

SIMULAÇÃO TEÓRICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA DE UMA PELÍCULA LÍQUIDA DESCENDENTE AO LONGO DA PAREDE VERTICAL INTERNA DE UM TUBO CILÍNDRICO

José C. P. Pinto^{*}, Alcides Padilha^{}, Vicente L. Scalon^{**}**

^{*} CEFET-PR – Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná,
Unidade de Cornélio Procópio, Av. Alberto Carazzai. 1640
CEP – 86.300-000 Cornélio Procópio. PR.
email: josecarlospp@uol.com.br

^{**} Faculdade de Engenharia de Bauru – UNESP – Campus de Bauru,
Av. Luiz Edmundo Carrijo Coube. S/N, CEP – 17033-360 . Bauru. SP.
email: padilha@feb.unesp.br e scalon@feb.unesp.br

Palavras-Chave: Película descendente, Evaporação de película, Diferenças finitas.

Resumo. *O filme líquido descendente tem se tornado uma das maneiras mais eficazes de transferir calor e massa nos processos de evaporação e condensação. No campo das aplicações industriais, o escoamento de um líquido em superfície livre encontra sua principal utilização em trocadores com transferência de calor e massa. A principal vantagem desse tipo de dispositivo é a grande superfície de contato da fina camada de líquido em circulação, que possibilita altas taxas de transferência de calor e massa, necessitando de um pequeno fluxo de líquido. Por conseguinte, é de fundamental importância o conhecimento da quantidade de massa evaporada em um determinado comprimento de tubo. Neste trabalho, é considerado apenas a evaporação de uma substância pura. É mostrado que a transferência de massa ocorre na interface do filme de líquido com a mistura ar vapor. Na solução numérica do modelo matemático para obtenção dos resultados quantitativos, a espessura do filme de líquido varia ao longo do comprimento do tubo devido a transferência de massa produzindo um domínio de solução irregular, o que é contornado pelo emprego das técnicas das Transformadas de Landau, que por sua vez tornam as equações que governam o processo mais complexas. O objetivo principal deste trabalho consiste no desenvolvimento de um método de solução capaz de estimar através de métodos numéricos a taxa de evaporação de uma substância pura em um trocador de calor compacto em função dos parâmetros de projeto, bem como, apresenta uma tentativa para melhorar os modelos descritos anteriores e eliminar alguma de suas limitações.*

1 INTRODUÇÃO

A transferência de calor e massa em película de filme líquido descendente já, há muito tempo tem sido assunto de numerosas pesquisas. Nestes casos, os resultados analíticos e experimentais tem sido especialmente direcionados às mais diversas áreas, destacando-se o crescente setor da obtenção de água consumível, a partir de projetos de dessalinização de água do mar, de acordo com Awerbuch [1]. Além disto, o pequeno tempo de contato entre a superfície sólida aquecida e a película líquida descendente, em tubos verticais, bem como altos coeficientes de transferência de calor, são requisitos essenciais em processos de destilação térmica MED (Multi-Effect-Distillation). Em dispositivos deste tipo a diferença de temperatura entre o fluxo de vapor e o filme líquido deve ser mantida a menor possível.

Outro estudo experimental, desenvolvido por Uche et. al. [2], teve como principal objetivo, o estudo do comportamento de vários evaporadores segundo o tipo e configuração, para diferentes projetos de dessalinização térmica. Através deste trabalho é possível avaliar as alterações que implicam em diferentes metodologias de transferência de calor na região interna ou externa ao tubo. Por fim, destaca-se neste trabalho o modelo de dessalinização térmica (MED) para evaporadores de tubos verticais como uma das melhores alternativas.

No trabalho desenvolvido por Bouroni et al.[3], por sua vez, foram confrontadas as várias técnicas de obtenção de água refrigerada a partir da destilação de água salgada. Dentre as alternativas avaliadas verificou-se que o evaporador compacto de película de filme descendente consiste numa das melhores escolhas. Esta conclusão foi possível considerando-se as necessidades circunstanciais de atividades econômicas específicas, onde uma baixa produção diária de água consumível (abaixo de $10 \text{ m}^3/\text{dia}$) que é necessária para a sustentação da vida de pequenos grupos humanos, bem como, um mínimo de atividades agrícolas em regiões hostis e áridas. Este consiste numa outra importante frente de atuação dos sistemas de evaporação por película.

Considerando os modelos matemáticos desenvolvidos para tratamento de problemas deste tipo pode-se destacar o trabalho desenvolvido por Assad e Lampinem [4]. Este estudo foi desenvolvido tomando por base os processos de transferência de calor e massa em um escoamento laminar numa superfície vertical mantida a temperatura constante. Também foi possível mostrar que, nestas situações, quando existe uma boa distância entre as superfícies, obtêm-se uma máxima taxa de resfriamento por unidade de volume. Para complementar o modelo desenvolvido foi realizada uma avaliação dos coeficientes de transferência combinada de calor e massa em película líquida descendente sobre superfície tubular vertical, utilizando-se dois métodos distintos, por Islam et. al. [5]. Nesta análise, os coeficientes efetivos de transferência de massa obtido com o método combinado e o método LMDT, concordaram em aproximadamente 10%, já os resultados para o coeficiente de transferência de calor entre os dois métodos utilizados demonstraram ser significativamente grande, entretanto, todos os coeficientes de transferência, aumentaram com o crescente resfriamento do líquido no interior do tubo.

O presente trabalho apresenta-se no sentido de complementar estas informações existentes propondo um modelo matemático capaz de estimar, através da aplicação dos métodos

numéricos, a taxa de evaporação de uma substância pura em um determinado comprimento de tubo de um trocador de calor compacto em função de parâmetros de projeto desde a sua região de entrada.

1.1 Nomenclatura

Letras Latinas

c_L – Calor específico a pressão constante do líquido
 c_p – Calor específico a pressão constante do ar
 C_{sup} – Concentração de vapor d'água por unidade de massa logo acima da interface
 C_∞ – Concentração de vapor d'água por unidade de massa no ar úmido
 $g_{(z)}$ – Aceleração da gravidade na direção z
 h_{conv} – Coeficiente de transferência de calor por convecção
 h_D – coeficiente de transferência de massa;
 h_{lv} – entalpia de vaporização;
 k – condutibilidade térmica do fluido;
 \dot{m}_{evap} - taxa de evaporação do fluido;
 q_k – fluxo de calor condutivo
 q_c – fluxo de calor convectivo
 R^* – raio interno adimensional do tubo;
 Pr - número de Prandtl
 Re - número de Reynolds
 Fr - número de Froud
 Bi - número de Biot
 Le - número de Lewis
 Ste - número de Stefan
 r, z – coordenadas radial e axial, respectivamente;

T_z^r – temperatura do fluido no sistema de coordenadas;
 T_w – temperatura da parede interna do tubo;
 T_0 – temperatura inicial do fluido;
 T_∞ - temperatura do ar úmido no centro do tubo;
 T_{sup} – temperatura da interface;
 V_z^r – componentes da velocidade no sistema de coordenadas;
 V_{med} – velocidade média;
 ΔC^* - incremento adimensional de concentração de espécie
 ΔZ^* - incremento adimensional de comprimento do tubo na direção axial

Letras gregas

α - difusividade térmica
 ρ – densidade do fluido
 ρ_{sup} – densidade do fluido na interface
 μ – viscosidade dinâmica do fluido
 η – coordenada radial adimensional
 δ – espessura da película
 θ – direção angular
 \emptyset – inclinação vertical da película

2 MODELO MATEMÁTICO

O modelo físico proposto é descrito esquematicamente na figura 1. Um filme líquido de substância pura, flui descendente sobre a superfície interna de um tubo vertical. A película de líquido escoia em fluxo laminar simétrico em co-corrente com uma mistura ar-vapor d'água a uma determinada pressão e temperatura, enquanto a parede do tubo é mantida a uma temperatura constante. Para $z = 0$, a película líquida entra no trocador a uma temperatura T_0 , velocidade V_0 e a pressão na interface corresponde a pressão de vaporização da substância.

Isto faz com que o processo de transferência de massa tenha início na interface líquido-vapor, onde ocorre a mudança de fase. A substância evaporada difunde-se na mistura e assim, a medida que a película escoia sobre a superfície do tubo, parte da sua massa evapora enquanto a umidade relativa da mistura aumenta.

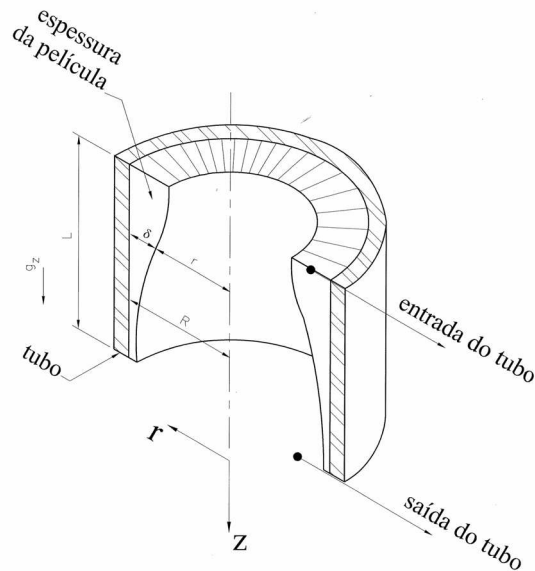
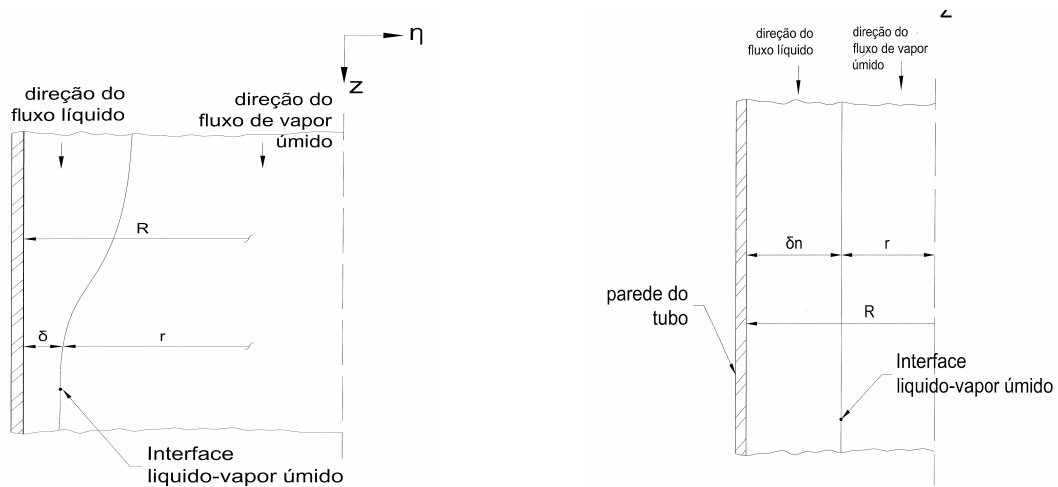


Figura 1: Descrição da película descendente em contato com gás absorvedor.

As seguintes suposições simplificadoras foram admitidas na formulação do modelo matemático:

- (1) Regime permanente.
- (2) As propriedades físicas do filme de líquido são constantes e independentes da temperatura e concentração;
- (3) Escoamento laminar;
- (4) Fluido Newtoniano;
- (5) Perfil de velocidade unidimensional e plenamente desenvolvido;
- (6) Sistema sem geração de energia;
- (7) Temperatura da parede do tubo constante.

Devido ao processo de evaporação, a película de líquido tem sua espessura diminuída a medida que escoia ao longo da parede interna do tubo, isto implica em um domínio de solução irregular como mostrado na Fig. 2 (a), podendo ser transformado em um domínio regular mostrado na Fig. 2 (b) pela aplicação das Transformadas de Landau. De acordo com Padilha [6], o custo desta transformação matemática é o aumento da não linearidade no sistema de equações resultante.



(a) Domínio Físico

(b) Domínio de Integração

Figura 2: Transformação de Domínio

Para o desenvolvimento desta transformação estabelece-se o parâmetro adimensional das Transformadas de Landau definido pela relação:

$$\eta = \frac{r + \delta - R}{\delta} \quad (1)$$

que aplicado ao sistema de equações fundamentais e incluindo suas respectivas hipóteses simplificadoras às Equações da Continuidade, Quantidade de movimento e Energia, respectivamente, resulta em:

$$\frac{V_r^\eta}{\delta \cdot (\eta - 1) + R} + \frac{1}{\delta} \frac{\partial V_r^\eta}{\partial \eta} + \frac{\partial V_z^\eta}{\partial z} + \frac{(1 - \eta)}{\delta} \frac{\partial V_z^\eta}{\partial \eta} \frac{\partial \delta}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

$$\rho \cdot V_z^\eta \left(\frac{\partial V_z^\eta}{\partial z} + \frac{(1 - \eta)}{\delta} \frac{\partial V_z^\eta}{\partial \eta} \frac{\partial \delta}{\partial z} \right) = \mu \left[\left(\frac{1}{\delta \cdot (\eta - 1) + R} \right) \frac{\partial V_z^\eta}{\partial \eta} \frac{1}{\delta} + \frac{1}{\delta^2} \frac{\partial^2 V_z^\eta}{\partial \eta^2} \right] + \rho \cdot g_z^\eta \quad (3)$$

$$V_z^\eta \left[\frac{\partial T^\eta}{\partial z} + \frac{\partial T^\eta}{\partial \eta} \frac{\partial \delta}{\partial z} \frac{(1 - \eta)}{\delta} \right] = \alpha \cdot \left[\frac{\partial T^\eta}{\partial \eta} \left(\frac{1}{\delta^2 \cdot (\eta - 1) + R \delta} \right) + \frac{\partial^2 T^\eta}{\partial \eta^2} \frac{1}{\delta^2} \right] \quad (4)$$

e sujeitas às condições de contorno:

$$\begin{aligned}
 z = 0 & \rightarrow V_z^\eta = U_0, V_r^\eta = 0, T = T_0 \\
 \eta = 1 & \rightarrow V_z^\eta = 0, V_r^\eta = 0, T = T_w \\
 \eta = 0 & \rightarrow \frac{dV_z^\eta}{d\eta} = 0 \text{ e as equações de conservação aprestadas a seguir.}
 \end{aligned} \tag{5}$$

O transporte de energia entre a parede do tubo e o ar úmido na presença de transferência de massa depende de dois fatores relacionados: do gradiente de temperatura entre a parede e o ar úmido e da razão do coeficiente de difusão de massa. A relação da transferência de energia e estes fatores pode ser obtida por meio de balanço de energia aplicado na interface, como mostrado através da equação da conservação da massa na interface:

$$\rho_l \cdot V_{med1} \cdot \left(R - \frac{\delta_1}{2} \right) \delta_1 = \rho_l \cdot V_{med2} \cdot \left(R - \frac{\delta_2}{2} \right) \delta_2 + h_D \cdot (R - \delta_1) \cdot \Delta z \cdot (C_{sup} - C_\infty) \tag{6}$$

e a equação da conservação da energia na interface, pela relação :

$$-k \frac{\partial T^r}{\partial r} \left[1 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial z} \right)^2 \right] = \frac{\dot{m}_{evap}}{2\pi \cdot (R - \delta) \cdot \Delta z} \cdot h_{lv} + h_{conv} \cdot (T_{sup} - T_\infty) \cdot \sqrt{\left(\frac{\partial \delta}{\partial z} \right)^2 + 1} \tag{7}$$

Aplicando as Transformadas de Landau na Eq. (7) tem-se a seguinte equação para a conservação da energia na interface:

$$-\frac{\partial T^\eta}{\partial \eta} = \frac{h_{conv} \cdot \delta}{k \cdot \sqrt{\lambda}} \cdot (T_{sup}^\eta - T_\infty^\eta) + \frac{\delta \cdot h_{lv} \cdot \dot{m}_{evap}}{\lambda \cdot k \cdot 2\pi \cdot (R - \delta) \cdot \Delta z} \tag{8}$$

sendo que:

$$tg \ \varnothing = \frac{\partial \delta}{\partial z} \quad e \quad \lambda = 1 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial z} \right)^2$$

A adimensionalização das equações pode ser obtida a partir das transformações resultantes da aplicação dos seguintes parâmetros adimensionais:

$$\begin{aligned}
 \delta &= \delta^* \cdot \delta_0, \quad R = R^* \cdot \delta_0, \quad Z = Z^* \cdot \delta_0, \quad v_z^\eta = v_z^* \cdot u_0, \quad v_r^\eta = v_r^* \cdot u_0, \quad \theta^* = \frac{T^\eta - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad \Delta C = \Delta C^* \cdot \rho \\
 \frac{h}{h_D} &= \rho \cdot c_p \cdot Le^{\frac{2}{3}}, \quad Bi = \frac{h \cdot \delta_0}{k_{H_2O}}, \quad Re = \frac{u_0 \cdot \delta_0}{\nu}, \quad Fr = \frac{u_0^2}{\delta_0}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad Ste = \frac{c_p \cdot (T_p - T_\infty)}{h_{lv}}
 \end{aligned} \tag{9}$$

Com base nestes adimensionais as equações (2) a (4) podem ser representadas por

$$\frac{v_r^*}{\delta^* \cdot (\eta - 1) + R^*} + \frac{1}{\delta^*} \left(\frac{\partial v_r^*}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial v_z^*}{\partial z_z^*} + \frac{(1 - \eta)}{\delta^*} \left(\frac{\partial v_z^*}{\partial \eta} \frac{\partial \delta^*}{\partial z_z^*} \right) = 0 \tag{10}$$

$$\frac{1}{Fr} + \frac{1}{\delta^* \cdot Re} \left[\frac{1}{\delta^* (\eta-1) + R^*} \frac{\partial v_z^*}{\partial \eta} + \frac{1}{\delta^*} \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial \eta^2} \right] = v_z^* \cdot \left[\frac{\partial v_z^*}{\partial z^*} + \frac{\partial v_z^*}{\partial \eta} \frac{\partial \delta^*}{\partial z^*} \frac{(1-\eta)}{\delta^*} \right] \quad (11)$$

$$v_z^* \cdot \left[\frac{\partial \theta^*}{\partial z^*} + \frac{\partial \theta^*}{\partial \eta} \frac{\partial \delta^*}{\partial z^*} \frac{(1-\eta)}{\delta^*} \right] = \frac{1}{\delta^* \cdot Re \cdot Pr} \left[\frac{\partial \theta^*}{\partial \eta} \frac{1}{\delta^* (\eta-1) + R^*} + \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial \eta^2} \frac{1}{\delta^*} \right] \quad (12)$$

A equação (6) na sua forma adimensionalizada pode ser representada por:

$$v_{med1}^* \cdot \left[R^* - \frac{\delta_1^*}{2} \right] \delta_1^* = v_{med2}^* \cdot \left[R^* - \frac{\delta_2^*}{2} \right] \delta_2^* + \frac{Bi}{Le^{\frac{2}{3}} \cdot Pr \cdot Re} \cdot [R^* - \delta_1^*] \Delta Z^* \cdot \Delta C_{Ar}^* \cdot c_p^* \quad (13)$$

e a equação (8), por sua vez, pode ser adimensionalizada como:

$$-\frac{\partial \theta^*}{\partial \eta} = Bi \cdot \left(\frac{\theta^*}{\lambda^{\frac{1}{2}}} + \frac{\Delta C^*}{\lambda \cdot Ste \cdot Le^{\frac{2}{3}}} \right) \quad (14)$$

O sistema formado pelas equações (10) a (14), associado às condições de contorno também na sua forma adimensional, foi discretizado pela técnica das diferenças finitas e o sistema de equações algébricas não linear resultante resolvido de maneira iterativa.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com base nesta formulação foi possível montar um modelo numérico para a solução do mecanismo de resfriamento através de um fluxo anular do filme líquido num tubo vertical, com transferência de calor e massa.

No caso deste trabalho foi dado um especial enfoque para a variação das condições de troca de calor e massa na superfície do filme através da variação do número de Biot. As demais variáveis adimensionais foram mantidas constantes em função de parâmetros previamente estabelecidos em estudos em andamento. Os valores adimensionais utilizados para a obtenção dos resultados apresentados neste trabalho podem ser vistos na tabela (1).

Tabela 1: Valores adimensionais utilizados nas soluções presentes neste trabalho.

Re = 414,4	Fr = 39,1	Le = 0,865	Pr = 6	Ste = 0,05
R* = 17,5	v = 695.10 ⁻⁹ m ² /s	δ ₀ = 0,0006 m	c _p * = 1000	ΔC* = 0,01

Para a solução do problema foi utilizada um malha computacional dividida em 30 pontos na direção radial e um número de pontos variável na direção axial (incrementos adimensionais de ΔZ* = 0,0075). Esta malha, associada ao modelo de solução adotado,

mostrou-se estável e consistente para os valores adimensionais utilizados. As oscilações do perfil de temperatura, quando se apresentaram, foram eliminadas através de sucessivos refinamentos da malha.

De posse dos resultados, uma série de gráficos foram elaborados. A figura 3, por exemplo, mostra o comportamento da espessura da película, na sua forma adimensional, ao longo do comprimento do tubo para diversos valores do número de Biot. A curva superior (sem evaporação), entretanto, mostra o comportamento da espessura da película fruto simplesmente do desenvolvimento hidrodinâmico do escoamento. Neste caso, não é considerado nenhum tipo de troca de calor e massa entre o filme líquido e o escoamento gasoso que o envolve, sendo equivalente a um caso com $Bi=0$. Esta curva é utilizada no gráfico apenas como referência de maneira a permitir a sua comparação com os demais valores de Bi .

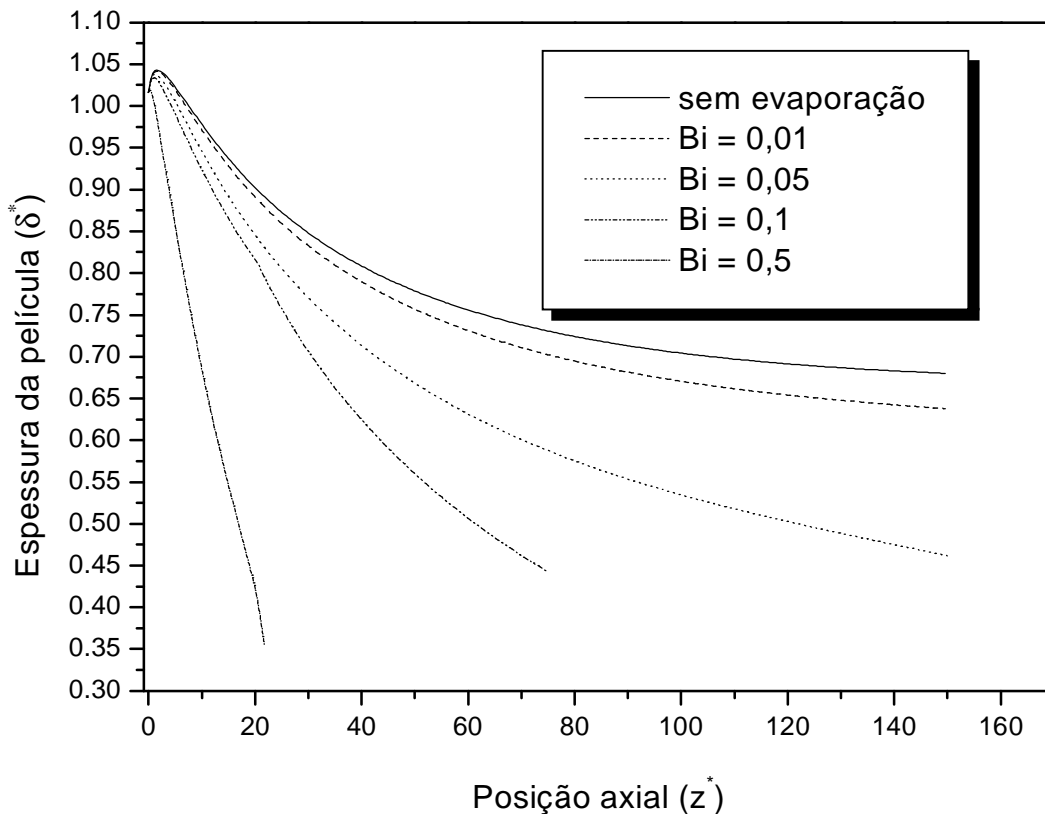


Figura 3: Espessura da película em função da posição axial do escoamento e do número de Biot.

É possível verificar ainda através da figura 3, a influência direta do número de Biot sobre a taxa de evaporação do líquido e, conseqüentemente, sobre a espessura da película. Para exemplificar este fato, pode-se tomar por base a posição axial $Z^*=20$ onde o valor da espessura $\delta^* \sim 0,93$ para a situação sem evaporação e de $\delta^* \sim 0,38$ para o caso mais crítico ($Bi=0,5$). Uma série de comparações similares, para diferentes valores do número de Biot, podem ser realizadas através deste gráfico. Esta comparação é de fundamental importância no

projeto destes dispositivos, uma vez que através dele, é possível determinar o comprimento máximo possível para um evaporador do tipo filme descendente.

Esta mesma linha de raciocínio pode ser utilizada na interpretação do gráfico apresentado na figura 4, onde estão representados os perfis radiais de temperatura para os diferentes valores de Biot utilizados. Através desta figura, é possível notar que, para esta posição, o comportamento do perfil de temperaturas independe do valor de Biot. Este fato, pode ser explicado notando-se que a região perturbada da temperatura (camada limite térmica) não atingiu, em nenhum dos casos, a superfície da película. Por conta disto, a única diferença notável neste gráfico é a dimensão da espessura do filme e a distância que a região perturbada termicamente, se encontra da superfície do filme.

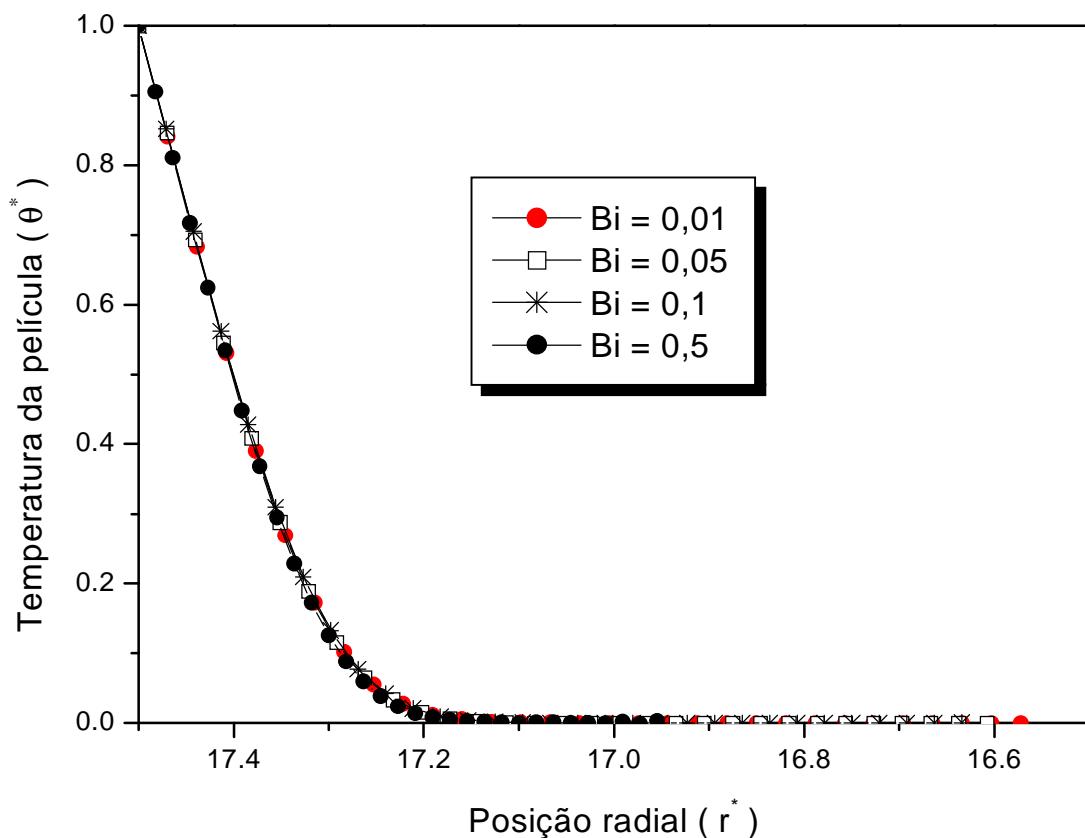


Figura 4 - Perfil de temperatura na posição axial $Z^*=15$ para os diversos valores de Biot.

A evolução dos perfis de temperatura com a posição em função do valor de Biot considerado também pode ser avaliada através dos gráficos apresentados na figura (5). Nesta seqüência, apresentada na referida figura, é possível observar claramente a propagação do efeito da alta temperatura de parede na direção da superfície do filme. Na figura (5a) está representada a situação para $Bi=0,01$, na qual nota-se a evolução dos perfis com uma pequena elevação na superfície do filme a partir da posição $Z^*=90$. As curvas para Bi maiores, (5b) e

(5c) mostram um comportamento similar embora seja possível observar a maior intensidade tanto da diminuição da espessura da película, quanto da elevação da temperatura superficial do filme. É importante ressaltar, como mostra a própria legenda dos gráficos, que a posição axial Z^* máxima, é maior no caso de $Bi=0,05$. Isto se deve ao fato de que a elevada taxa de evaporação para o caso de $Bi=0,1$ provoca uma rápida diminuição da espessura do filme δ^* , que inviabiliza a solução até posições axiais mais afastadas da região de entrada. Finalmente, a figura (5d) mostra o comportamento dos perfis de temperatura para taxas de evaporação e convecção bastante elevadas ($Bi=0,5$). Nesta situação pode-se notar uma elevadíssima taxa de evaporação, com a espessura do filme diminuindo abaixo de 40% da sua espessura na entrada sem que a difusão térmica tenha, sequer, atingido a superfície do filme.

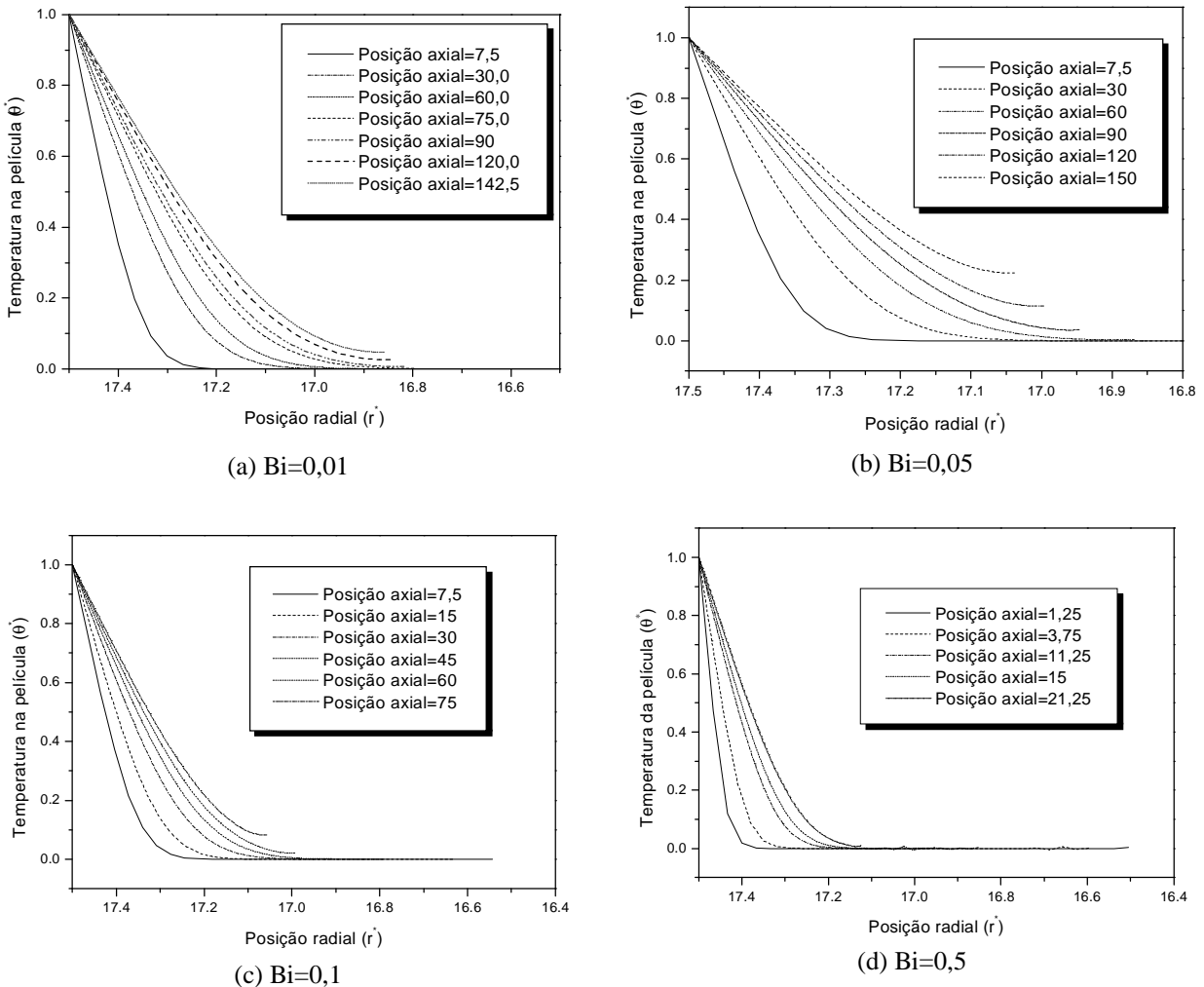


Figura 5: Evolução dos perfis de temperatura com a posição axial para os diversos números de Biot.

4 CONCLUSÕES

Com base nos resultados apresentados pode-se concluir que o modelo numérico utilizando-se da transformação de domínio via “Transformada de Landau” consiste em uma importante ferramenta para a simulação do processo de transferência de calor e massa em filmes líquidos descendentes. Os resultados obtidos, para diversas intensidades do processo de transferência de calor e massa, através da variação do Bi , mostrou resultados consistentes com a expectativa do seu comportamento físico. Este modelo, ainda pode ser utilizado para a análise do comportamento do problema em relação a uma série de outros parâmetros tais como Re , Le , Ste , ΔC^* .

5 REFERÊNCIAS

- [1] Awerbuch, L., “Future Developments in Desalination Processes”, *Desalination*, **50**, 61-70 (1984).
- [2] Uche, J., Artal J. e Serra L., “Comparison of heat transfer coefficient correlations for thermal desalination units”, *Desalination*, **152**, 195-200 (2002)
- [3] Bouroni K. , Martin R. , Tadríst L. e Chaibi M. T., “Heat transfer and evaporation in geothermal desalination units”, *Applied Energy*, **64**, 129-147 (1999)
- [4] Assad M. E. H. e Lampinen M. J., “Mathematical modeling of falling liquid film evaporation process”, *International Journal of Refrigeration*, **25**, 985-991 (2002)
- [5] Islam Md. R., Wijesundera e Ho J. C., “Evaluation of heat and mass transfer coefficients for falling-films on tubular absorbers”, *International Journal of Refrigeration*, **26**, 197-204 (2003)
- [6] Padilha A., *Estudo teórico e experimental do movimento de frente de solidificação por super-resfriamento de um líquido no interior de um duto*, Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP-Campinas/SP, (1990).