

**ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE LOS COEFICIENTES
AERODINÁMICOS DE UNA MUNICIÓN ESTABILIZADA POR
ROTACIÓN**
**SENSITIVITY ANALYSIS OF THE AERODYNAMIC COEFFICIENTS OF A SPIN
STABILIZED AMMUNITION**

Nicolas Trivisonno¹, Guido Sanchez², Luciano Garelli¹, Leonardo Giovanini² y Mario Storti¹

¹*CIMEC Centro de Investigación de Métodos Computacionales, UNL, CONICET, FICH, Col. Ruta 168 s/n, Predio Conicet "Dr Alberto Cassano", 3000 Santa Fe, Argentina, <http://www.cimec.org.ar>*

²*Instituto de Investigación en Señales, Sistemas e Inteligencia Computacional, sinc(i), FICH-UNL/CONICET, Argentina*

Palabras Clave: Coeficientes Aerodinámicos, Dinámica de Vuelo, Modelo de Cuerpo Rígido, Balística Exterior, Estimación por Horizonte Móvil

Resumen. El objetivo de este trabajo es analizar la sensibilidad que tienen los diversos coeficientes aerodinámicos (como ser el coeficiente de arrastre C_D , el coeficiente de sustentación C_L , etc.) que se encuentran en las ecuaciones que modelan las fuerzas y momentos actuantes en una munición estabilizada por rotación. Para ello, se utiliza un modelo RBD (Rigid Body Dynamics, “Dinámica de Cuerpo Rígido”) con 6 DOF (Degrees of Freedom, “Grados de Libertad”), con el cual se calcula la trayectoria de la munición para un determinado valor de estos coeficientes aerodinámicos. Luego, estos coeficientes son perturbados de su valor de referencia, con el fin de determinar las desviaciones generadas en los distintos parámetros que caracterizan la trayectoria. Este estudio, busca identificar la incidencia que tienen los distintos coeficientes aerodinámicos sobre una trayectoria descrita. De este modo se determinan aquellos coeficientes críticos, con la finalidad de intensificar los esfuerzos de estimación, actividad que se abordará durante un trabajo a futuro de estimación de coeficientes aerodinámicos.

Keywords: Aerodynamic coefficients, Flight Dynamics, Rigid Body Dynamics, Exterior Ballistics, Moving Horizon Estimation.

Abstract. The aim of this project is to analyze the sensitivity of several aerodynamic coefficients (such as the drag coefficient C_D , the lift coefficient C_L , the overturning coefficient C_{m_α} , etc.) involved in the dynamic model (forces and moments) of a rotation stabilized ammunition. A RBD model (“Rigid Body Dynamics”) with 6DOF’s (“Degrees of Freedom”) is used to reproduce the trajectory of the ammunition with its aerodynamic values. Then these coefficients are perturbed from the reference value, so as to compute the deviations produced in the trajectory. Such analysis establishes the impact of the different coefficients during the flight dynamics, highlighting the most essential parameters on the trajectory described. Therefore, those critical coefficients are determined in order to intensify the effort during a future estimation process.

1. INTRODUCCIÓN

Caracterizar aerodinámicamente una munición permite prever el comportamiento que la misma tendrá en diferentes situaciones. Al conocer la respuesta de un proyectil frente a un dado estímulo, actuando de forma controlada sobre el mismo, es posible obtener un comportamiento determinado. Este mecanismo es el que se emplea en los campos de tiro, donde modificando las condiciones de lanzamiento se logra alcanzar un objetivo particular. Así mismo, esta metodología también es utilizada en el vuelo de las aeronaves, donde conociendo la respuesta a una perturbación, se actúa de forma controlada sobre los comandos de las superficies de control, y de esta forma se mantiene la altitud de la aeronave o se realiza la maniobra deseada.

El modo de caracterizar aerodinámicamente un objeto es a través de los coeficientes aerodinámicos, los cuales son parámetros adimensionales que cuantifican el comportamiento del mismo frente a distintas perturbaciones. Debido a su importancia, existe una gran labor en lo que al cálculo de coeficientes respecta. Como ser el caso de [Trivisonno et al. \(2016\)](#) donde se calculan los coeficientes aerodinámicos de una munición subsónica estabilizada por rotación, o [Zhang et al. \(2013\)](#) quienes estudiaron la caracterización aerodinámica para distintas configuraciones de aletas de un misil supersónico. También se ha trabajado en la integración de distintas herramientas como ser el caso de [Sahu et al. \(2012\)](#) donde se han centrado en el desarrollo y la aplicación de CFD (Computing Fluid Dynamics, “Dinámica Computacional de Fluidos”) acoplada con RBD (Rigid Body Dynamics, “Dinámica de Cuerpo Rígido”) y FCS (Flight Control System, “Sistema de Control de Vuelo”) para predicción de la aerodinámica inestable de vuelo libre y el comportamiento de vuelo de proyectiles de forma integrada.

La determinación de estos coeficientes se realiza mediante un proceso de estimación, el cual se emplean los valores de los estados o parámetros de un sistema dinámico a partir de su modelo, en conjunto con las mediciones. Para dicho proceso de estimación se usan técnicas como LST (Least Squares Technique, “Técnica de Mínimos Cuadrados”), como ser el caso de [Mohammed y Khaled \(2022\)](#), KF (Kalman Filter, “Filtro de Kalman”) en todas sus variantes, como ser el caso de [Chowdhary y Jategaonkar \(2010\)](#) que estima los coeficientes aerodinámicos mediante la técnica de EKF (Extended Kalman Filter, “Filtro de Kalman Extendido”) y UKF (Unscented Kalman Filter, “Filtro de Kalman Unscented”), o [Zhang y Zhu \(2021\)](#) que también utiliza KF para analizar la aerodinámica no estacionaria sobre maniobras, luego de la pérdida de sustentación. También, se han empleado técnicas de estimación para sistemas no-lineales, como ser la antes mencionada EKF o la técnica de MHE (Moving Horizon Estimation, “Estimación de Horizonte Móvil”). Esta última, resuelve un problema de optimización sujeto a restricciones para hallar las estimaciones del sistema. La técnica MHE provee un marco unificado para la estimación con restricciones, dado que resuelve un problema de horizonte finito para determinar los estados y parámetros del sistema. A medida que se obtienen nuevas mediciones, las predecesoras se descartan de la ventana de estimación, y se vuelve a resolver el problema de estimación para los estados y parámetros actuales. Esto proporciona una gran ventaja sobre el costo computacional requerido, ya que lo mantienen acotado; lo cual sumado a los beneficios de permitir fijar límites superiores e inferiores a los estados y parámetros, convierte a MHE en un método muy atractivo. Esta es la situación de [Trivisonno et al. \(2021a\)](#) donde se utilizó una técnica MHE para la estimación del coeficiente de arrastre, C_D .

Las mediciones, las cuales pueden provenir de simulaciones CFD o sensores de todo tipo, tienen intrínsecamente un ruido asociado, por lo que el coeficiente puede representarse como un valor medio más una dispersión, $C_i = \overline{C}_i + \delta C_i$. El objetivo de este trabajo es analizar como repercuten las variaciones del coeficiente sobre una trayectoria, y de esta forma contar con

información cualitativa y cuantitativa sobre la incidencia que tienen los diversos coeficientes en dicha trayectoria. Con este análisis se identificarán los coeficientes críticos con la finalidad de intensificar los esfuerzos durante el proceso de estimación. Por lo tanto, a partir de una trayectoria conocida, se calcula el punto de impacto de referencia, luego se perturban los coeficientes involucrados y se determina su desviación.

El trabajo está compuesto por el modelado del vuelo del proyectil, donde se describe el modelo RBD utilizado, §(2). A continuación, describe el problema a analizar en §(3), donde se presentan las características de la munición §(3.1), y luego se valida el modelo implementado reproduciendo un lanzamiento de la literatura, §(3.2). La sección §(5) presenta los resultados, donde en primera instancia se evalúan distintas configuraciones del coeficiente de arrastre, §(5.1), y luego se efectúa un análisis completo, §(5.2). Por último, se explora la dependencia del análisis con el lanzamiento.

2. DINÁMICA DE VUELO - MODELO RBD

Para reproducir la dinámica de vuelo del proyectil se utilizó un modelo RBD con 6DOF's, [Trivisonno et al. \(2021b\)](#). Como característica del mismo, se puede enunciar que utiliza cuaterniones para la representación matemática. Esta particularidad presenta varias ventajas como ser el bajo costo computacional, ya que para el cálculo de la orientación, solo implica sumas y productos en lugar de funciones trigonométricas; como así también se evita la singularidad conocida como *gimbal-lock*. Por otro lado, el algoritmo utilizado incorpora la variación de la densidad del aire en función de la altura de vuelo. Cabe destacar que la herramienta de cálculo contempla un modelo de trayectoria plana, es decir no considera los efectos de rotación de la tierra.

El algoritmo calcula la trayectoria de un proyectil estabilizado por rotación, por lo que contempla los efectos de arrastre, sustentación y efecto magnus, entre otros. La Tabla 1 presenta una descripción de todos los coeficientes involucrados en la dinámica del vuelo, indicando su dependencia con las distintas variables. Por ejemplo, para el caso del coeficiente de arrastre a AoA (Angle of Attack, “Ángulo de ataque”) nulo, es decir, C_{D_0} se aprecia que depende solamente de la velocidad, por lo que será función del número de mach. Por otro lado, los coeficientes que están relacionados con la rotación o AoA distinto de cero, serán función de estas variables también.

	Descripción	Tipo
C_{D_0}	Zero yaw Drag - Arrastre de forma	$C_{D_0} = C_{D_0}(M)$
C_{D_2}	Yaw Drag - Arrastre cúbico	$C_{D_2} = C_{D_2}(M, \alpha, \beta)$
$C_{L\alpha}$	Lift - Sustentación	$C_{L\alpha} = C_{L\alpha}(M, \alpha, \beta)$
$C_{yp\alpha}$	Magnus Force - Fuerza de Magnus	$C_{yp\alpha} = C_{yp\alpha}(M, p, \alpha, \beta)$
$C_{m\alpha}$	Overtuning Moment - Momento de cabeceo	$C_{m\alpha} = C_{m\alpha}(M, \alpha, \beta)$
$C_{mp\alpha}$	Magnus Moment - Momento de Magnus	$C_{mp\alpha} = C_{mp\alpha}(M, p, \alpha, \beta)$
C_{lp}	Roll damping - Amortiguamiento de rolido	$C_{lp} = C_{lp}(M, p)$
C_{mq}	Pitch damping - Amortiguamiento de cabeceo	$C_{mq} = C_{mq}(M, q, \alpha, \beta)$

Tabla 1: Descripción de los coeficientes involucrados en el modelo

3. DESCRIPCIÓN

3.1. Munición

El disparo se realiza con el proyectil M107 de 155mm de diámetro, [Hudgins \(1977\)](#), el cual es una munición estándar de artillería, y cuenta con una amplia referencia en bibliografías y una gran cantidad de ensayos. Éste es el caso de [Liesker y MacKenzie \(1972\)](#), donde se determinaron los coeficientes aerodinámicos mediante mediciones por radar. También el trabajo de [Wes-sam y Chen \(2014\)](#) donde se realizaron las mismas actividades pero con tecnologías actuales, como ser las simulaciones numéricas mediante CFD (Computing Fluid Dynamics, “Dinámica Computacional de Fluidos”). Así mismo, [Mostafa et al. \(2009\)](#) analiza la importancia y la incidencia de los distintos factores involucrados en el lanzamiento de este tipo de artillería. En este último trabajo se presentan los coeficientes aerodinámicos de la munición M107 (ver Tabla 2), donde además cuenta con los resultados para una dada trayectoria, por lo que se utiliza en la sección §(3.2) como validación de la herramienta desarrollada.

M	C_{D_0}	$C_{D_{\delta 2}}$	$C_{L_{\alpha}}$	$C_{n_{pa}}$	C_{l_p}	$C_{m_{\alpha}}$	C_{m_q}	$C_{m_{pa}}$			
								α			
								0	2	5	10
0,01	0.144	2.343	1.763	-0.767	-0.023	3.355	-5.10	-0.500	0.005	0.294	0.58
0.60	0.144	2.343	1.763	-0.767	-0.023	3.378	-5.10	-0.500	0.005	0.294	0.58
0.80	0.146	2.847	1.783	-0.767	-0.022	3.571	-5.10	-0.355	0.078	0.366	0.65
0.90	0.167	3.372	1.827	-0.857	-0.021	3.957	-7.40	-0.112	0.172	0.415	0.86
0.95	0.221	3.73	2.038	-1.082	-0.020	3.886	-9.90	0.085	0.292	0.500	1.12
1.00	0.327	4.18	2.153	-0.992	-0.020	3.682	-13.8	0.198	0.388	0.482	0.72
1.05	0.383	4.691	2.207	-0.902	-0.020	3.415	-13.3	0.293	0.430	0.465	0.55
1.10	0.381	5.209	2.255	-0.857	-0.019	3.384	-14.6	0.334	0.432	0.456	0.54
1.20	0.370	5.702	2.325	-0.767	-0.020	3.424	-15.80	0.352	0.424	0.438	0.51
1.35	0.353	5.13	2.442	-0.767	-0.020	3.278	-15.60	0.366	0.424	0.438	0.51
1.50	0.338	4.561	2.556	-0.767	-0.020	3.264	-15.30	0.373	0.424	0.438	0.51
1.75	0.314	3.97	2.692	-0.767	-0.020	3.201	-15.30	0.381	0.431	0.438	0.51
2.00	0.294	3.46	2.747	-0.767	-0.021	3.013	-15.30	0.388	0.431	0.438	0.51
5.00	0.294	3.46	2.747	-0.767	-0.021	3.013	-15.30	0.388	0.431	0.438	0.51

Tabla 2: Coeficientes aerodinámicos M107

3.2. Validación - Lanzamiento

A modo de validación se realiza el lanzamiento de la munición detallada en sección (3.1) sujeta a las condiciones iniciales presente en la Tabla 3. La Fig.(1) presenta la trayectoria completa descrita para dicho lanzamiento y cada una de las coordenadas inerciales se visualizan de forma independiente en la Fig.(2).

$V = 684,3[\text{m/s}]$		
Vel. angular [rpm]		
p	q	r
6900	0	0
Orientación [deg]		
ϕ	θ	ψ
0	44	0

Tabla 3: Cond. Iniciales

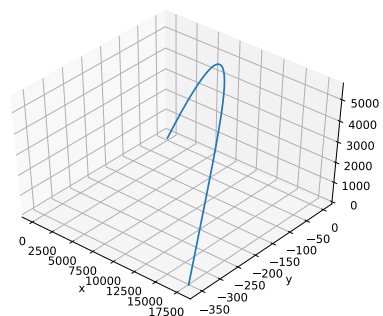


Figura 1: Trayectoria 3D

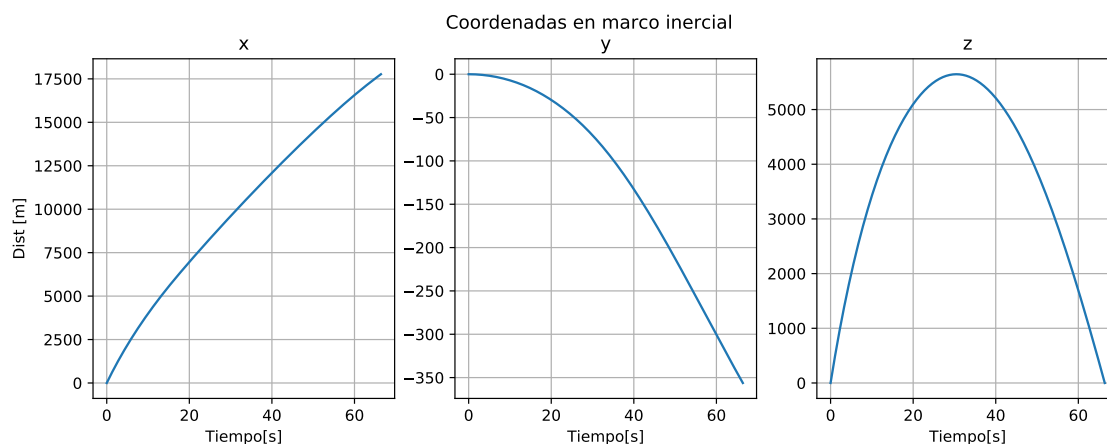


Figura 2: Coordenadas inerciales

Por medio del modelo desarrollado, se aprecia que se obtienen resultados con buena correlación respecto al trabajo de Mostafa et al. (2009), Fig.(3.a) y Fig.(3.b). De este modo se puede afirmar que el modelo RBD fue desarrollado correctamente.

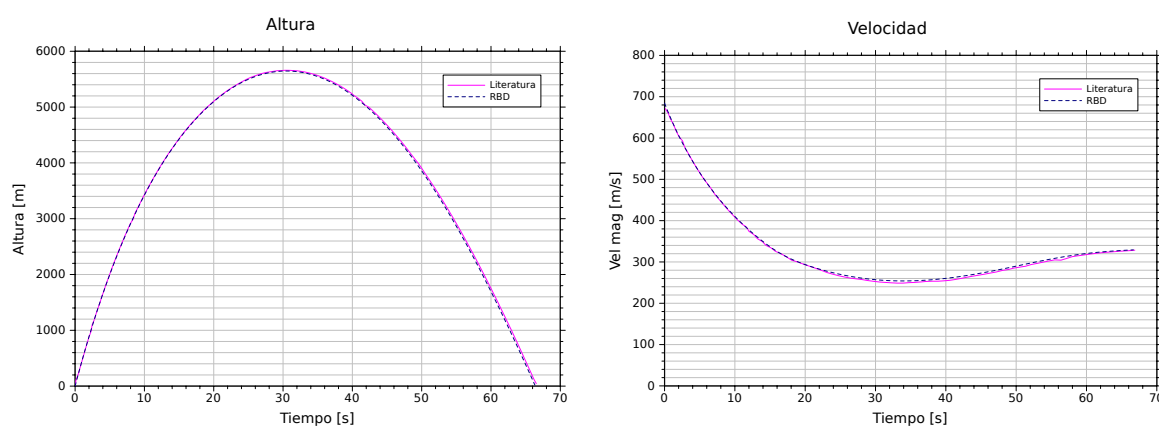


Figura 3: Validación Modelo RBD

4. METODOLOGÍA

Para estudiar la incidencia de los distintos coeficientes se analizan las variaciones de los mismos frente a la trayectoria nominal. Para ello, se emplea el método *ceteris-páribus* donde se perturba mediante un determinado valor a un único coeficiente original, permaneciendo los demás constantes. Y luego, se calculan las desviaciones de la trayectoria recorrida respecto de la trayectoria de referencia. Mediante este procedimiento se obtiene un análisis cualitativo, el cual permite identificar el coeficiente con mayor incidencia en la trayectoria; y mediante un análisis cuantitativo se determina cuanto repercute una dada variación sobre el recorrido final.

Como primer análisis, se estudian únicamente las desviaciones respecto al coeficiente de arrastre, C_D ; dicho coeficiente es un parámetro adimensional que indica de forma representativa la resistencia aerodinámica generada por el objeto, Ec.(1) y Ec.(2):

$$F_D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D \quad (1)$$

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} \quad (2)$$

donde F_D es la fuerza generada, ρ es la densidad del aire, que al emplear un modelo de altitud depende de la altura, $\rho = \rho(z)$, V es la velocidad relativa entre el objeto y el aire y S la superficie del objeto.

El coeficiente de arrastre tiene una configuración según la Ec.(3), el cual se compone de una contribución generada por el objeto cuando AoA es nulo, C_{D_0} y una contribución generada cuando el objeto adquiere un AoA mayor a cero, caracterizado por el coeficiente $C_{D_{\delta^2}}$. El estudio contempla las distintas naturalezas del coeficiente, es decir, en primer lugar se analiza el coeficiente como un valor único C_D y luego se desglosa en sus distintas contribuciones, Sec.(5.1). Por último, se realiza un análisis completo en la Sec.(5.2), involucrando todos los coeficientes aerodinámicos de la Tabla 1.

$$C_D = C_{D_0} + C_{D_{\delta^2}} \delta^2 \quad (3)$$

donde δ^2 se encuentra compuesto por el ángulo de ataque α y el ángulo de guiñada β , según la siguiente relación:

$$\begin{aligned} \delta &= \sin \alpha_t \\ \sin(\alpha_t) &= \sqrt{(\sin \alpha \cos \beta)^2 + \sin^2 \beta} \end{aligned} \quad (4)$$

5. RESULTADOS

5.1. Cd único vs Cd compuesto

En la presente sección se realiza un análisis del error relativo (ϵ_R) sobre la distancia recorrida hasta impactar con el suelo, los resultados se resumen en la Tabla 6. Durante el análisis, se determina el resultado al perturbar el coeficiente de arrastre compuesto de un único valor, y luego se discriminan las distintas contribuciones. La Fig.(4a) pone de manifiesto que para el lanzamiento en cuestión, sólo tiene relevancia el C_{D_0} , es decir el C_D recibe la mayor contribución por parte de la resistencia de forma del objeto, mientras que la contribución debido a los cambios de orientación producto de la variación del AoA o el ángulo de guiñada son despreciables. Esto se debe a que durante la trayectoria, la munición no adquiere ángulos considerables, Fig.(4b).

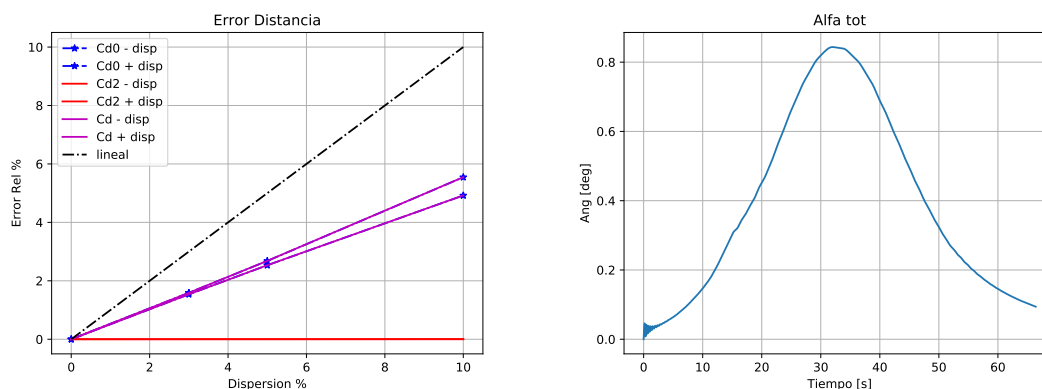


Figura 4: (a) C_D integrado, Caso A - (b) Ángulo α_t , Caso A

Por otro lado, se aprecia que la dispersión no es lineal, y esta repercute en menor medida sobre la variación de la trayectoria.

5.2. Totalidad de Coeficientes involucrados en la dinámica del vuelo

En la §.(5.1) se analizó solamente la incidencia del coeficiente de arrastre en la trayectoria, C_D en sus dos configuraciones. Ahora se procede a realizar un análisis más exhaustivo con la totalidad de los coeficientes involucrados en la dinámica de vuelo, utilizando los coeficientes de la Tabla 1. Para ello, se perturba cada coeficiente un 10 % sobre su valor de referencia.

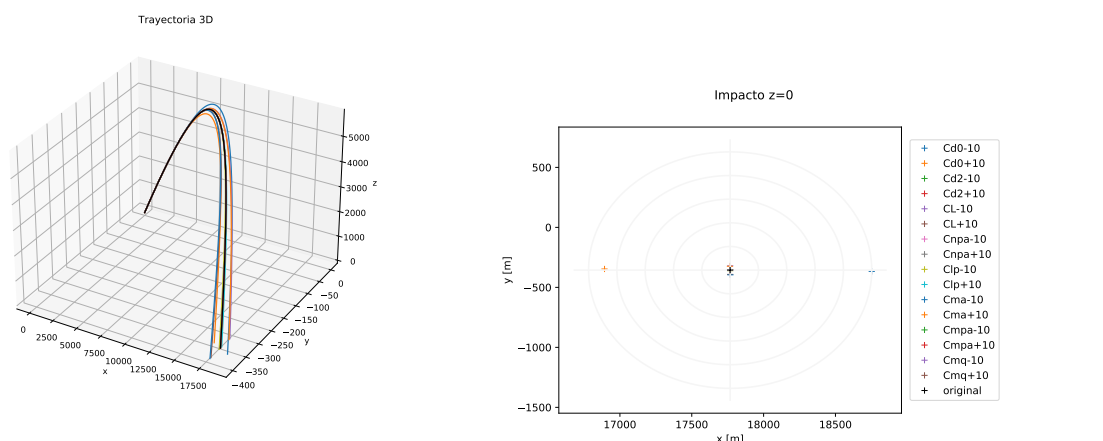


Figura 5: Trayectoria 3D e Impacto sobre el suelo, dispersión 10 %

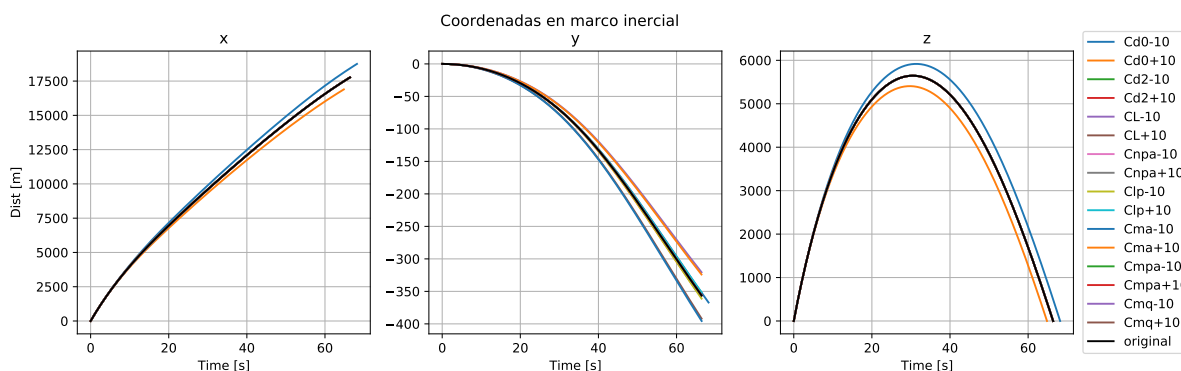


Figura 6: Coordenadas Inerciales, dispersión 10 %

La Fig.(5) presenta la trayectoria con su correspondiente impacto con el suelo para una dispersión del 10 % con la totalidad de los coeficientes involucrados. A su vez, la Fig.(6) discrimina dicha trayectoria por cada componente. Se manifiesta que al perturbar la totalidad de los coeficientes solo se evidencian cambios significativos cuando se modifica el coeficiente de arrastre y en particular el correspondiente al AoA nulo (C_{D_0}); obteniéndose variaciones relativas del $-4,92\%$ y $+5,54\%$ para dispersiones de $\pm 10\%$ respectivamente. En el análisis, el signo negativo significa que recorre menos distancia que la original, lo cual se encuentra en concordancia

con la física del fenómeno; donde a mayor resistencia, $C_{D0} = C_{D0} \cdot (1 + 0,10)$, se recorre una menor distancia. Lo contrario sucede cuando se resta la dispersión -10% , quedando un coeficiente de arrastre menor al original; y por ende recorre una mayor distancia. Esto se presenta en la Fig.(7) donde además se realiza un análisis de frecuencia sobre dicha dispersión. En el mismo se analiza el error relativo sobre la distancia recorrida, denotando que salvo las dos contribuciones del C_{D0} , todos los demás coeficientes tienen un error relativo cercanos a cero. Se omite la trayectoria original del análisis de frecuencia dado que su error es nulo.

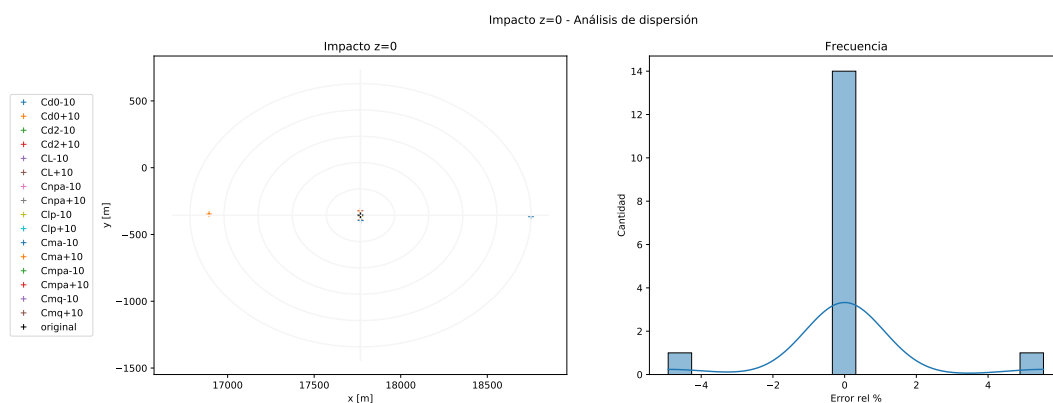


Figura 7: Impacto en el suelo, Análisis de dispersión 10%, Caso A

Debido a una cuestión de escala, como el C_D tiene una incidencia considerablemente mayor respecto a los demás coeficientes, se decide realizar un próximo análisis excluyendo a dicho coeficiente. Este es el caso de la Fig.(8), donde se aprecia que las variaciones son pequeñas $< 0,16\%$. Mediante este nuevo análisis es posible identificar los coeficientes de sustentación C_L y el coeficiente de cabeceo $C_{m\alpha}$ como los coeficientes más influyentes luego del C_{D0} .

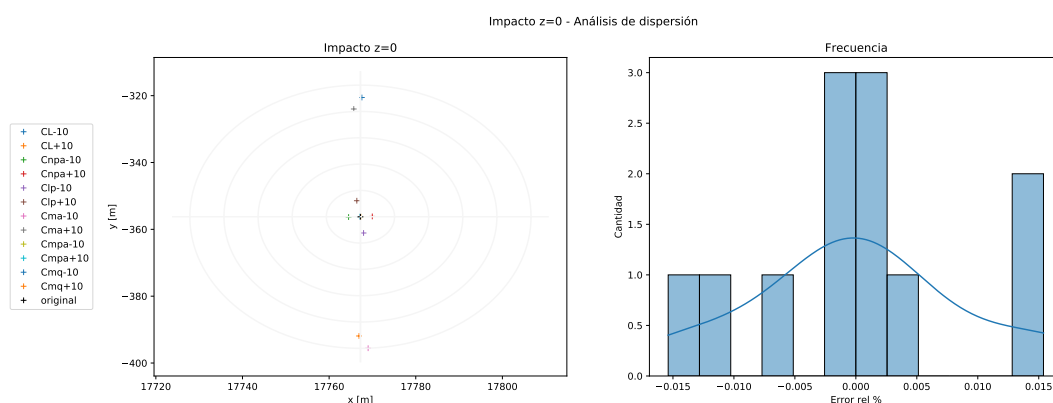


Figura 8: Impacto en el suelo, Análisis de dispersión omitiendo el coeficiente de arrastre

5.3. Incidencia de la dispersión de los coeficientes sobre la trayectoria

Para elaborar una conclusión de los resultados obtenidos en §.(5.2) se procede a realizar un nuevo disparo con la misma munición. Para ello, se emplea la metodología descrita y sólo se varían las condiciones de lanzamiento según Tabla 5. Se presenta los resultados para ambos disparos donde se modificaron los coeficientes originales en $\pm 3\%$, $\pm 5\%$, y $\pm 10\%$, ver Tabla 6.

V = 684,3[m/s]		
Vel. angular [rpm]		
p	q	r
6900	0	0
Orientación [deg]		
ϕ	θ	ψ
0	44	0

Tabla 4: Condiciones Iniciales - Caso A

V = 800[m/s]		
Vel. angular [rpm]		
p	q	r
15279	0	-33.423
Orientación [deg]		
ϕ	θ	ψ
0	63	0

Tabla 5: Condiciones Iniciales - Caso B

	Caso A					
	Dispersión $\delta = \pm 3\%$		Dispersión $\delta = \pm 5\%$		Dispersión $\delta = \pm 10\%$	
	ϵ_R zmax	ϵ_R dist	ϵ_R zmax	ϵ_R dist	ϵ_R zmax	ϵ_R dist
Cd0- δ	1.37855	1.58959	2.32732	2.68041	4.80885	5.54482
Cd0+ δ	-1.32889	-1.53737	-2.18828	-2.53231	-4.24948	-4.92061
Cd2- δ	0.00010518	0.000590998	0.0001753	0.000984973	0.000350598	0.00196984
Cd2+ δ	-0.000105181	-0.00059103	-0.000175302	-0.00098507	-0.000350606	-0.00262828
CL- δ	-0.0032628	-0.000560668	-0.00541157	-0.000946823	-0.010691	-0.00195549
CL+ δ	0.00331035	0.000538336	0.00554375	0.00088456	0.0112192	0.00236614
Cnpa- δ	-0.00354171	-0.00507766	-0.00590286	-0.00802423	-0.0118058	-0.0153911
Cnpa+ δ	0.00354167	0.00441936	0.00590277	0.00736545	0.0118055	0.0153883
Clp- δ	0.00112052	0.00131345	0.00187188	0.00262933	0.00376558	0.00460856
Clp+ δ	-0.00111277	-0.0019687	-0.00185033	-0.00262159	-0.00367936	-0.00523572
Cma- δ	0.00826399	0.00382052	0.0141418	0.00709585	0.0303039	0.0146812
Cma+ δ	-0.00766237	-0.00406338	-0.0124667	-0.00645454	-0.0235283	-0.0121453
Cmpa- δ	-0.00058103	0.000290305	-0.000968532	0.000483837	-0.00193784	0.000309691
Cmpa+ δ	0.000580764	-0.000290284	0.000967822	-0.000483952	0.00193478	-0.000967605
Cmq- δ	-0.000398983	-0.000574916	-0.000664973	-0.000519448	-0.00132996	-0.000380967
Cmq+ δ	0.000398989	-8.3249e-05	0.000665005	-0.000138847	0.00132995	0.000380367
	Caso B					
Cd0- δ	1.71773	2.06562	2.89941	3.51947	6.0157	7.35758
Cd0+ δ	-1.65631	-1.99196	-2.7275	-3.25141	-5.27425	-6.26197
Cd2- δ	-0.00145449	0.0108392	-0.00562253	0.0362044	-0.00225532	0.0785774
Cd2+ δ	-0.00548416	-0.0414643	-0.0123382	-0.0515091	-0.0156928	-0.0968352
CL- δ	-0.0170768	-0.00174337	-0.0315952	0.0153812	-0.0538243	0.0358898
CL+ δ	0.0102752	-0.0292594	0.0140191	-0.0316775	0.0373948	-0.0555928
Cnpa- δ	-0.0166719	-0.0380607	-0.0309798	-0.0472213	-0.0529916	-0.0855324
Cnpa+ δ	0.00973356	0.00745729	0.0130275	0.0293235	0.035032	0.0675372
Clp- δ	0.00215307	-0.0134362	0.000413674	-0.00433251	0.00994477	-0.00249342
Clp+ δ	-0.00905604	-0.0171899	-0.0182702	-0.0109866	-0.0274781	-0.0131698
Cma- δ	0.0267717	-0.0486203	0.042624	-0.0655913	0.100336	-0.134091
Cma+ δ	-0.0318215	0.0138519	-0.0552801	0.0368936	-0.0969971	0.0794497
Cmpa- δ	-0.00543126	-0.0248683	-0.0122689	-0.0251153	-0.0156003	-0.0415083
Cmpa+ δ	-0.00152279	-0.00579398	-0.0057235	0.00708224	-0.0025162	0.0228882
Cmq- δ	-0.00389737	-0.0153582	-0.00970291	-0.00912568	-0.0105002	-0.00943139
Cmq+ δ	-0.0030571	-0.0152422	-0.00830674	-0.00881922	-0.00767863	-0.00611285

Tabla 6: Resultados Error relativo, ϵ_R - Caso A y Caso B

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se realiza un análisis de sensibilidad sobre los distintos coeficientes aerodinámicos involucrados en la dinámica de vuelo de un proyectil estabilizado por rotación. Para ello, los coeficientes son perturbados de su valor de referencia y se calculan las desviaciones generadas para variaciones de $\pm 3\%$, $\pm 5\%$ y $\pm 10\%$. Como primera conclusión se obtiene que el análisis depende de las condiciones iniciales del lanzamiento, es decir, es disparo dependiente. Luego se deduce que el coeficiente más influyente dentro de la trayectoria es el coeficiente de arrastre, C_D , seguido por el coeficiente de sustentación, C_L y coeficiente de cabeceo, $C_{m\alpha}$. Finalmente, se aprecia que no toda la variación sobre el coeficiente repercute directamente sobre la dispersión. Esto es, para una perturbación de $\pm 10\%$ se obtienen dispersiones máximas de $\pm 5\%$ y $\pm 7\%$ respectivamente.

REFERENCIAS

- Chowdhary G. y Jategaonkar R. Aerodynamic parameter estimation from flight data applying extended and unscented kalman filter. *Aerospace science and technology*, 14(2):106–117, 2010.
- Hudgins H.E. Aerodynamics, dimensions, inertial properties, and performance of artillery projectiles. *Army Ballistic Research Laboratory*, ABD-022223, 1977.
- Liesker R.F. y MacKenzie A.M. Determination of aerodynamic drag from radar data. *Army Ballistic Research Laboratory*, AD-750564, 1972.
- Mohammed Z. y Khaled F. A virtual method to estimate the aerodynamic coefficients of uav. *Unmanned Systems*, 10(02):147–157, 2022.
- Mostafa K., Abdalla H., y Kamal O. Dispersion analysis for spinning artillery projectile. *Aerospace Science and Aviation Technology*, 13:165–168, 2009.
- Sahu J., Costello M., y Montalvo C. Development and application of multidisciplinary coupled computational techniques for projectile aerodynamics. En *7th International Conference on Computational Fluid Dynamics*. 2012.
- Trivisonno N., Garelli L., Storti M., y Rodriguez G.R. Aerodynamic flight coefficients using parallel computing techniques. *Mecánica Computacional*, 34(19):1245–1258, 2016.
- Trivisonno N., Genzelis L., Garelli L., Giovanini L., y Storti M. Estimación de coeficientes aerodinámicos mediante técnica de horizonte móvil. *Mecánica Computacional*, 38(34):1355–1366, 2021a.
- Trivisonno N., Luciano G., y Storti M. The tennis racket theorem, an analysis of the intermediate axis theorem. *Mecánica Computacional*, 38(34):1341–1353, 2021b.
- Wessam M.E. y Chen Z.H. Aerodynamic characteristics of unguided artillery projectile. 1014:165–168, 2014. doi:10.4028/www.scientific.net/AMR.1014.165.
- Zhang W. y Zhu J. Online identification of aerodynamics with fast time-varying features using kalman filter. *IET Control Theory & Applications*, 15(2):272–280, 2021.
- Zhang W.d., Wang Y.b., y Liu Y. Aerodynamic study of theater ballistic missile target. *Aerospace science and technology*, 24(1):221–225, 2013.