

ANÁLISIS DE SÓLIDOS BIDIMENSIONALES USANDO ELEMENTOS VIRTUALES

ANALYSIS OF TWO-DIMENSIONAL SOLIDS USING VIRTUAL ELEMENTS

Carlos F. Estrada^a

^a*Departamento de Estructuras, Universidad Nacional de Córdoba, Casilla de Correo 916, Córdoba, Argentina, carlos.estrada@unc.edu.ar,*

<https://fcefyn.unc.edu.ar/facultad/secretarias/academica/departamentos/estructuras/>

Palabras clave: Elementos Virtuales, grandes deformaciones, problemas bidimensionales.

Resumen. En este trabajo se presenta el análisis de sólidos bidimensionales a través del método de elementos virtuales (VEM de su acrónimo en inglés). Un aspecto importante de los elementos virtuales es que la cantidad de lados que definen el elemento puede ser arbitraria formando un polígono convexo o cóncavo. El elemento virtual analizado es de bajo orden de interpolación y necesita de un esquema de estabilización para su correcto funcionamiento. Así, un aspecto a estudiar, es su comportamiento frente a distorsiones severas en problemas con grandes deformaciones elasto-plásticas. El elemento basado en una formulación existente se implementó en un código con integración implícita y explícita de las ecuaciones de movimiento. Los resultados numéricos obtenidos, muestran ser competitivos frente a otras formulaciones clásicas de elementos finitos.

Keywords: Virtual Elements, finite deformations, two dimensional solids

Abstract. This work presents the analysis of two-dimensional solids through the virtual element method (VEM). An important aspect of virtual elements is that the number of sides that define the element can be arbitrary, forming a convex or concave polygon. In this work, the virtual element analyzed is of low interpolation order and requires a stabilization scheme to achieve the correct results. Thus, one aspect to study is its behavior of severe distortions in problems with large elasto-plastic deformations. The element based on an existing formulation was implemented in a code with implicit and explicit integration of the equations of motion. The numerical results obtained show to be competitive compared to other classical formulations of finite elements.

1. INTRODUCCIÓN

El método de elementos virtuales (VEM de su acrónimo en inglés) ha sido desarrollado en las últimas décadas en diferentes campos de aplicación de la mecánica computacional. La principal característica del método está asociada con la posibilidad de generar mallas formadas por elementos con un número arbitrario de aristas (polígonos convexos o no convexos) conocidos como elementos virtuales.

Una descripción del método puede encontrarse en los trabajos de [Beirao da Veiga et al. \(2013\)](#) y [Beirao Da Veiga et al. \(2014\)](#). Allí se describen los fundamentos matemáticos del VEM. Dentro de la mecánica del sólido existen actualmente una bibliografía extensa y que ha hido enriqueciéndose en los últimos años. Por ejemplo, dentro de la elasticidad lineal de sólidos se puede citar el trabajo de [Beirao Da Veiga et al. \(2013\)](#). La extensión del método a problemas no lineales puede encontrarse en [Veiga et al. \(2015\)](#) y [Chi et al. \(2016\)](#) donde se tratan problemas que involucran pequeñas deformaciones y problemas con hiperelasticidad.

Dentro de las formulaciones de elementos sólidos virtuales para grandes deformaciones puede citarse el trabajo de [Wriggers et al. \(2017\)](#). En dicho trabajo se formula un elemento de bajo orden de interpolación aplicado al análisis de problemas planos hiperelásticos. En dicho trabajo se presente también un esquema de estabilización novedoso basado en la energía de deformación y contempla la distorsión que sufre la malla cuando se la somete a grandes deformaciones. De esta forma, se establece un esquema de estabilización utilizando un modelo de energía de deformación Neo-Hookeano. El elemento virtual presentado está orientado a tratar materiales compresibles e incompresibles. En un trabajo posterior (ver [Wriggers y Hudobivnik \(2017\)](#)), se extiende el VEM a problemas con no linealidad del material y grandes deformaciones. El elemento virtual es el mismo elemento desarrollado en [Wriggers et al. \(2017\)](#) pero el esquema de estabilización se modifica teniendo en cuenta el comportamiento no lineal del material. El elemento desarrollado muestra tener un comportamiento aceptable para mallas regulares, irregulares y del tipo Voronoi cuando sufren distorsiones importantes.

Entre los elementos sólidos virtuales que utilizan funciones de interpolación cuadrática puede verse el trabajo de [Wriggers et al. \(2021a\)](#). En dicho trabajo se desarrolla un elemento virtual Serendípito con una formulación mixta del tipo Taylor-Hood para problemas con material incompresible y grandes deformaciones. Así se utilizan las funciones de interpolación cuadráticas para el campo de desplazamientos y para evitar bloqueo volumétrico se utilizan funciones de interpolación lineal para el campo de presiones.

Como una nueva alternativa, se ha propuesto el uso de Análisis Isogeométrico (IGA) dentro del contexto del VEM. En el trabajo de [Wriggers et al. \(2021b\)](#) pueden verse los detalles de la formulación propuesta. Dicho trabajo es una extensión del trabajo presentado en [Wriggers et al. \(2020\)](#). Básicamente se utiliza la idea de IGA basada en Non-Uniform Rational B-Splines (NURBS), para construir una aproximación suave y precisa de orden superior para formular un nuevo elemento virtual con muy buenas prestaciones. Una de las principales características del elemento desarrollado es el uso de un esquema de mapeo utilizando NURBS que permite tratar lados curvos en los polígonos que definen el elemento. Entre otras ventajas, se puede representar exactamente todas las geometrías cónicas.

En este trabajo se implementa la formulación presentada en [Wriggers et al. \(2017\)](#), pero aplicado a un elemento virtual cuadrilátero axilsimétrico, que permite tratar problemas con no linealidad material y geométrica. De esta forma, se desarrolla un elemento de geometría sencilla (cuadrilátero) y se analiza su comportamiento frente a distorsiones severas. El elemento se implementa en un código implícito y explícito desarrollado por el autor. Se utilizan modelos

constitutivos que involucran hiperelasticidad y material del tipo J2. La formulación axilimétrica está implementada bajo un esquema Lagrangeano total.

2. CINÉMÁTICA DEL SÓLIDO

En esta Sección se presenta un resumen de los aspectos más importantes asociadas al comportamiento del sólido. Considerese un sólido con dominio $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ y cuyo contorno es Γ . Sean \mathbf{X} y \mathbf{x} las posiciones de un punto cualquiera en las configuraciones indeformada y deformada, respectivamente, esto es $\mathbf{x} = \mathbf{X} + \mathbf{u}(\mathbf{X}, t)$, donde \mathbf{u} es el desplazamiento. En cada punto es posible definir al gradiente de la deformación como $\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}}$. A partir del producto $\mathbf{F}^T \mathbf{F} = \mathbf{C}$ (con \mathbf{C} tensor de deformación derecho de Cauchy-Green), es posible definir diferentes medidas de deformación Lagrangianas. Adoptando una formulación Lagrangiana total, resulta conveniente trabajar con el segundo tensor de tensiones de Piola-Kirchhoff (\mathbf{S}) para la evaluación de fuerzas residuales. En este mismo sentido, se define el tensor de deformaciones de Green-Lagrange como $\mathbf{E} = \frac{1}{2} (\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{1})$.

Así, con las anteriores definiciones se puede escribir la forma débil de las ecuaciones de balance en la configuración de referencia como

$$\delta W(\mathbf{u}) = \int_{\Omega_o} (\mathbf{S} \cdot \delta \mathbf{E} - \mathbf{b}_o \cdot \delta \mathbf{u}) d\Omega_o - \int_{\Gamma_o} \mathbf{t}_o \cdot \delta \mathbf{u} d\Gamma_o = 0 \quad (1)$$

donde \mathbf{t}_o y \mathbf{b}_o son las fuerzas externas de contorno y las fuerzas másicas en la configuración indeformada, respectivamente. Así, uno de los modelos constitutivos utilizados se corresponde con materiales Neo-Hookeano. Dicho modelo está expresado en términos del segundo tensor de tensiones de Piola-Kirchhoff. Luego

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{C}} + p J \mathbf{C}^{-1} \quad (2)$$

aceptando el caso de un material incompresible el potencial hiperelástico se expresa como

$$\Psi(\mathbf{C}) = \frac{1}{2} \mu (\text{tr} \mathbf{C} - 3) \quad (3)$$

donde μ el módulo de corte. Luego las tensiones se expresan como

$$\mathbf{S} = \mu J^{-\frac{2}{3}} \left[\mathbf{I} - \frac{1}{3} (\text{tr} \mathbf{C}) \mathbf{C}^{-1} \right] - p J \mathbf{C}^{-1} \quad (4)$$

Para el material elasto-plástico se utiliza la descomposición multiplicativa del gradiente de deformación \mathbf{F} , en sus partes elásticas \mathbf{F}^e y parte plástica \mathbf{F}^p . La parte plástica está asociada a un flujo isócoro, luego $\det(\mathbf{F}^p) = 1$ y $\det(\mathbf{F}^e) = J$. Siguiendo el modelo elasto-plástico de [Crisfield \(1997\)](#) y los detalles presentado en [Castelló \(2005\)](#) se obtiene la parte elástica de prueba del gradiente de deformación $\mathbf{F}^e = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^{p-1}$. Luego se determina el tensor de deformaciones logarítmicas en la configuración intermedia

$$\bar{\mathbf{E}}_{ln}^e = \ln(\mathbf{U}^e) = \ln \left[(\mathbf{F}^{eT} \mathbf{F}^e)^{1/2} \right] \quad (5)$$

para poder obtener el tensor de tensiones elástico de prueba en sus componentes volumétricas y desviadoras

$$\begin{aligned} \mathbf{o}^m &= K \text{tr}(\bar{\mathbf{E}}_{ln}^e) \mathbf{1} \\ \bar{\mathbf{o}} &= 2\mu \text{dev}(\bar{\mathbf{E}}_{ln}^e) \end{aligned} \quad (6)$$

Luego se debe verificar si la tensión elástica de prueba cumple con el criterio de fluencia en la configuración intermedia, luego

$$\bar{f} = O(\bar{\mathbf{o}}) - \sigma_0(e^p) \leq 0 \quad (7)$$

Si se cumple la Ec. (7) entonces $\mathbf{O} = \mathbf{o}^m + \bar{\mathbf{o}}$ en caso contrario es necesario realizar un retorno radial a la superficie de fluencia para luego actualizar las variables internas

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^{p^{n+1}} &= \mathbf{e}^{p^n} + \Delta\gamma \\ \mathbf{F}^{p-1n+1} &= \mathbf{F}^{p-1n} \exp(-\Delta\gamma \mathbf{A}) \end{aligned} \quad (8)$$

donde $\Delta\gamma$ es el incremento del parámetro de consistencia y \mathbf{A} el tensor de dirección de flujo plástico. Así, se actualiza el tensor de tensiones logarítmicas $\mathbf{O}^{n+1} = \mathbf{o}^m + \bar{\mathbf{o}}^{n+1}$. Y como las ecuaciones de equilibrio se plantean en una formulación Lagrangiana total se utiliza en este trabajo el segundo tensor de tensiones de Piola-Kirchhoff. Luego, obtenemos dicho tensor en la configuración intermedia $\bar{\mathbf{S}} = \mathbf{F}^{e-1} \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{F}^{e-T}$. Donde el tensor logarítmico y el tensor de Kirchhoff se relacionan a través de $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{O} \cdot \mathbf{R}^T$. Finalmente, se calcula el segundo tensor de Piola-Kirchhoff en la configuración de referencia

$$\mathbf{S} = \mathbf{F}^{p-1} \cdot \bar{\mathbf{S}} \cdot \mathbf{F}^{p-T} \quad (9)$$

3. FORMULACIÓN DEL ELEMENTO VIRTUAL Y OPERADOR DE PROYECCIÓN

Particionando el espacio Ω con una malla de elementos no superpuestos, esto es, $\Omega_h \subset \Omega$. La idea principal del VEM es utilizar un operador de proyección Π para descomponer el campo de desplazamientos \mathbf{u}_h en una parte polinomial y otra parte, que en general, son términos no polinómicos. Con este fin, se puede expresar el campo de desplazamientos como

$$\mathbf{u}_h = \Pi \mathbf{u}_h + (\mathbf{u}_h - \Pi \mathbf{u}_h) \quad (10)$$

Básicamente hay dos consecuencias inmediatas debido a la forma en que se define el campo de desplazamientos según la Ec. (10). La primera de ellas, el dominio Ω_h queda discretizado con un conjunto de polígonos no superpuestos (que pueden ser convexos o no convexos) formando una malla arbitraria. Así, cada elementos virtual puede tener un números arbitrario de aristas (ver la Fig. 1). En este punto cabe resaltar que, sin perdida de generalidad y asociado con los malladores clásicos del MEF, en este trabajo se considera solamente elementos cuadriláteros. Luego, el operador de proyección se define como

$$\Pi \mathbf{u}_h = \mathbf{H} \mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x & 0 & y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & x & 0 & y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_6 \end{Bmatrix} \quad (11)$$

donde resulta de interés calcular el gradiente del operador proyección de cada elemento virtual como

$$\nabla \Pi \mathbf{u}_h |_e = \begin{bmatrix} a_3 & a_5 \\ a_4 & a_6 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Para poder calcular cada uno de los a_i de la Ec. (12), se puede definir el gradiente del operador proyección de modo tal que satisfaga la siguiente igualdad

$$\nabla \Pi \mathbf{u}_h |_e = \frac{1}{\Omega_e} \int_{\Gamma_e} \mathbf{u}_h \otimes \mathbf{N} d\Gamma \quad (13)$$

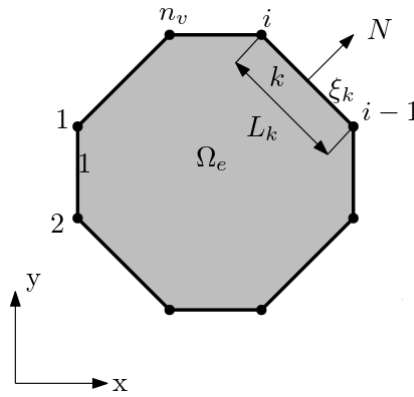


Figura 1: Elemento virtual con n_v nodos y sistema local de cada lado. k .

donde \mathbf{N} es la normal al borde Γ_e del dominio elemental Ω_e (ver la Fig. 1). De esta forma, a través del gradiente de deformación constante, se formula un elemento virtual de bajo orden de interpolación. Para el campo de desplazamientos se adopta funciones de interpolación lineal en cada lado k del polígono que forma el elemento virtual, esto es

$$\mathbf{u}_h^k = (1 - \xi_k) \mathbf{u}_i + \xi_k \mathbf{u}_{i-1} \tag{14}$$

donde \mathbf{u}_i son los desplazamientos de los nodos que definen el lado y $\xi_k = \frac{x_k}{l_k}$ la coordenada natural.

Una segunda consecuencia de (10), asociada con el segundo término, es la necesidad de definir un esquema de estabilización. De esta forma la forma débil de las ecuaciones de movimiento pueden escribirse como la contribución de cada elemento virtual

$$\delta W(\mathbf{u}) = \prod_{e=1}^{n_e} [\delta W(\Pi \mathbf{u}_h |_e) + \delta W_{estab}(\mathbf{u}_h |_e - \Pi \mathbf{u}_h |_e)] = 0 \tag{15}$$

donde el primer término se puede calcular igual que la Ec. (1), luego podemos escribir

$$\delta W(\Pi \mathbf{u}_h |_e) = \int_{\Omega_o} (\mathbf{S}_{\Pi} \cdot \delta \mathbf{E}_{\Pi} - \mathbf{b}_o \cdot \delta(\Pi \mathbf{u}_h |_e)) d\Omega_o - \int_{\Gamma_o} \mathbf{t}_o \cdot \delta(\Pi \mathbf{u}_h |_e) d\Gamma_o \tag{16}$$

donde cada término de (16) puede evaluarse utilizando la definición del gradiente de deformación

$$\mathbf{F}_e = \mathbf{1} + \nabla \Pi \mathbf{u}_h |_e \tag{17}$$

Luego es posible calcular el tensor derecho de Cauchy-Green $\mathbf{C}_e = \mathbf{F}_e^T \mathbf{F}_e$. De la Ec. (17)) solamente se obtienen las componentes en el plano. Para la dirección normal al plano, para un caso de axilsimetría, se considera el alargamiento normal como

$$\lambda_e = \frac{\sum_{i=1}^{n_v} x_{1i}}{\sum_{i=1}^{n_v} X_{1i}} \tag{18}$$

donde n_v es el número de nodos que forman el elemento.

4. ESQUEMA DE ESTABILIZACIÓN

Para poder garantizar la consistencia numérica, de la Ec. (15)), es necesario definir el segundo término asociado a

$$\delta W_{estab}(\mathbf{u}_h |_e - \Pi \mathbf{u}_h |_e) = \delta \hat{W}(\mathbf{u}_h |_e) - \delta \hat{W}(\Pi \mathbf{u}_h |_e) \tag{19}$$

De la Ec. (19), el segundo término se integra igual que la Ec. (16) y el primer término requiere de un tratamiento diferente. Así, por ejemplo adoptando el esquema de Wriggers et al. (2017) se puede subdividir el elemento virtual en elementos triangulares y proceder a calcular la contribución de cada elemento triangular a la forma débil de las ecuaciones de movimiento siguiendo lo explicado para la Ec. (1). En la Fig. 2 se muestra la malla de elementos triangulares internos al elemento virtual. La idea principal es utilizar los parámetros de Lamé en función del módulo elástico y coeficiente de Poisson modificados por un parámetro β . Dicho parámetro se calcula en función del radio interno y externo del elemento (ver Ec. (20) y Ec. (21)).

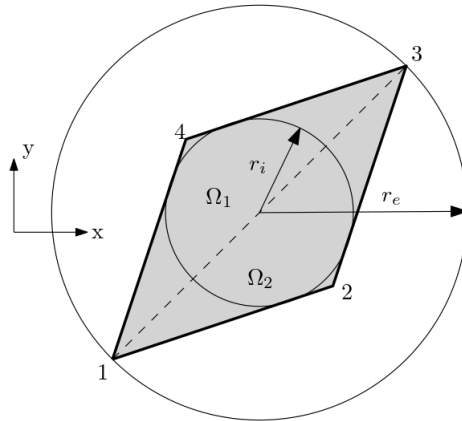


Figura 2: Esquema de estabilización y descomposición en triángulos internos.

$$\hat{E} = E \frac{\beta}{1 + \beta} \quad \hat{v} = 0, 3 \quad (20)$$

$$\beta = 2\sqrt{2} (1 + \nu) \frac{r_i^2}{r_e^2 - r_i^2} \quad (21)$$

Para problemas con deformaciones plásticas se modifican los parámetros de Lamé siguiendo el trabajo de Wriggers y Hudobivnik (2017)

$$\hat{E} = \min \left\{ E \frac{\beta}{1 + \beta}, \max \left(\frac{\sigma_{VM}}{\varepsilon^p}, \eta E \right) \right\} \quad (22)$$

donde ε^p es la deformación plástica efectiva, σ_{VM} la tensión de von Mises y $\eta = 10^{-3}$ un parámetro que garantiza un valor no nulo del módulo elástico.

5. RESULTADOS NUMÉRICOS

En los siguientes ejemplos numéricos se muestran algunas aplicaciones utilizando el elemento virtual cuadrilátero axil-simétrico denominado como VEMAX. Los resultados se comparan con elementos finitos cuadriláteros de diferentes formulaciones, según el caso analizado.

5.1. Estricción de una barra cilíndrica

Este ejemplo se analiza una barra cilíndrica sometida a tracción con grandes deformaciones y reducción del radio de la barra con una zona de estricción importante. Para tal fin se fija uno de los extremos y se aplica una velocidad de desplazamiento en el extremo opuesto. La barra tiene una longitud de $53,33 \text{ mm}$ y un radio de $12,826 \text{ mm}$ y se modela un cuarto de la geometría

axilsimétrica. El material que constituye la barra está definido por un módulo de Young $E = 206,9 \text{ GPa}$, un coeficiente de Poisson $\nu = 0,29$ y una densidad $\rho = 7833 \times 10^{-12} \text{ kg/m}^3$. Se asume un material $J2$ con endurecimiento isotrópico definido a través de la siguiente ecuación

$$\sigma_y(e^p) = \sigma_o + (\sigma_\infty - \sigma_o) \left[1 - \exp(-\delta e^p) + A' e^p \right]$$

con una tensión de fluencia $\sigma_y = 450 \text{ MPa}$, con una tensión de fluencia residual $\sigma_\infty = 715 \text{ MPa}$, un exponente de saturación $\delta = 16,93$ y un módulo de endurecimiento $A' = 129,94 \text{ MOa}$. En este caso se ha utilizado para discretizar la barra 10 elementos virtuales en la dirección radial y 20 elementos virtuales en la dirección axial. En la Fig. 3 puede verse la geometría completa de la barra y la malla axilsimétrica utilizada.

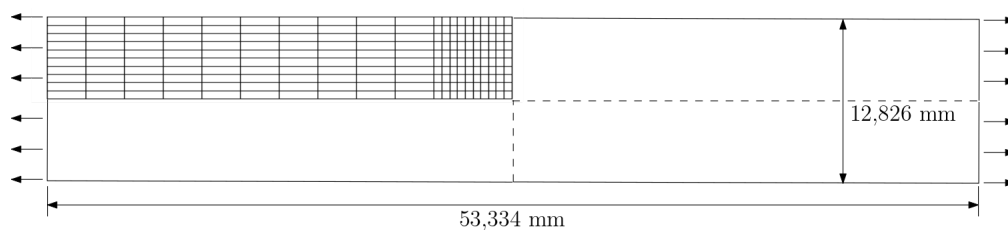


Figura 3: Estructura de una barra cilíndrica. Geometría original y malla de elementos virtuales.

En la Fig. 4a se muestra el cambio de radio en la zona de estricción en función de la deformación ingenieril de la barra. Se comparan los resultados con aquellos obtenidos con un elemento cuadrilátero en deformaciones impuestas QUADL (ver el trabajo de Flores (2001)). Puede notarse un muy buen acuerdo de los resultados obtenidos.

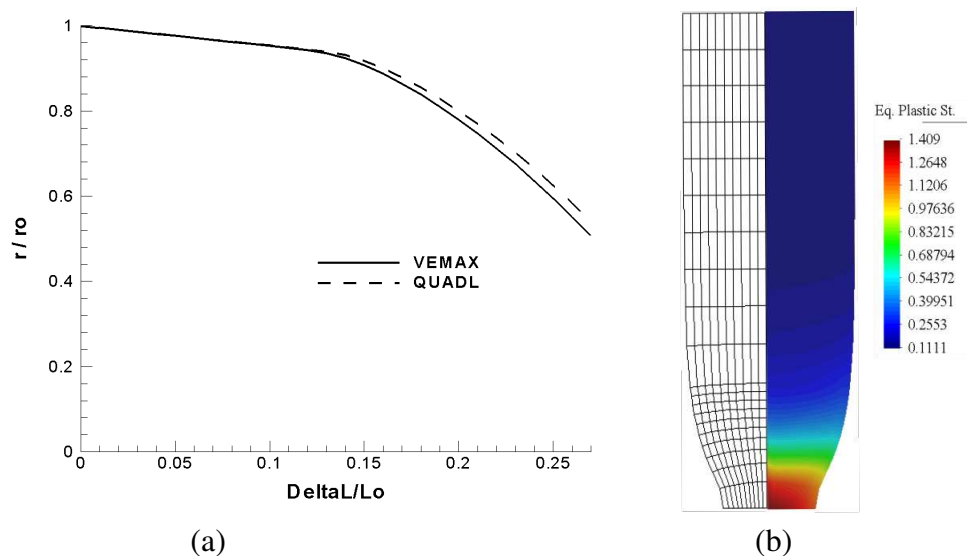


Figura 4: Estricción de una barra cilíndrica. a) Relación de radios r/r_o en función del desplazamiento de la barra $\Delta L/L_o$. b) Distribución de la deformación plástica efectiva y malla deformada.

En la y Fig. 4b se muestra la geometría de la malla deformada y el campo de deformaciones plásticas efectivas para una deformación $\Delta L = 7 \text{ mm}$. Puede observarse claramente como se desarrollan las deformaciones plásticas efectivas en la zona de estricción de la barra cilíndrica.

5.2. Barra de Taylor

Este ejemplo analiza el impacto de una barra cilíndrica contra una pared rígida que provoca sobre el material grandes deformaciones elasto-plásticas y cambios importantes en su geometría final. La simulación consiste en una barra sometida a una velocidad inicial $v_o = 227 \text{ m/s}$. El radio original es $r = 3,2 \text{ mm}$ y su longitud inicial $l = 32,4 \text{ mm}$. La barra está fabricada de cobre con un módulo de Young $E = 117 \text{ GPa}$, un módulo de Poisson $\nu = 0,35$ y una densidad $\rho = 8970 \text{ Kg/m}^3$. El modelo del material es un von Mises con endurecimiento isótropo lineal, con una tensión de fluencia $\sigma_y = 400 \text{ MPa}$ y un módulo de endurecimiento $A' = 100 \text{ MPa}$. La geometría se ha discretizado con 6 elementos virtuales en la dirección radial y 36 elementos en la dirección axial según lo indicado en la Fig. 5.

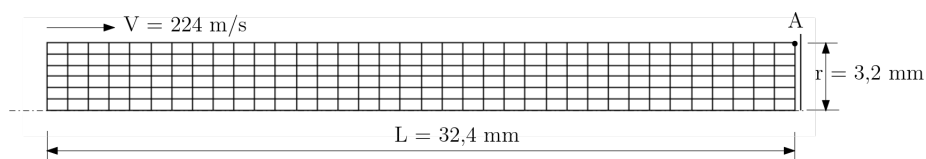


Figura 5: Impacto de una barra cilíndrica contra una pared rígida. Geometría y discretización de elementos virtuales.

En la Fig. 6 se muestra diferentes instantes del proceso de deformación de la barra cuando impacta sobre la pared rígida. Puede observarse la deformada final con un abrupto cambio del radio en la zona de contacto con la pared y el embarrilado de material en la zona inmediata superior.

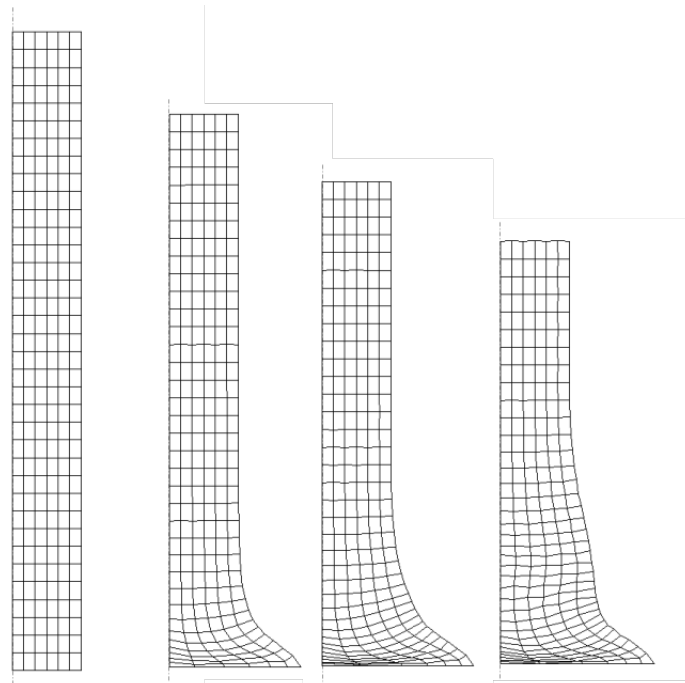


Figura 6: Barra deformada para distintos instantes de tiempo.

En la Fig. 7a, se muestra el cambio en las dimensiones del radio en la zona de contacto en función del tiempo. A su vez en dicho gráfico se compara con los resultados obtenidos por el elemento finito cuadrilátero en deformaciones mejoradas *CAX4R* de [ABAQUS \(2003\)](#). Puede

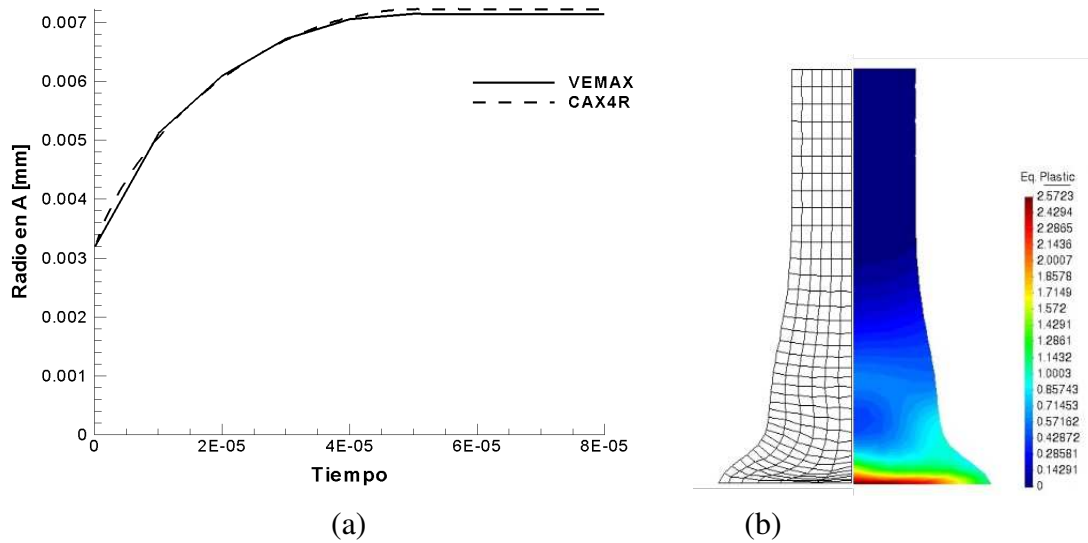


Figura 7: Impacto de una barra cilíndrica a) Barra original y deformada b) Distribución de la deformación plástica efectiva.

observarse la similitud de los resultados. En la Fig. 7b se muestra la malla deformada y la deformación plástica efectiva.

En la Tabla 1 se comparan el radio y la longitud final y la máxima deformación plástica efectiva. Comparando los valores obtenidos, se observa una diferencia en la deformación plástica máxima y resultados parecidos en la geometría final entre ambas formulaciones.

Formulación	Radio Final	Longitud Final	Max(ε^p)
VEMAX	7,13	21,45	2,57
CAX4R	7,23	21,45	3,41

Tabla 1: Datos de la geometría deformada y deformación máxima plástica efectiva.

6. CONCLUSIONES

Se ha llevado a cabo un análisis bidimensional sobre sólidos axilimétricos utilizando el VEM. El elemento virtual está implementado en una configuración Lagrangiana total. Se analizaron problemas con grandes deformaciones y no linealidad del material. Uno de los aspectos fundamentales en la implementación del VEM es el uso de un operador proyección al cual es necesario agregarle un esquema de estabilización. Resulta importante el esquema utilizado cuando se tratan problemas con plasticidad. Otro aspecto inherente del VEM es la posibilidad de usar elementos de formas arbitrarias, esto es, de números de lados arbitrarios formado polígonos cóncavos o convexos. Resulta interesante adoptar algún esquema de remallado en aquellos problemas que sufren distorsiones severas de las mallas. Debido la flexibilidad geométrica de los elementos virtuales, en cuanto a la cantidad de lados que lo definen, un esquema de remallado no resultaría ser complejo de implementar. Los resultados numéricos muestran que el elemento virtual axilimétrico es competitivo frente a otras formulaciones del MEF.

AGRADECIMIENTOS

El autor agradece el apoyo financiero de la Universidad Nacional de Córdoba (a través de SeCyT) y al Departamento de Estructuras (FCEfyN).

REFERENCIAS

- ABAQUS. *Student Edition, version 6.4.2*. Hibbit, Karlson and Sorensen Inc., Pawtucket, EE.UU., 2003.
- Beirao da Veiga L., Brezzi F., Cangiani A., Manzini G., Marini L., y Russo A. Basic principles of virtual element methods. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 23:199–214, 2013.
- Beirao Da Veiga L., Brezzi F., y Marini L. Virtual elements for linear elasticity problems. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 51:794–812, 2013.
- Beirao Da Veiga L., Brezzi F., Marini L., y Russo A. The hitchhiker’s guide to the virtual element method. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 24:1541–1573, 2014.
- Castelló W. *Análisis bidimensional de sólidos con grandes deformaciones usando un elemento triangular con deformaciones impuestas*. Tesis de Maestría. Córdoba-UNC, 2005.
- Chi H., Beirao Da Veiga L., y Paulino G. Some basic formulations of the virtual element method (vem) for finite deformations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 318:148–192, 2016.
- Crisfield M. *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures: Advanced Topics, volume II*. Jhon Wiley Sons, Ltd., 1997.
- Flores F. Elementos finitos para el análisis de sólidos anisótropos con grandes deformaciones plásticas. *Mecánica Computacional*, 20:163–170, 2001.
- Veiga B.D., Lovadina C., y Mora D. Virtual element method for elastic and inelastic problems on polytope meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 295:327–346, 2015.
- Wriggers P., De Bellis M., y Hudobivnik B. A Taylor–Hood type virtual element formulations for large incompressible strains. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 385:114021, 2021a.
- Wriggers P. y Hudobivnik B. A low order virtual element formulation for finite elasto-plastic deformations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 327:459–477, 2017.
- Wriggers P., Hudobivnik B., y Aldakheel F. A virtual element formulation for general element shapes. *Computational Mechanics*, 66:963–977, 2020.
- Wriggers P., Hudobivnik B., y Aldakheel F. Nurbs-based geometries: A mapping approach for virtual. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 378:113732, 2021b.
- Wriggers P., Reddy B., Rust W., y Hudobivnik B. Efficient virtual element formulations for compressible and incompressible finite deformations. *Computational Mechanics*, 60:253–268, 2017.