o Liner muda sensivelmente. O intervalo Pc [40-60Mpa] não foi estudado e aparenta ser uma região de transição a ser analisada na continuação do presente trabalho.

A região de transição entre estes dois comportamentos típicos, assim como um estudo

aprofundado das implicações práticas destas expressões, será estudada em trabalhos futuros.

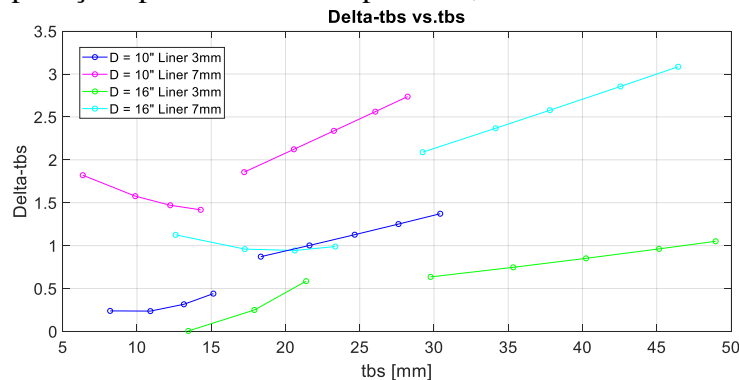


Figura 8: Relação entre o incremento de espessura (Δt_{bs}) vs t_{bs} da tubulação com Liner, as funções dos 4 casos extremos são plotados combinando $D_{xx} = 10''$ e $16''$, $t_{liner} = 3\text{mm}$ e 7mm .

4 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram propostas expressões para determinar o incremento de espessura que deve ser realizado numa tubulação de aço simples para compensar o incremento de capacidade mecânica de uma tubulação de aço com Liner frente ao cenário de pressão externa. Os ajustes das expressões apresentadas têm sido desenvolvidos utilizando análise dimensional e dados obtidos através de simulações numéricas, a qual emprega o método de elementos finitos não linear implementado no sistema Abaqus.

Os resultados preliminares têm sido apresentados e precisam de ajustes e uma maior discussão delas. Tarefas que serão realizadas como continuação do presente trabalho.

AGRADECIMENTOS: Os autores desejam reconhecer o apoio do CNPq e da CAPES Instituições brasileiras no apoio financeiro deste trabalho.

5 REFERÊNCIAS

- Abaqus/CAE, Manual software version 6.14-1, Dassault Systèmes Simulia Corp 2014.
- Abdi, H., The Method of Least Squares, Encyclopedia of Measurement and Statistics, The University of Texas at Dallas, 2007.
- Bai, Q. and Bai, Y., Subsea Pipeline Design, Analysis, and Installation. First Edition, Elsevier, 2014.
- Barenblatt, G. I. Scaling, self-similarity, and intermediate asymptotics. Cambridge University Press, 2009.
- DNV-OS-F101, "Offshore Standard for Submarine Pipeline Systems", Det Norske Veritas, October 2013.
- Fox, Robert W., Pritchard, Philip J. and McDonald, Alan T., Introdução à Mecânica dos Fluidos – Sétima Edição, LTC, 2010.
- Geladi, P. and Kowalski, Bruce. R., Partial least-squares regression: a tutorial. Analytica chimica acta, 185, 1-17, 1986.
- Giordani, G., Ilstad, H., Levold, E., Clarke, T., Dias, A., Birck, G. and Iturrioz, I., Propagation pressure collapse in conventional pipelines and MLPs: Numerical investigation. Marine Structures, 103192, 2022.
- Kyriakides, S. and Corona, E., Mechanics of Offshore Pipelines – Volume 1: Buckling and Collapse, First Edition, Elsevier, 2007
- Riks, E. An incremental approach to the solution to the solution of buckling ans. s.l.:International Journal of Solids and Structures, 1979.