

## **SIMULACIONES NUMÉRICAS DE “BUFFETING” EN PUENTES ARRIOSTRADOS CAUSADO POR FLUJOS VORTICOSOS 2-D**

**Walter B. Castelló<sup>1</sup>, Sergio Preidikman<sup>2</sup> y Julio C. Massa<sup>1 y 2</sup>**

<sup>1</sup>Departamento de Estructuras. Facultad de C. E. F y N. Universidad Nacional de Córdoba  
Tel. : 0351-4334145, Casilla de Correo 916, 5000 Córdoba, Argentina.  
e-mail: [wcastello@efn.uncor.edu](mailto:wcastello@efn.uncor.edu)    [jmassa@efn.uncor.edu](mailto:jmassa@efn.uncor.edu)

<sup>2</sup>Departamento de Mecánica. Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Río Cuarto  
Campus Universitario, Ruta Nacional 36 Km. 601. 5800 Río Cuarto. Argentina.  
Tel./Fax.:0358-4676246    e-mail: [spreidik@wam.umd.edu](mailto:spreidik@wam.umd.edu)

**Palabras clave:** aeroelasticidad, buffeting, aerodinámica no estacionaria, métodos de paneles, flujos dominados por vorticidad, puentes colgantes y arriostrados.

**Resumen.** *El desarrollo de nuevos materiales y de métodos de cálculo cada vez más sofisticados permite diseñar construcciones donde se maximiza la resistencia y se minimiza el peso. Bajo estas hipótesis de diseño, las estructuras resultan muy flexibles y altamente susceptibles de presentar problemas aeroelásticos. En este trabajo se estudia la posibilidad de “buffeting” (trepidación) causado por la interacción aerodinámica presente en el caso de dos puentes arriostrados o colgantes ubicados uno paralelo al otro. Para simular de una manera simple el fenómeno de buffeting, ambos puentes son modelados estructuralmente como un par de placas planas. Para el puente “2”, ubicado corriente de aire abajo, se utilizó un modelo estructural que consiste en una placa móvil embestida por un flujo altamente vorticoso. Este flujo es producido por la presencia del puente “1”, ubicado corriente arriba de la placa móvil, que es modelado como una placa plana inmóvil inmersa en una corriente de aire inicialmente uniforme. Las placas se consideran rígidas. La placa móvil tiene dos grados de libertad: desplazamiento vertical y rotación alrededor de su centro elástico. La rigidez de los cables es modelada mediante dos resortes asociados a los grados de libertad. En las simulaciones se induce la trepidación a través de un salto brusco en el ángulo de inclinación del puente “1” en el instante inicial. Para determinar las cargas de origen aerodinámico se utilizó un método de red de vórtices inestacionario y no-lineal. Se desarrolló un programa que permite integrar numéricamente e interactivamente en el dominio del tiempo el sistema de ecuaciones diferenciales que describe al sistema dinámico unificado, estructura-corriente de aire. Se estudió la influencia de la velocidad del aire y de la posición relativa de los puentes, en la amplitud y frecuencia de las vibraciones inducidas por el flujo vorticoso y en la velocidad de “flutter”.*

## 1. INTRODUCCIÓN

Uno de los criterios utilizados en el diseño de las construcciones modernas consiste en maximizar la resistencia y minimizar el peso. Bajo estas condiciones, las estructuras resultantes son altamente susceptibles de presentar problemas aeroelásticos<sup>1,2</sup>. Los edificios altos<sup>3,4</sup>, las torres<sup>5</sup>, las chimeneas<sup>6,7</sup>, los puentes colgantes y arriostrados<sup>8,9</sup> y los cables de transmisión de energía<sup>5</sup> son algunos ejemplos de construcciones susceptibles a presentar fenómenos de naturaleza aeroelástica.

Debido a la complejidad de los modelos matemáticos involucrados y el alto costo de la solución computacional, uno de los fenómenos aeroelásticos más complejos de simular es el buffeting. El buffeting es una excitación de tipo dinámica producida por el acoplamiento aerodinámico entre dos estructuras, o entre dos o más partes componentes de una misma estructura. Esta excitación puede tener, en algunos casos, naturaleza estocástica, o puede ser causada por el arreglo regular (periódico) de vórtices que forman parte de la estela que se desprende de uno de los cuerpos involucrados en el acoplamiento. A diferencia del flutter, el buffeting no es, en general, catastrófico. Sin embargo, por sí solo, puede producir una disminución de la vida útil de la estructural debido al fenómeno de fatiga.

## 2. EL MODELO DE SIMULACIÓN

En este trabajo se desarrollan simulaciones numéricas que permiten cuantificar el fenómeno de buffeting causado por la interacción aerodinámica presente en el caso de dos puentes arriostrados o colgantes ubicados uno paralelo al otro.

Se considera que ambos puentes y el flujo de aire son componentes de un único sistema dinámico. Las ecuaciones diferenciales que describen la evolución temporal del sistema dinámico se integran numéricamente, en forma interactiva y simultánea en el dominio del tiempo.

En la Fig. 1 se muestra el modelo utilizado para llevar a cabo las simulaciones numéricas. En este trabajo, el tablero de cada uno de los puentes es modelado como una placa plana, uniforme, y rígida. El flujo de aire se considera potencial con una velocidad en el infinito  $V_\infty$ .

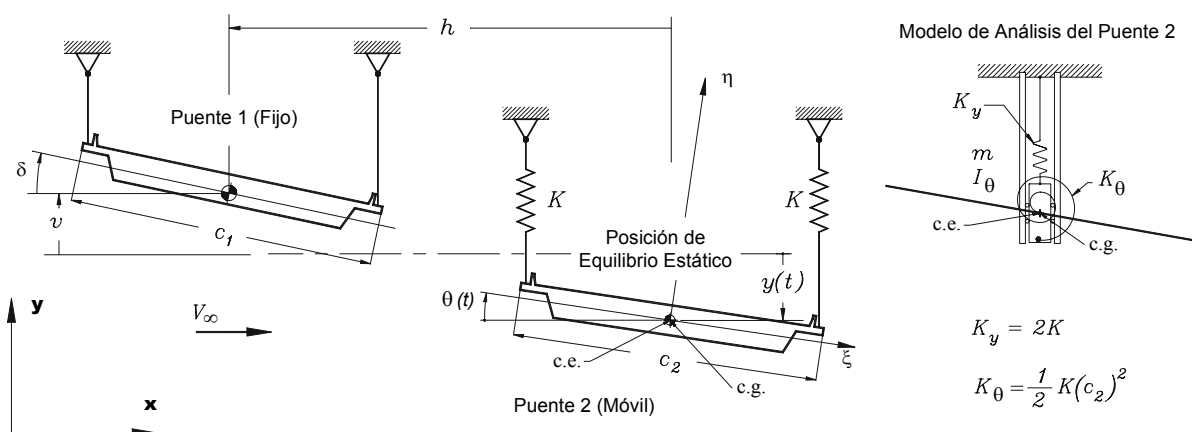


Fig. 1: El modelo utilizado en las simulaciones numéricas.

El puente 1, ubicado corriente de aire arriba, se modela como una placa rígida y uniforme. Como se indica en la Fig. 1, esta placa está fija formando un ángulo  $\delta$  respecto de la horizontal. Este ángulo se mantiene invariante durante cada simulación. El puente 2, ubicado corriente de aire abajo, se modela como una placa rígida y uniforme sobre apoyos elásticos. Esta placa tiene dos grados de libertad: el desplazamiento vertical de su centro elástico,  $y(t)$ ; y el giro de la placa respecto de un eje que pasa por su centro elástico,  $\theta(t)$ . Los soportes elásticos, utilizados para modelar los cables que soportan al puente, están representados por dos resortes: un resorte “lineal” que se carga cuando el puente sufre un desplazamiento vertical y que genera una fuerza sobre el puente que trata de llevar el centro de masa a su posición de equilibrio, y un resorte torsional que se carga cuando el puente cambia su orientación y que genera un momento que trata de devolver el tablero a su posición horizontal. Por simplicidad se considera restringido el desplazamiento horizontal, aunque no habría ningún problema para adicionar ese nuevo grado de libertad.

Aerodinámicamente, ambos puentes son modelados como láminas vorticosas. Debido a que el flujo es inestacionario, hay vorticidad que se desprende desde el borde de fuga de cada placa y es convectada hacia el flujo de aire con la velocidad local de las partículas, formando las estelas. La vorticidad contenida en la porción de las estelas cercana a cada puente tiene asociado un campo de velocidades que afecta las cargas aerodinámicas actuantes sobre cada placa. Dado que la vorticidad presente en las estelas fue generada por la presencia de las placas un tiempo atrás, las cargas aerodinámicas actuales dependen, de alguna manera, de lo que sucedió en el pasado. Esto suele indicarse diciendo que el modelo aerodinámico, usado en este trabajo, tiene memoria. En estas simulaciones, la forma y posición de las estelas, como así también la intensidad de la vorticidad contenida en ellas son determinadas como parte de la solución. Las interacciones aerodinámicas puente-puente, estela-estela y puentes-estelas son también tenidas en cuenta.

### 3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

En esta sección se presentan los modelos de los dos subsistemas que forman un sistema dinámico único y la manera en que se los combina. Los dos subsistemas son: los puentes y la corriente de aire.

#### 3.1 El modelo estructural

Las secciones transversales de los tableros de cada uno de los puentes se presentan en forma esquemática en la Fig. 1. Las coordenadas generalizadas utilizadas para describir la configuración del puente 2 son: el desplazamiento vertical de su centro elástico (c.e.),  $y(t)$ ; y el giro de la placa respecto de un eje que pasa por su centro elástico,  $\theta(t)$ . El desplazamiento vertical  $y(t)$  se considera positivo hacia abajo y el giro  $\theta(t)$  se considera positivo en sentido horario. Las rigideces asociadas a estos dos grados de libertad se indican mediante  $K_y$  y  $K_\theta$ , respectivamente. Estas modelan la rigidez flexional y torsional del puente.

Las ecuaciones de movimiento se obtienen fácilmente a partir de las ecuaciones de Lagrange. Estas tienen la siguiente forma,

$$\mathbf{M} \begin{Bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \mathbf{C} \begin{Bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \mathbf{K} \begin{Bmatrix} y \\ \theta \end{Bmatrix} = \mathbf{Q}, \quad \text{donde} \quad (1)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & S \\ S & I \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_y & 0 \\ 0 & C_\theta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_y & 0 \\ 0 & K_\theta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_\theta \end{Bmatrix}$$

y  $m$  es la masa,  $S$  e  $I$  son el momento estático másico y el momento de inercia másico alrededor del c.e., todos por unidad de longitud del puente 2;  $C_y$  y  $C_\theta$  indican el amortiguamiento estructural asociado a los grados de libertad  $y(t)$  y  $\theta(t)$ , respectivamente, y;  $Q_y(t)$  y  $Q_\theta(t)$  representan las fuerzas aerodinámicas generalizadas por unidad de longitud, dadas por:

$$Q_y(t) = \cos\theta \int_{-c_2/2}^{+c_2/2} \Delta p(\xi, t) \, d\xi, \quad Q_\theta(t) = \int_{-c_2/2}^{+c_2/2} \xi \Delta p(\xi, t) \, d\xi \quad (2)$$

donde,  $c_2$  es la cuerda de la placa móvil (ancho del tablero del puente 2),  $\Delta p(\xi, t)$  es la diferencia entre las presiones en la cara superior y la cara inferior del tablero, y la variable de integración  $\xi$  da la posición de puntos sobre la placa móvil relativa al c.e.

En el modelo usado en el presente trabajo, las cargas asociadas a los resortes se relacionan linealmente con el desplazamiento y giro del tablero. Sin embargo, tal restricción no es necesaria ya que la solución del problema se obtiene mediante integración numérica en el dominio del tiempo de las ecuaciones de movimiento y la incorporación de relaciones no-lineales carga-desplazamiento no introduce ninguna dificultad adicional.

La diferencia entre las presiones en la cara superior e inferior del tablero,  $\Delta p(\xi, t)$ , se obtiene del modelo aerodinámico. La metodología utilizada en este trabajo consiste en combinar las ecuaciones (1) y (2) con aquellas que describen al modelo aerodinámico y resolverlas simultáneamente e interactivamente para obtener  $y(t)$ ,  $\theta(t)$ , y  $\Delta p(\xi, t)$ . En las simulaciones aquí desarrolladas,  $\Delta p(\xi, t)$  depende de  $y(t)$ ,  $\theta(t)$ ,  $\dot{\theta}(t)$  y, como se explicó anteriormente, de la historia del movimiento.

### 3.2 El modelo aerodinámico

A fin de obtener las cargas aerodinámicas no-lineales, no-estacionarias sobre los puentes se emplea el método de red de vórtices inestacionario (UVLM)<sup>10, 11, 12</sup>. Los puentes se modelan como placas planas que se consideran láminas vorticosas que introducen una discontinuidad en la componente tangencial de la velocidad del fluido. La discontinuidad en la componente tangencial de la velocidad del fluido junto con la variación temporal del potencial de velocidades producen una diferencia entre las presiones en la cara superior y la cara inferior del tablero del puente 2. Esta diferencia de presiones es la responsable de las cargas aerodinámicas que actúan sobre el puente.

Para que en el borde de fuga no exista diferencia de presiones, el efecto de la discontinuidad en la componente tangencial de la velocidad del fluido debe cancelar exactamente el efecto producido por la variación temporal del potencial de velocidades; es decir, la discontinuidad en la componente tangencial de la velocidad (vorticidad) persiste hasta, inclusive, el borde de fuga. En consecuencia, se emite vorticidad desde el borde de fuga hacia el fluido y es transportada con la velocidad local de las partículas para formar las estelas.

Cualquiera sea su ubicación, un vórtice tiene asociado un campo de velocidades que es irrotacional con excepción del punto donde el vórtice está ubicado. El campo de velocidades asociado a la vorticidad interactúa con el campo de velocidades asociado a  $V_\infty$  de manera que se satisfaga la condición de no penetración sobre cada una de las placas. Por lo tanto la vorticidad contenida en las estelas modifica el campo de velocidades próximo a las placas y, por ende, la vorticidad sobre las placas. Dado que la vorticidad presente en las estelas fue generada por, y conveccionada desde, las placas un tiempo atrás, el campo de velocidades es dependiente de la historia del movimiento.

En el caso de flujo uniforme y estacionario, el valor exacto de la fuerza y el momento aerodinámico que actúan sobre una placa plana pueden obtenerse considerando que: a) toda la vorticidad está concentrada en un único vórtice ubicado a una distancia de un cuarto de la cuerda, medida desde el borde de ataque, y b) la circulación de este vórtice debe ajustarse de tal manera que se satisfaga la condición de no-penetración en un único punto del sólido ubicado a una distancia de tres cuartos de la cuerda, medida desde el borde de ataque. El punto del sólido donde se impone la condición de no-penetración se denomina punto de control.

En la presente formulación las placas son divididas en un número finito de elementos, o paneles. El tamaño de cada panel debe ser suficientemente pequeño de manera que el flujo dentro de él pueda aproximarse como flujo uniforme. Además, los cambios temporales deben ocurrir en una escala que es "lenta" en comparación con el tiempo que le toma recorrer la longitud de un panel a una partícula de fluido.

La disposición de los paneles en ambas placas puede verse en la figura 2. En la misma figura puede observarse, también, un panel típico y el modelo de vórtices discretos utilizado para modelar las estelas.

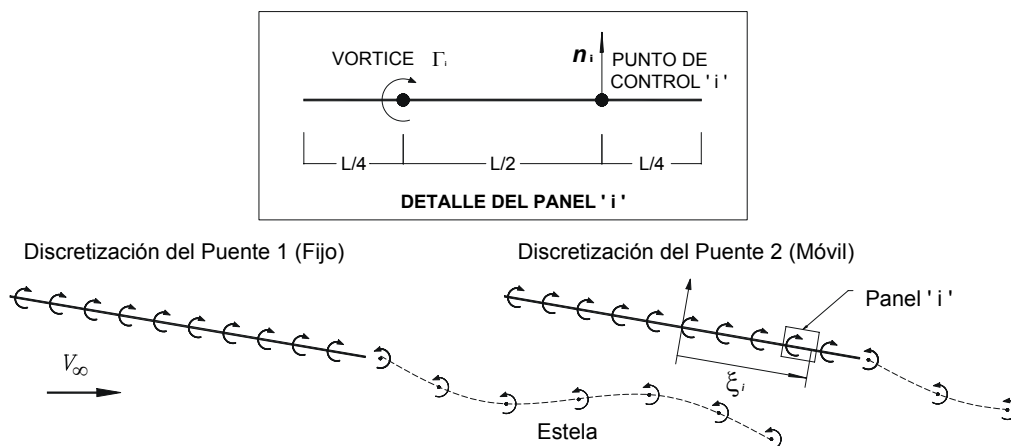


Fig. 2: Discretización de las sabanas vorticosas adheridas a la placas y de las estelas.

Un vórtice discreto con circulación  $\Gamma$ , ubicado en un punto con coordenadas  $(x_q, y_q)$ , tiene asociada una velocidad en un punto con coordenadas  $(x_p, y_p)$  dada por:

$$u(x_p, y_p, t)\mathbf{i} + v(x_p, y_p, t)\mathbf{j} = \frac{\Gamma(t) \left[ (y_p - y_q)\mathbf{i} - (x_p - x_q)\mathbf{j} \right]}{2\pi \left[ (x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2 \right]} \quad (3)$$

La condición de no-penetración tiene la forma:

$$(\mathbf{V}_p + \mathbf{V}_\infty + \mathbf{V}_e - \mathbf{V}_s) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (4)$$

$\mathbf{V}_p + \mathbf{V}_\infty + \mathbf{V}_e$  representa la velocidad de una partícula de fluido próxima a una placa, asociada a: 1) los vórtices adheridos a ambas placas, 2) la corriente libre y 3) los vórtices contenidos en ambas estelas.  $\mathbf{V}_s$  es la velocidad con que se mueve la superficie de la placa considerada y  $\mathbf{n}$  es un versor normal a esta superficie. La condición de no-penetración debe imponerse en ambas placas. En los puntos de control de la placa móvil debe cumplirse:

$$\mathbf{V}_\infty \cdot \mathbf{n}_2 = V \sin\theta, \quad \mathbf{V}_s \cdot \mathbf{n}_2 = \dot{y} \cos\theta + \dot{\theta} \xi_i, \quad \mathbf{V}_e \cdot \mathbf{n}_2 = u_{ei} \sin\theta + v_{ei} \cos\theta \quad (5)$$

donde  $\xi_i$  es la posición del punto de control del panel  $i$  con respecto al sistema de coordenadas ligado a la placa con origen en c.e.  $(u_{ei}, v_{ei})$  son las componentes, expresadas en el sistema de coordenadas globales  $(x, y)$ , de la velocidad total de una partícula de fluido sobre el punto de control  $i$  asociada a las estelas. En el caso de la placa fija  $\mathbf{V}_s = \mathbf{0}$ , entonces:

$$\mathbf{V}_\infty \cdot \mathbf{n}_1 = V \sin\delta, \quad \mathbf{V}_e \cdot \mathbf{n}_1 = u_{ei} \sin\delta + v_{ei} \cos\delta \quad (6)$$

Las incógnitas de este problema son las circulaciones  $\Gamma_i(t)$  de los vórtices adheridos a las placas. Estas pueden obtenerse a partir de la Ec. (4) como se indica a continuación:

$$\mathbf{V}_p \cdot \mathbf{n}_i = \sum_{j=1}^N A_{ij} \Gamma_j = (\mathbf{V}_s - \mathbf{V}_\infty - \mathbf{V}_e) \cdot \mathbf{n}_i \quad (7)$$

donde los escalares  $A_{ij}$ , conocidos como coeficientes de influencia aerodinámica, representan la componente normal de la velocidad en el punto de control del panel  $i$ , asociada a un vórtice de circulación unitaria ( $\Gamma=1$ ) ubicado en el panel  $j$ . La matriz formada por estos coeficientes esta compuesta por cuatro bloques bien identificados: un bloque correspondiente a la influencia aerodinámica de la placa fija sobre sí misma, otro correspondiente a la influencia de la placa móvil sobre sí misma, otro correspondiente a la influencia de la placa fija sobre la placa móvil y, otro correspondiente a la influencia de la placa móvil sobre la placa fija. Debido a que la placa móvil varía su posición respecto de la placa fija, los dos últimos bloques varían a medida que transcurre el tiempo.

El limite superior del rango  $j$  de la sumatoria es  $N = NP_1 + NP_2$ . Donde  $NP_1$  y  $NP_2$  representan, respectivamente, el número de paneles utilizados en la discretización de las placas 1 y 2.

Además de las ecuaciones provenientes de la condición de no-penetración sobre cada placa, existen dos ecuaciones adicionales que garantizan la conservación de la vorticidad.

Las cargas aerodinámicas son calculadas aproximando las integrales dadas en la Ec. (2) mediante sumas finitas. La diferencia de presión entre las caras de cada panel se obtienen a partir de la versión no-estacionaria de la ecuación de Bernoulli,

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{V}}{2} + \frac{p}{\rho} = H(t) \quad (8)$$

donde  $\phi$  es la función potencial de velocidades,  $\mathbf{V} = \nabla_{(x,y)} \phi(x, y, t)$ ,  $p$  es la presión y  $\rho$  es la densidad. Siguiendo la metodología propuesta por Preidikman<sup>10, 14</sup>, la diferencia del coeficiente de presión entre las caras del panel  $i$  puede expresarse como:

$$\Delta C p_i = \frac{\Delta p_i}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2} \cong \frac{2}{V_\infty^2} \left( \sum_{j=1}^i \frac{\Gamma_j(t) - \Gamma_j(t - \Delta t)}{\Delta t} + \frac{\Gamma_i(\mathbf{V}_{media} - \mathbf{V}_s) \cdot \mathbf{t}}{\Delta \xi_i} \right) \quad (9)$$

Las fuerzas aerodinámicas generalizadas (2) pueden ahora escribirse como:

$$Q_y \cong \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 \left[ \sum_{i=1}^{NP_2} \Delta C p_i \Delta \xi_i \right] \cos \theta \quad Q_\theta \cong \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 \left[ \sum_{i=1}^{NP_2} \xi_i \Delta C p_i \Delta \xi_i \right] \quad (10)$$

### 3.3 Esquema de integración numérica

Las aceleraciones en la ecuación (1) pueden obtenerse premultiplicando ambos miembros por la inversa de la matriz  $\mathbf{M}$ . Esto es,

$$\begin{Bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \begin{Bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \begin{Bmatrix} y \\ \theta \end{Bmatrix} + \mathbf{M}^{-1} \begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_\theta \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Introduciendo un vector de estado  $\mathbf{y} = (y, \theta, \dot{y}, \dot{\theta})^T$ , el sistema de dos ecuaciones diferenciales de segundo orden (11) puede ser escrito como un sistema de cuatro ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden:

$$\boxed{\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A} \mathbf{y} + \mathbf{F}} \quad \text{donde, } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{I}_{2 \times 2} \\ -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{F} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{Q} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

Antes de proceder con la integración numérica de las ecuaciones de movimiento (12), resulta conveniente introducir las siguientes variables adimensionales,

$$y = c_2 y^* \quad , \quad t = \frac{c_2}{V_\infty} t^* \quad , \quad \theta = \theta^* \quad , \quad \xi = c_2 \xi^* \quad (13)$$

donde (\*) denota magnitudes adimensionales. El sistema de ecuaciones (12) se integra numéricamente en el dominio del tiempo mediante un esquema predictor-corrector de cuarto orden<sup>10, 14</sup>. En cada paso de integración, la estela se convecta a su nueva posición garantizando

que las partículas de fluido transportan la vorticidad. Al mismo tiempo, la placa se mueve a una nueva posición, satisfaciendo las ecuaciones de movimiento.

Los detalles del método de integración pueden encontrarse en <sup>10</sup>. A continuación se presenta un resumen de las etapas llevadas a cabo en cada paso de integración:

1. Las estelas son convectadas a sus nuevas posiciones. Estas posiciones se mantienen fijas durante este paso de integración.
2. Las cargas aerodinámicas actuales son usadas para “predecir” el estado de la estructura al final del paso de integración.
3. La solución predicha es “modificada” usando el llamado “error de truncamiento”.
4. La solución predicha y modificada es “corregida” mediante un procedimiento iterativo hasta convergencia. Las cargas aerodinámicas son recalculadas en cada iteración.
5. Se determina el nuevo error de truncamiento para utilizarlo durante el siguiente paso de integración y para evaluar la solución final correspondiente al paso actual.
6. Se obtiene el estado del sistema correspondiente al tiempo actual.
7. Se incrementa el tiempo y se retoma el ciclo desde 1.

#### 4. SIMULACIONES NUMÉRICAS

En las simulaciones numéricas se usaron tanto para el puente 1 como para el puente 2 los mismos datos empleados por Fung<sup>13</sup> y Preidikman<sup>10</sup> a fin de poder comparar resultados. La geometría de ambos puentes es la misma. Los datos se detallan en la Tabla 1 a continuación,

Tabla 1: Datos empleados en la simulación

$c_1 = c_2 = 60 \text{ ft}$	$NP_1=NP_2=40$	$\Delta t^* = 1/NP_2 = 0,025$ $N_{\Delta t} = 10000$
$C_y = C_\theta = 0$	$S = 0$	$\rho = 0,002378 \text{ slug} / \text{ft}^3$
$m = 269 \text{ slug} / \text{ft}$		$\omega_y = 0,88$ $K_y = 208,5 \text{ lb} / \text{ft}^2$
$I_\theta = 150635 \text{ slug}\cdot\text{ft}^2 / \text{ft}$		$\omega_\theta = 1,55$ $K_\theta = 362380 \text{ lb} / \text{rad}$

$c_1$  es el ancho del puente 1.  $c_2$ ,  $m$ ,  $I_\theta$  y  $\rho$  fueron definidas con anterioridad. Consideraremos que el amortiguamiento estructural ( $C_y$ ,  $C_\theta$ ), es pequeño y puede despreciarse. Al considerar los puentes como placas planas (simétricas) el c.e. coincide con el c.g. y debido a esto el momento estático  $S$  de la sección se anula desacoplando el sistema en la Ec. (1).

Cada puente se subdividió en 40 paneles y se usaron 10000 pasos de tiempo en cada simulación de la Fig. 3 que insumieron unos 17 minutos de PC por corrida.

##### 4.1 Aspectos físicos de las simulaciones

**Condiciones iniciales:** El sistema se encuentra en reposo. El puente 2 se encuentra en su posición de equilibrio estático bajo la acción del peso propio  $\mathbf{y}(0)=0$ . El puente 1 tiene un ángulo de ataque  $\delta$  nulo. La corriente de aire es inicialmente uniforme con velocidad  $V_\infty$ .



**Carga dinámica:** En las simulaciones se induce la trepidación (buffeting) mediante un cambio brusco en el ángulo de inclinación del puente 1, en el instante inicial. En el instante  $t=0$ , el ángulo pasa de cero a  $\delta$ , valor que posteriormente permanece fijo durante todo el proceso. Indirectamente se está aplicando una carga escalón, que es esencialmente dinámica.

**Respuesta Transitoria:** A grandes rasgos podemos anticipar una especie de “vibraciones libres” en el puente 2, que se irán amortiguando hasta quedar en reposo en una nueva posición de equilibrio estático que depende del valor de  $\delta$  y de  $V_\infty$  como se observa en la Fig. 3.

**Nueva posición de equilibrio:**  $y_\infty(\delta, V_\infty) = y(t = \infty)$

Notar que el subíndice “ $\infty$ ” en  $y_\infty$  se refiere al tiempo y en  $V_\infty$  se refiere al espacio.

**Amplitud de las oscilaciones:** En la primera parte del transitorio (trepidación), las amplitudes son bastante mayores a  $y_\infty$ . El valor  $y_{m\acute{a}x}$  es entre tres y cuatro veces el valor de  $y_\infty$ .

**Severidad de la trepidación:** Adoptaremos al valor  $y_\infty$  como una “medida” de la severidad de la trepidación inducida por la corriente vorticiosa. Para ganar sentido físico se puede adimensionalizar respecto al desplazamiento por peso propio  $y_g$ :

$$\text{En el puente 2: } K_y y_g = m g \Rightarrow y_g = (269 \times 32,24) / 208,5 \rightarrow y_g / c_2 = 0,693$$

## 4.2 Incidencia de los distintos parámetros

Primero se analiza la incidencia sobre la trepidación, de la velocidad de la corriente libre  $V_\infty$  y del ángulo de inclinación  $\delta$  del puente fijo que provoca la perturbación. Posteriormente se estudia como influyen las variables  $h$  y  $v$  indicadas en la Fig. 1, que definen la posición relativa de los puentes.

### 4.2.1 Incidencia de la velocidad $V_\infty$ y del ángulo $\delta$

Las figuras 3, 4, 5 y 6 muestran el comportamiento del grado de libertad ‘ $y$ ’ del puente 2, cuando  $v=0$  y  $h=2c_2$ . Se consideró un ángulo máximo de  $10^\circ$  para el puente 1, ya que por encima de este valor suele producirse el desprendimiento del fluido en el borde de ataque.

Los parámetros utilizados son:  $v = 0$ ,  $h = 2 c_2 = 120$  ft,  $V_\infty = 40$  a  $160$  ft/s y  $\delta = 6^\circ$  y  $10^\circ$

En la Fig. 3, puede observarse que la amplitud de las oscilaciones aumenta con el ángulo del puente 1 y con la velocidad del aire. Al comparar los resultados de este trabajo con los que obtuvo Preidikman<sup>10, 13</sup> considerando un flujo libre sin perturbar ( $\delta=0$ ), se observa que el flujo vorticoso influye en la respuesta del sistema de dos maneras: disminuyendo la velocidad de flutter y modificando el amortiguamiento aerodinámico (ver Fig. 6). Por otro lado, la amplitud máxima ocurre en la primera oscilación y el cociente  $y_{m\acute{a}x}/y_\infty$  está comprendido entre 3 y 4.

Se da un hecho curioso, la velocidad de flutter para el ángulo  $\delta = 10^\circ$  es mayor que para el ángulo  $\delta = 6^\circ$ . Esto puede explicarse: al cambiar el ángulo  $\delta$ , la estela incide de forma distinta sobre el puente 2. El mismo efecto fue observado por Jones<sup>15</sup> al analizar la interacción entre secciones alares que rotan sobre el mismo eje (alabes de una turbina, hélices o rotores de helicópteros, etc.). Se determinó que la posición relativa de las secciones afecta el comportamiento del sistema y eso se debe a la forma en que la estela incide sobre la sección posterior.

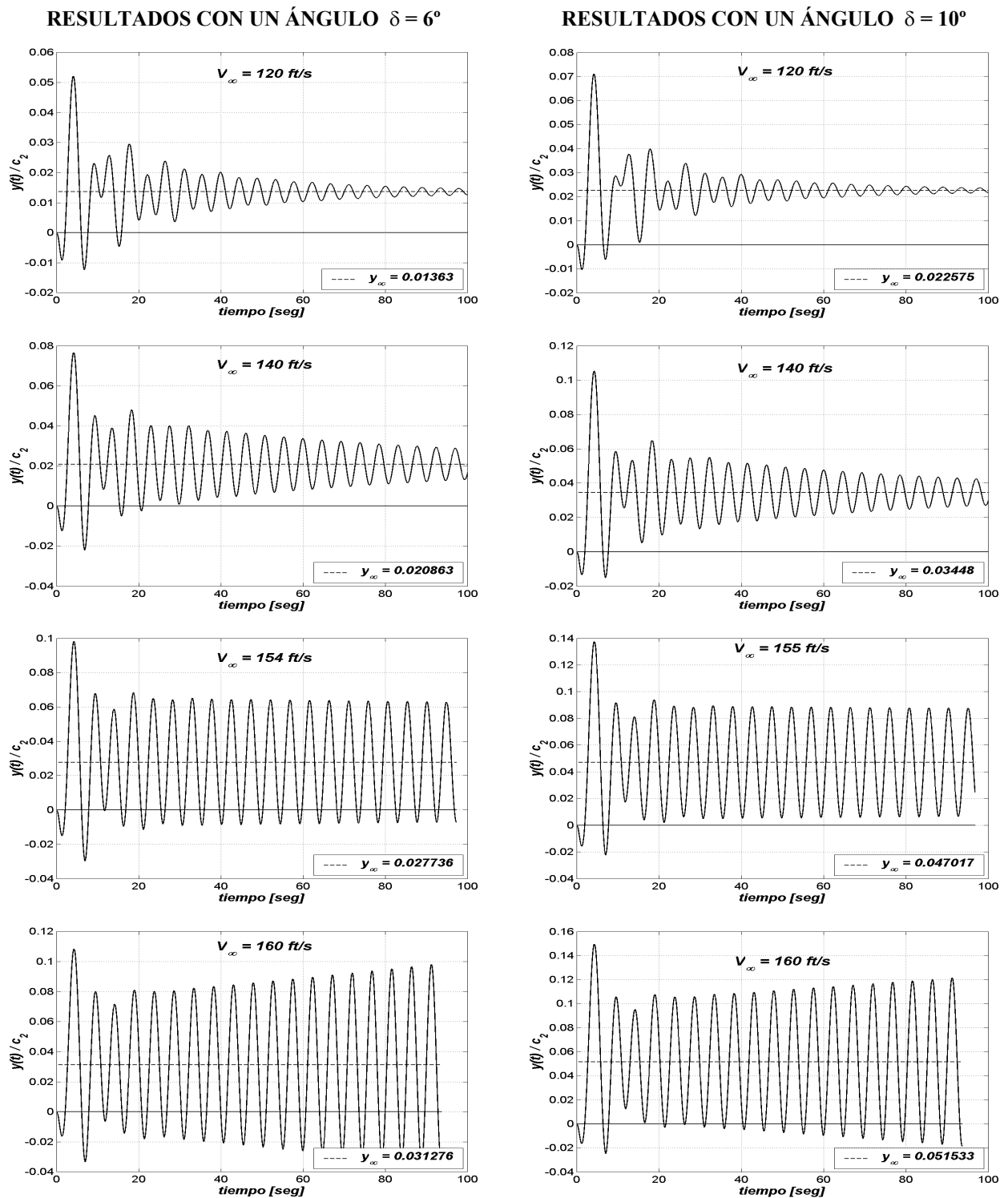


Fig.3: Oscilaciones del grado de libertad 'y' en el dominio del tiempo cuando  $v=0$   $h=2c_2$ .

La Fig. 4 muestra el módulo de las transformadas de Fourier para las historias de movimiento presentadas en la Fig. 3 referidas al grado de libertad de traslación  $y(t)$  cuando  $\delta = 10^\circ$ . Para velocidades bajas se observa la incidencia de las frecuencias naturales ( $\omega_y = 0,88$  y  $\omega_\theta = 1,55$  correspondientes a  $V_\infty = 0$ ) sobre el grado de libertad de traslación. Cuando la velocidad del aire crece se observa el “camino típico al flutter”. Las frecuencias varían con la velocidad y tienden a acercarse, simultáneamente la amplitud correspondiente a la frecuencia menor  $\omega_y$  se va amortiguando hasta desaparecer bastante antes de llegar a la velocidad de flutter.

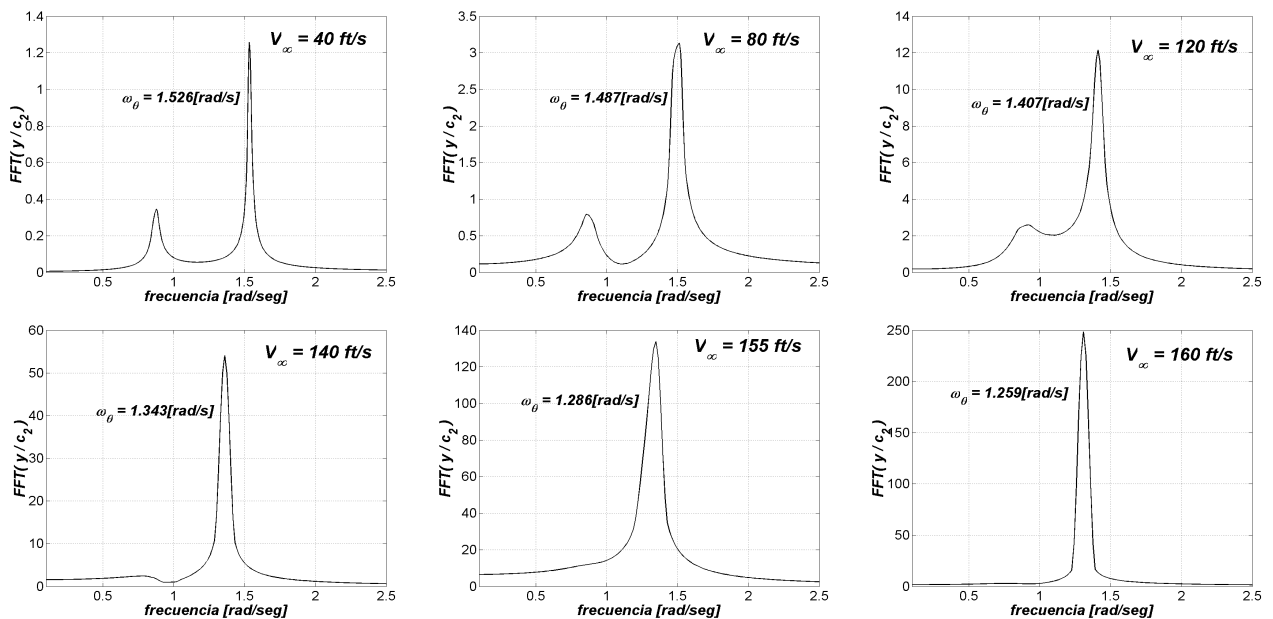


Fig. 4: Módulo de las Transformadas de Fourier (FFT) de los desplazamientos de la Fig. 3 cuando  $\delta = 10^\circ$ .

La FFT del grado de libertad rotacional presenta una sola frecuencia. Las figuras sólo muestran el grado de libertad de traslación ‘y’ ya que el comportamiento del grado de libertad de rotación ‘ $\theta$ ’ es muy similar, excepto por la existencia de una sola frecuencia en el grado de libertad ‘ $\theta$ ’ ( $\omega_\theta$ ), mientras que en el grado de libertad ‘y’ existen dos ( $\omega_y$  y  $\omega_\theta$ ).

La incidencia del ángulo  $\delta$  en la velocidad y frecuencia de flutter se resume en la Tabla 2.

Tabla 2 Velocidad y frecuencia de flutter para varios valores de  $\delta$

$\delta$ en grados	0	6	10
$V_f$ en ft/s	162	154	155
$\omega_f$ en rad/s	1,25	1,28	1,28

En la Fig. 5 se ha graficado la severidad adimensional de la trepidación ( $y_\infty / c_2$ ), en función de la velocidad  $V_\infty$  para  $\delta = 6^\circ$  y  $10^\circ$  para el caso de la Fig. 3 donde  $h = 2c_2$  y  $v = 0$ .

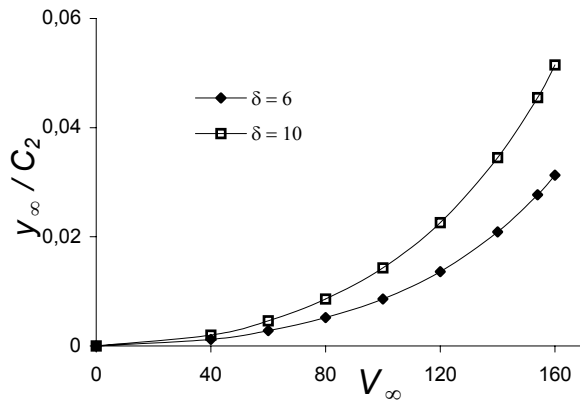


Fig. 5: Variación de la posición de equilibrio  $y_\infty$  con la velocidad de la corriente libre.

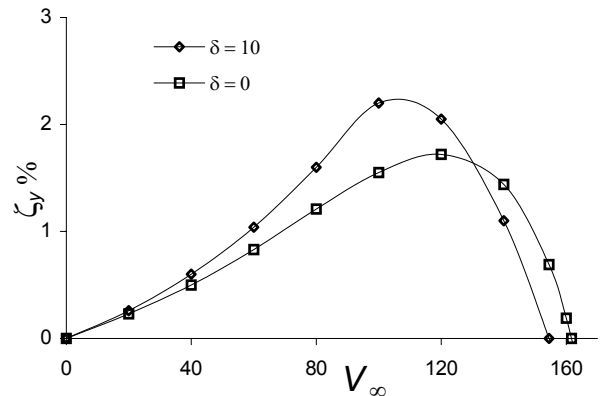


Fig. 6: Comportamiento del amortiguamiento aerodinámico con la velocidad de la corriente libre.

Cuanto mayor es el ángulo de ataque  $\delta$  del puente fijo, mayor es la vorticidad de la estela. Como los valores correspondientes a  $\delta = 6^\circ$  son el 60% de los valores correspondientes a para  $\delta = 10^\circ$ , podemos afirmar que la severidad (amplitud inicial), es proporcional al ángulo de ataque del puente fijo. La severidad de la trepidación ( $y_\infty / c_2$ ), graficada en la Fig. 5 se puede ajustar muy bien usando la potencia 2,7 de la velocidad. Resumiendo:

$$1) \frac{y_\infty}{c_2} = K_1 \delta \quad 2) \frac{y_\infty}{c_2} \approx K_2 (y_\infty)^{2,7}, \quad \text{donde: } K_1 \text{ y } K_2 \text{ son constantes, } c_2 = \text{cuerda}$$

En la Fig. 6 se muestra la magnitud del amortiguamiento aerodinámico en función de la velocidad. Se ha considerado amortiguamiento aerodinámico del tipo viscoso  $\zeta$  en porcentaje del amortiguamiento crítico. El modelo aerodinámico es invíscido y el modelo estructural no incluye amortiguamiento, sin embargo el comportamiento del sistema muestra amortiguamiento. El amortiguamiento aerodinámico implica energía transferida al aire por la estructura. El comportamiento es interesante ya que el amortiguamiento crece con la velocidad presentando un máximo cercano a la velocidad de flutter. Superada la velocidad de flutter la transferencia es a la inversa, pasa energía del aire al puente.

Los amortiguamientos en función de la velocidad para el caso  $\delta = 10^\circ$ , se calcularon con la fórmula del decaimiento logarítmico en el tiempo a partir de las gráficas  $y(t)$  de la Fig. 3. El caso  $\delta = 6^\circ$  no se ha graficado pero los resultados son similares al caso  $\delta = 10^\circ$ . El caso  $\delta = 0^\circ$  se graficó utilizando el programa AlaR<sup>16</sup> que permite resolver problemas de flutter y divergencia trabajando en el dominio de las frecuencias.

#### 4.2.2 Influencia de la posición relativa de los puentes ( $h$ y $v$ )

Para analizar la influencia que tiene la posición relativa de los puentes sobre la severidad de la trepidación, se hace variar la distancia vertical  $v$  entre los puentes (Fig.7), y posteriormente la distancia horizontal  $h$  (Fig. 8), a partir de los parámetros correspondientes a la Fig. 3 ( $v=0$  y  $h=2c_2$ ) y se considera el caso  $V_\infty = 120 \text{ ft/s}$ .

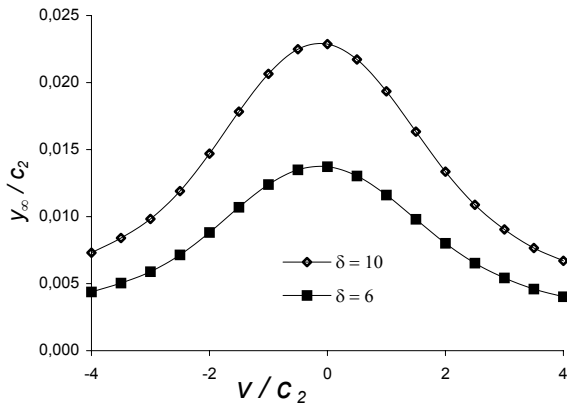


Fig. 7: Influencia de la ubicación vertical relativa  $v$  cuando:  $h = 2 c_2$   $V_\infty = 120$  ft/s.

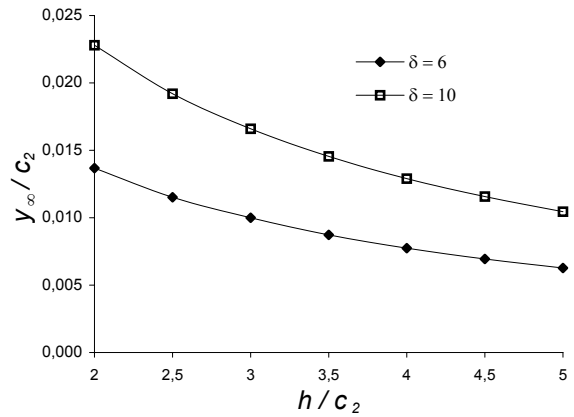


Fig. 8: Influencia de la ubicación horizontal relativa  $h$  cuando:  $v = 0$   $V_\infty = 120$  ft/s.

En las figuras 7 y 8 se observa que los valores correspondientes a  $\delta = 6^\circ$  son el 60% de los valores correspondientes a para  $\delta = 10^\circ$ , igual que en la Fig. 5. Esto permite afirmar que la severidad de la trepidación es proporcional al ángulo  $\delta$  del puente fijo.

$$\frac{y_\infty}{c_2} = K_1 \delta \quad \text{donde: } c_2 = \text{cuerda y } K_1 = \text{constante}$$

En la Fig. 7 se observa que el máximo ocurre cuando  $v$  es negativo ( $v \approx -0,1 c_2$ ). El gráfico es aproximadamente simétrico respecto al eje  $v = 0$ . Los gráficos en ambas figuras se pueden ajustar sin mucho error con una curva de variación inversa con la distancia entre los puentes “ $d$ ”. De una manera poco precisa se puede decir que la severidad de la trepidación es inversamente proporcional, a la distancia entre los centros de gravedad de los puentes.

$$\frac{y_\infty}{c_2} \approx \frac{K_3}{d} \quad \text{donde: } d = \sqrt{v^2 + h^2} \text{ y } K_3 = \text{constante}$$

Notar que en la Fig. 8  $d=h$ , y en la Fig. 7  $d = \sqrt{v^2 + (2c_2)^2}$

### 4.3 Condiciones iniciales no nulas $\delta_0$ y $V_{0\infty}$

Los resultados de la sección 4.2 corresponden a condiciones iniciales nulas y un salto brusco en el ángulo de inclinación del puente 1. Se pueden lograr idénticos resultados mediante un cambio brusco de la velocidad del aire no perturbado  $V_\infty$ .

1.  $V_\infty(t) = V_\infty$        $\delta(t \leq 0) = \delta_0 = 0 \rightarrow \delta(t > 0) = \delta$
2.  $\delta(t) = \delta$        $V_\infty(t \leq 0) = V_{0\infty} = 0 \rightarrow V_\infty(t > 0) = V_\infty$

Cuando las condiciones iniciales no son nulas, hay que distinguir entre velocidad y cambio de velocidad ( $V_\infty$  y  $\Delta V_\infty$ ), y también entre ángulo y cambio de ángulo ( $\delta$  y  $\Delta\delta$ ). Utilizando los resultados de la sección anterior podemos anticipar el comportamiento dinámico del puente 2

en la siguiente situación:

1) en el instante inicial ( $t=0$ ), el puente 2 está en reposo en la posición de equilibrio estático  $y_{0\infty}$  correspondiente a las condiciones iniciales no nulas  $\delta_0$  y  $V_{0\infty}$ , (que han actuado sin variaciones por un largo tiempo),

2) en esas condiciones se produce un cambio repentino de la velocidad  $\Delta V_\infty$  y/o un cambio repentino del ángulo  $\Delta\delta$ ,

3) luego esos parámetros ( $\delta_0 + \Delta\delta$ ,  $V_{0\infty} + \Delta V_\infty$ ) quedan fijos en el tiempo.

Para estas condiciones iniciales, podemos inferir, que la amplitud inicial de la trepidación  $\Delta y_\infty$  será aproximadamente (ver Fig. 5):

$$\Delta y_{\text{máx}} = K_4 \Delta y_\infty \quad \text{donde} \quad 3 < K_4 < 4$$

$$\Delta y_\infty = y_\infty(\delta_0 + \Delta\delta, V_{0\infty} + \Delta V_\infty) - y_\infty(\delta_0, V_{0\infty})$$

Si hay fluctuaciones en la velocidad del aire (ráfagas) y/u oscilaciones del puente 1, la posición de equilibrio estático asociada a la configuración instantánea del sistema cambia continuamente y el puente 2 oscila indefinidamente. Una situación potencialmente peligrosa puede ocurrir si las fluctuaciones tienen una frecuencia (indeseada) próxima a una de las frecuencias naturales del puente que son función de la velocidad del aire.

## 5. CONCLUSIONES

Se desarrolló un programa capaz de simular el comportamiento de puentes arriostrados bajo efecto de flujos vorticosos. Se considera al flujo de aire y al puente como elementos de un único sistema dinámico. El potencial de este método radica en la capacidad de describir el comportamiento del sistema en el dominio del tiempo.

El programa fue desarrollado originalmente para simular el comportamiento de un único puente frente a flujos sin perturbar. El empleo del método predictor-corrector de Hamming que utiliza el programa permite realizar las simulaciones en una moderna PC. Además, la estructura modular del programa original permite la fácil incorporación de nuevos elementos en el sistema: por ejemplo, en el presente trabajo se agregó otro puente (fijo) que produce un flujo vorticoso.

Para validar la metodología propuesta, se realizó una simulación con el puente fijo lo suficientemente alejado para que su influencia sobre el puente móvil fuera despreciable. Los resultados concuerdan con los obtenidos por Preidikman<sup>10, 14</sup> y Fung<sup>13</sup>.

En este trabajo se presenta un método interesante que ayuda en la etapa de diseño cuando se necesita analizar el comportamiento de un puente arriostrado. Por otra parte al poder estudiar las oscilaciones, también es una herramienta valiosa cuando se desea estudiar los elementos del puente en el campo de la fatiga.

En investigaciones futuras se analiza la posibilidad de usar elementos finitos para modelar el sistema con más exactitud, todo esto gracias al continuo y rápido avance de los ordenadores modernos. Una “mejora” relativamente fácil de instrumentar sería considerar al puente 1 como móvil. Aun así este método, en su versión actual, es lo suficientemente exacto y computacionalmente económico para ser considerado una alternativa viable en este tipo de análisis.

**REFERENCIAS**

- [1] E. Simiu and R. H. Scanlan, *Wind Effects on Structures: Fundamentals and Applications to Design*, John Wiley & Sons, Inc., New York, (1996).
- [2] M. Pirner, O. Fischer, J. Naprstek, and V. Kolousek, *Wind Effects on Civil Engineering Structures (Studies in Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol 2)*, Elsevier Publishing Company, North Holland, (1984).
- [3] G. Piccardo and G. Solari, "Closed form prediction of 3-D wind-excited response of slender structures", *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics*, 74-76 (0), pp. 697-708, (1998).
- [4] G. Solari and M.P. Repetto, "General tendencies and classification of vertical structures under gust buffeting", *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics*, 90 (11), pp. 1299-1319, (2002).
- [5] H. Bachmann Et Al., *Vibration Problems in Structures*, Birkhäuser Verlag, New York, (1995).
- [6] K. Irish and R. G. Cochrane, "Wind-induced oscillation of circular chimneys and stacks", *Structural Engineer*, vol. 49, no.6, June, (1971).
- [7] A. Bolton, "Wind excitation of steel chimneys", *Structural Engineer*, vol. 72, no. 5, March (1994).
- [8] Yeong-Bin Yang, Su-Vai Mac, and Chern-Hwa Chen, "Multi-mode coupled buffeting analysis of cable-stayed bridges", *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, vol. 1, no. 3, pp. 429-453, (2001).
- [9] M. Matsumoto and X. Chen, "Time Domain Analytical Method of Buffeting Responses for Long-Span Bridges", *Proceedings of 14th National Symposium on Wind Engineering*, pp. 515-520, December, (1996).
- [10] S. Preidikman, "Numerical Simulations of Interactions Among Aerodynamics, Structural Dynamics and Control Systems", Ph.D. Thesis, Department of Engineering Science and Mechanics, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, (1998).
- [11] T. Cebeci, *An Engineering Approach to the Calculation of Aerodynamic Flows*, Springer-Verlag, New York, (1999).
- [12] J. Katz and A. Plotkin, *Low Speed Aerodynamics: from wing theory to panel methods*, Mc-Graw Hill Series in Aeronautical and Aerospace Engineering, New York, (1991).
- [13] Y. C. Fung, *The Theory of Aeroelasticity*, Dover, New York, pp. 236, (1969).
- [14] S. Preidikman, D. T. Mook, "A new method for actively suppressing flutter of suspension bridges", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 69-71, 955-974, (1997).
- [15] K. D. Jones and M. F. Platzer, "Time-Domain Analysis of Two Airfoil System with Application to Unsteady Rotary Wing Flowfields", *AIAA Journal*, 95-0337, (1995).
- [16] J. Massa, *Programa ALAR: Manual del Usuario*, Dto. de Estructuras, U.N.C, (2002).