

## SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL TERMOFORMADO DE LÁMINAS

Carlos Garrido<sup>1</sup>, Diego Celentano<sup>2</sup> y Fernando Flores<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidad de La Serena, Depto de Ing. Mecánica, La Serena, Chile.  
cgarrido@userena.cl

<sup>2</sup>Universidad de Santiago de Chile, Depto. de Ing. Mecánica, Santiago, Chile.  
dcelenta@lauca.usach.cl

<sup>3</sup>Universidad Nacional de Córdoba, Depto. de Estructuras, Córdoba, Argentina.  
fflores@efn.uncor.edu

**Palabras clave:** termoformado, análisis termomecánico, métodos numéricos.

**Resumen.** *En este trabajo se presenta una simulación numérica del proceso de termoformado de estructuras laminares de materiales termoplásticos. El modelo matemático empleado corresponde a una formulación termomecánica acoplada con presencia de grandes deformaciones y comportamiento no lineal del material. Dicho modelo se resuelve en el contexto del método de elementos finitos combinado aplicando un esquema alternado de solución.*

*La descripción del modelo físico incorpora las herramientas involucradas en el proceso de termoformado considerándose, específicamente, comportamiento rígido para las herramientas y elastoplástico, empleando un criterio de fluencia isótropo y una ley de endurecimiento potencial, para el material de la lámina que se conformará bajo condiciones no isotérmicas. Los parámetros elásticos y de endurecimiento propios de la ley constitutiva del material a termoformar han sido previamente obtenidos a partir de la caracterización experimental de su comportamiento termomecánico en el ensayo de tracción de probetas planas a diferentes temperaturas.*

*A partir de este análisis se espera contar con una herramienta apropiada para la descripción completa del proceso de termoformado permitiendo, además, evaluar la sensibilidad de la respuesta termomecánica para cambios en determinados parámetros de operación.*

## 1. INTRODUCCIÓN

El termoformado de láminas de materiales plásticos es un proceso de transformación. Un material termoplástico, cuando se le calienta a temperaturas y tiempos adecuados, puede adoptar diferentes formas. Al enfriarse recobra su rigidez, conservando la forma que se le ha preestablecido mediante una matriz. En estos procesos están involucradas distintas herramientas que interactúan para obtener el producto deseado. Las herramientas tienen, en general, una rigidez mucho mayor que la de la lámina y, por ende, se las puede considerar indeformables. Típicamente, las herramientas utilizadas están constituidas por la matriz sobre la cual la lámina se apoya y que dará la forma al producto deseado y el pisador, también llamado anillo prensa-chapa, que tiene por finalidad evitar la formación de arrugas y pliegues en la lámina durante el proceso. Existen, además, dos sistemas: uno de calentamiento que permite que la lámina alcance una temperatura adecuada (de termoformado), y otro de enfriamiento cuya finalidad es que el material de la lámina recupere su rigidez original.

Muchas son las áreas de producción que requieren de este tipo de procesos. Se pueden mencionar, por ejemplo, la industria productora de envases y productos lácteos, la fabricación de envases y empaques, la industria automotriz (componentes de la parachoque y tapicería), la fabricación de componentes de línea blanca (refrigeradores, estufas, etc.), etc.

La caracterización acabada del material a conformar requiere conocer la respuesta termomecánica de todos los materiales involucrados en las distintas etapas del proceso. En particular, es necesario evaluar la evolución de los esfuerzos y deformaciones, los efectos de endurecimiento por deformación y, eventualmente, la existencia de un comportamiento anisótropo del material a conformar producto de su elaboración previa en forma de lámina. Adicionalmente, el proceso de termoformado se presenta como un problema transitorio con grandes deformaciones y relativamente altas tasas de deformación en el material de la lámina a conformar, comportamiento plástico no lineal de dicho material, presencia de contacto friccional termomecánico entre las distintas herramientas con la lámina y diversidad de sollicitaciones termomecánicas en cada una de las etapas. Estos factores influyen fuertemente en la calidad del producto termoformado final ya que una elección no adecuada de los mismos puede causar problemas de terminación, agrietamientos, rotura, altas tensiones residuales, etc. y, consecuentemente, una pérdida considerable de recursos. Una correcta descripción del comportamiento de los materiales durante el proceso es fundamental para mejorar la calidad del producto final, optimizar los diseños y equipos y, con ello, incrementar la productividad y competitividad.

La tendencia actual para el análisis de procesos de este tipo se vuelca al empleo de simulaciones numéricas que requieren de modelos constitutivos y técnicas numéricas robustas y apropiadas las cuales, validadas adecuadamente, representen lo más acertadamente posible el evento en estudio.

En este último contexto es que se enmarca el presente trabajo. A partir del análisis se pretende contar con una herramienta apropiada para la descripción completa del proceso de termoformado que permita, además, evaluar la sensibilidad de la respuesta termomecánica para cambios en determinados parámetros de operación.

## 2. FORMULACIÓN TERMOMECAÁNICA

Las ecuaciones que rigen el fenómeno físico que describen el comportamiento material de un proceso termomecánico general vienen dadas por las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento, energía y la desigualdad disipativa, todas ellas definidas en  $\Omega \times \gamma$  donde  $\Omega$  es la configuración deformada o espacial y  $\gamma$  indica el intervalo de tiempo de interés. Tales ecuaciones se escriben como<sup>1-3</sup>:

$$\begin{aligned} \rho J &= \rho_0 \\ \nabla \cdot \sigma + \rho b_F &= \rho \ddot{u} \\ -\rho c \dot{T} - \nabla \cdot q + \rho r - T \beta : d + \rho r_{\text{int}} &= 0 \\ -q \cdot \nabla T + D_{\text{int}} &\geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

siendo  $\rho$  la densidad en la configuración espacial,  $\rho_0$  la densidad en la configuración inicial o material,  $J$  el determinante del tensor gradiente de deformación,  $\sigma$  el tensor de tensiones de Cauchy,  $\nabla$  el operador gradiente espacial,  $b_F$  la fuerza de volumen específica,  $u$  el vector desplazamiento (el punto superpuesto indica derivada temporal),  $c$  el calor específico,  $T$  la temperatura,  $q$  el vector flujo de calor,  $r$  la fuente de calor específica,  $\beta$  el tensor conjugado de la dilatación interna,  $d$  tensor velocidad de deformación ( $d = 1/2(\nabla v + v \nabla)$ , donde  $v$  es la velocidad),  $r_{\text{int}}$  la fuente interna específica y  $D_{\text{int}}$  la disipación interna que, junto con las condiciones iniciales y de contorno y de relaciones constitutivas adecuadas, forman el conjunto de ecuaciones a resolver. Se postula que el comportamiento termomecánico del medio continuo puede ser descrito a través de una función de energía específica  $\psi$  que depende de las siguientes variables de estado: alguna medida de la deformación, la temperatura y un conjunto de variables internas  $\alpha_k$  que describen la fenomenología del proceso las cuales, en general, se definen por leyes de evolución. A menudo es conveniente emplear una formulación Lagrangeana para problemas de sólidos y, por tanto, se adoptan medidas adecuadas de esfuerzos y deformaciones como el segundo tensor de esfuerzos de Piola Kirchhoff  $S$  y la deformación de Green-Lagrange  $E$ . En este contexto, las relaciones constitutivas son<sup>1-3</sup>:

$$\begin{aligned} S &= \rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial E} & r_{\text{int}} &= -\frac{1}{\rho} \left( T \frac{\partial q_k}{\partial T} - q_k \right) \cdot \dot{\alpha}_k \\ \eta &= \frac{\partial \psi}{\partial T} & D_{\text{int}} &= q_k^* \dot{\alpha}_k \\ c &= -T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2} & \text{donde} & \\ q &= -k \cdot \nabla T & E &= \frac{1}{2} (F^T F - I) \\ \beta &= -\rho_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial E \partial T} & q_k &= -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \alpha_k} \end{aligned} \quad (2)$$

Aquí,  $\eta$  es la entropía específica,  $k$  es el tensor de conductividad térmica (que en este

trabajo se supone isótropo),  $q_k$  son las variables conjugadas de  $\alpha_k$  y  $I$  es el tensor unidad de segundo orden. La relación entre las medidas de esfuerzos mencionados es de la forma  $\sigma = (1/J)FSF^T$ .

La definición de la energía específica es crucial en la formulación puesto que describe el comportamiento acoplado de todos los fenómenos a considerar y, por tanto, se deben definir a priori las variables internas asociadas a los efectos (irreversibles) plásticos y su evolución. Una opción muy utilizada en diversas aplicaciones consiste en descomponer aditivamente la energía libre en dos términos relacionados con los fenómenos de termoelasticidad y termoplasticidad<sup>3</sup>. A continuación se presenta una extensión termomecánica de una formulación alternativa ampliamente usada en la modelización de procesos de conformado isotérmico de chapas metálicas<sup>4-6</sup>.

## 2.1 Ley constitutiva: medidas de deformación y esfuerzo

Debido a las grandes deformaciones que se producen en el material durante el proceso de termoformado, se adopta, bajo condiciones de tensión plana, la siguiente ley constitutiva hiperelástica isótropa<sup>4,5</sup>:

$$\begin{aligned}\bar{T} &= \bar{C} : \bar{e}^e \\ \bar{e}^e &= \bar{e} - \bar{e}^p - \bar{e}^{th}\end{aligned}\quad (3)$$

donde  $T$  es el tensor de tensiones de Hencky,  $C$  es el tensor constitutivo elástico,  $e$  es la deformación de Hencky tal que  $e^e$ ,  $e^p$  y  $e^{th}$  son las correspondientes contribuciones elástica, plástica y térmica. La barra sobre estas variables indica que las mismas se refieren a una terna material  $R$  con respecto a la cual se caracteriza el comportamiento anisótropo del material. El tensor  $e$  se define como:

$$\bar{e} = L^T \ln(\Lambda) L \quad (4)$$

donde  $\Lambda = [\lambda]$  y  $L$  son matrices que contienen a los respectivos autovalores y autovectores que resultan de la descomposición espectral del tensor  $\bar{U} = \bar{F}^T \bar{F}$  siendo  $\bar{F} = FR$ .

El tensor de deformaciones plásticas  $e^p$  se define por medio de una ley de evolución planteada en el marco de la teoría de la plasticidad asociada:

$$\dot{\bar{e}}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (5)$$

donde  $f$  es la función de fluencia de Hill 48 y  $\lambda$  es el parámetro de consistencia plástica obtenido, como es usual, de la condición  $\dot{f} = 0$ . Se supone además que el material endurece isotrópamente de acuerdo a la ley de Hollomon:

$$C^p = A^p (\bar{e}_0^p + \bar{e}^p)^{n^p} \quad (6)$$

donde  $C^p$  es la función de endurecimiento,  $\bar{e}^p$  es la deformación plástica efectiva (la magnitud  $\bar{e}_0^p$  es un parámetro de regularización necesario para definir el límite elástico del

material indeformado),  $A^p$  es el coeficiente de rigidez y  $n^p$  es el exponente de endurecimiento (estas dos constantes se obtienen a partir del ensayo de tracción).

La deformación térmica se obtiene de la forma tradicional:

$$\bar{e}^{th} = \bar{\alpha}(T - T_{ref}) - \bar{\alpha}_0(T_0 - T_{ref}) \quad (7)$$

donde  $\bar{\alpha}$  es el coeficiente de dilatación térmica.

Un aspecto a destacar es que, en este contexto, el planteamiento de la ecuación de movimiento se plantea a través del principio de los trabajos virtuales por medio de las medidas de deformación y tensión Lagrangeanas  $\bar{E}$  y  $\bar{S}$ . El tensor de deformaciones de Green-Lagrange  $E$  se escribe como:

$$\bar{E} = \frac{1}{2}L^T(\Lambda^2 - 1)L \quad (8)$$

mientras que el segundo tensor de esfuerzos de Piola-Kirchhoff se calcula, conocido  $\bar{T}$ , como:

$$\begin{aligned} T_L &= L^T \bar{T} L \\ [S_L]_{\alpha\alpha} &= \frac{1}{\lambda_\alpha^2} [T_L]_{\alpha\alpha} \quad [S_L]_{\alpha\beta} = \frac{\ln(\lambda_\alpha / \lambda_\beta)}{\frac{1}{2}(\lambda_\alpha^2 - \lambda_\beta^2)} [T_L]_{\alpha\beta} \\ \bar{S} &= L S_L L^T \end{aligned} \quad (9)$$

donde  $\sigma = (1/J)\bar{F}\bar{S}\bar{F}^T$ .

## 2.2 Formulación termomecánica discretizada

Las ecuaciones de cantidad de movimiento y energía (junto con la conservación de la masa) presentadas anteriormente se discretizan espacialmente en el contexto del método de elementos finitos. La correspondiente forma débil se escribe matricialmente como<sup>3</sup>:

$$\begin{aligned} R_U &\equiv F_U - M\ddot{U} - F_\sigma - F_f = 0 \\ R_T &\equiv F_T - C\overset{\square}{T} - K\overset{\square}{T} - L_{int} - G\overset{\square}{U} - L_f \end{aligned} \quad (10)$$

donde  $R_U$  y  $R_T$  son los respectivos residuos mecánico y térmico,  $F_U$  es el vector de fuerzas externas,  $F_f$  es el vector de contacto mecánico,  $F_\sigma$  es el vector de fuerzas internas,  $M$  es la matriz de masa y  $U$  es el vector de desplazamiento nodal. Además,  $F_T$  es el vector de flujo de calor,  $C$  es la matriz de capacidad,  $K$  es la matriz de conductividad,  $T$  es el vector de temperatura nodal,  $L_{int}$  es el vector de las fuentes internas de calor (disipación estructural),  $G$  es la matriz de acoplamiento termoelástico (que tiene en cuenta la energía asociada a cambios de volumen) y  $L_f$  es el vector de calor generado por fricción entre cuerpos. Los efectos de convección (entre los distintos cuerpos o entre éstos y el medio que los rodea) están incluidos en los términos  $F_T$  y  $K\overset{\square}{T}$ .

El cálculo de  $F_f$  se lleva a cabo mediante un algoritmo de contacto con penalización para el tratamiento de la condición de impenetrabilidad en conjunto con un modelo de fricción de

tipo Coulomb<sup>7</sup>.

La integración temporal de estas ecuaciones se lleva a cabo mediante un esquema explícito de diferencias finitas<sup>6</sup>. La estrategia de solución numérica del sistema acoplado (10) se lleva a cabo mediante un esquema alternado<sup>3</sup>.

### 2.3 Elemento finito termomecánico de lámina

A continuación se describe brevemente el elemento finito termomecánico de lámina delgada empleado en este trabajo. El mismo es, básicamente, una extensión termomecánica de un elemento de lámina ampliamente usado en problemas isotérmicos de embutición<sup>4,6,8</sup>. Este elemento, denominado BST (“triángulo básico de lámina”), emplea sólo grados de libertad de traslación para el comportamiento flexional y de membrana. El elemento es triangular y considera nueve grados de libertad para los desplazamientos y considera un esquema celular para modelar la flexión que incluye tanto al propio elemento como a sus adyacentes; ver Figura 1.

Con el fin de incluir efectos térmicos, en el presente trabajo se extiende la aplicación del elemento BST al análisis de problemas de termoformado propios de materiales plásticos. Dicha extensión supone una variación lineal de la temperatura a través del espesor. Por tanto, el elemento considerado para la resolución de la ecuación de energía corresponde a un paralelepípedo con base triangular que tiene altura variable igual al espesor de la lámina. Así, se tiene un elemento tridimensional de seis nodos cuya variable nodal adicional es la temperatura; ver Figura 1.

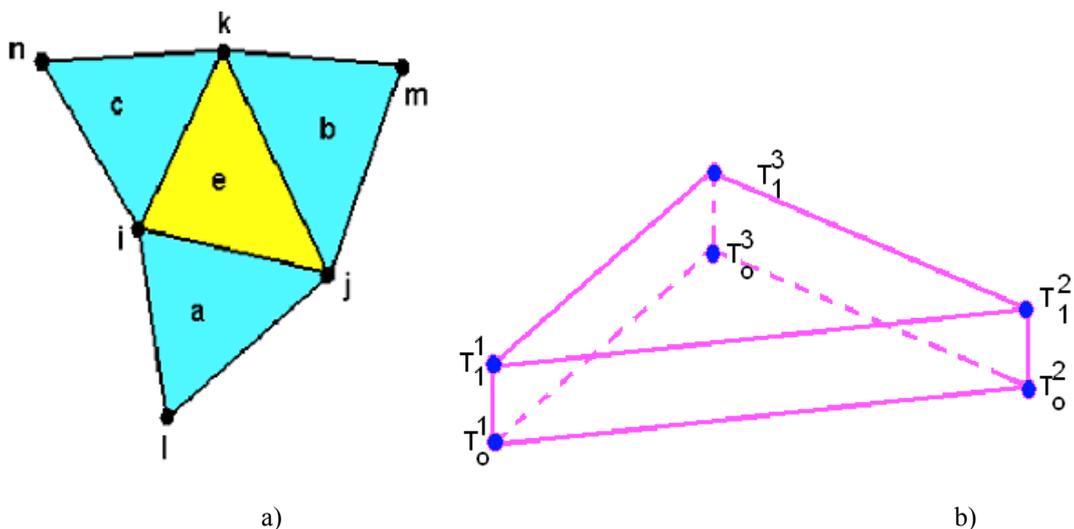


Figura 1. Elemento finito termomecánico de lámina: a) elemento BST para la respuesta mecánica y b) elemento paralelepípedo de base triangular para la respuesta térmica.

La interpolación de la temperatura es de la forma:

$$T = \sum_{l=1}^3 N^l \cdot T_o^l + \frac{2z}{t} \sum_{l=1}^3 N^l \cdot T_1^l \quad (11)$$

donde  $N^I$  son las funciones de forma lineales del triangulo de tres nodos,  $T_o^I$  son las temperaturas nodales sobre la superficie media de la lámina,  $t$  es el espesor,  $z$  es la coordenada isoparamétrica asociada al mismo y  $T_1^I$  son las variaciones de temperatura nodales sobre la superficie media. Estos valores nodales vienen dados por:

$$T_o^I = \frac{T_s^I + T_l^I}{2} \quad T_1^I = \frac{T_s^I - T_l^I}{2} \quad (12)$$

donde  $T_s^I$  y  $T_l^I$  son las respectivas temperaturas nodales en las superficies superior e inferior para el nodo  $I$  de la lámina.

### 3. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

La formulación termomecánica descrita en el apartado anterior ha sido implementada en un programa de cálculo para problemas de embutición isotérmica ya existente<sup>6</sup>. A continuación se presentan dos problemas preliminares de validación de dicha implementación.

#### 3.1 Análisis de una lámina cuadrada

Se analiza una lámina cuadrada de lado 0.04 m la cual se encuentra inicialmente a una temperatura de 0°C y es súbitamente sometida a una carga térmica en todo su contorno de 50°C. Se estudia el comportamiento termomecánico que experimenta la placa en el tiempo. La Tabla 1 muestra los datos del material empleado (nótese que se consideran propiedades variables con la temperatura) en tanto que la Figura 2 muestra esquemáticamente el modelo físico (se indican los puntos A, B, C, D y E para los que más adelante se muestran los resultados). La placa está libre de movimiento ya que su única fijación se halla en el punto A.

Tabla 1. Propiedades del material empleado en la modelación numérica de la placa cuadrada.

Parámetro	Temperatura, °C		
	0	100	200
Módulo de elasticidad, Pa	2.18200x10 <sup>9</sup>	0.027620x10 <sup>9</sup>	0.02762x10 <sup>9</sup>
Razón de Poisson	0.49	0.49	0.49
Coefficiente de rigidez $A^P$ , Pa	38.830x10 <sup>6</sup>	2.687x10 <sup>6</sup>	2.687x10 <sup>6</sup>
Endurecimiento $n^P$	0.0284	0.2442	0.2442
Densidad, kg/m <sup>3</sup>	7800.0	7800.0	7800.0
Esfuerzo de fluencia, Pa	35.0x10 <sup>6</sup>	1.0x10 <sup>6</sup>	1.0x10 <sup>6</sup>
Dilatación térmica, 1/°C	5.0x10 <sup>-5</sup>	5.0x10 <sup>-5</sup>	5.0x10 <sup>-5</sup>
Calor específico, J/Kg°C	2000.0	2000.0	2000.0
Conductividad, W/m°C	0.30	0.30	0.30

Debido a la simetría existente, se analiza sólo la cuarta parte con una malla de 32 elementos finitos. Tal como se mencionó, los resultados que a continuación se presentan tienen por objeto verificar la correcta implementación de la formulación termomecánica anteriormente descrita.

La Figura 3 muestra una secuencia, para distintos intervalos de tiempo, de los resultados obtenidos de la distribución de temperatura y de la deformación mecánica que experimenta la lámina producto del calentamiento que se produce en el tiempo. Puede observarse un comportamiento razonable. La evolución de ambas variables se verificó, para el caso de propiedades constantes, con la solución analítica correspondiente a este caso.

En la Figura 4 se grafica la evolución de la temperatura para dos puntos de la lámina (Puntos A y E). Por otro lado, en la figura 5 se muestra la evolución de los desplazamientos de los puntos B (dirección x) y D (dirección y) y C (ambas direcciones). Tales resultados dan cuenta de la simetría esperada en los valores calculados. Estas respuestas también se verificaron analíticamente para el caso de propiedades constantes.

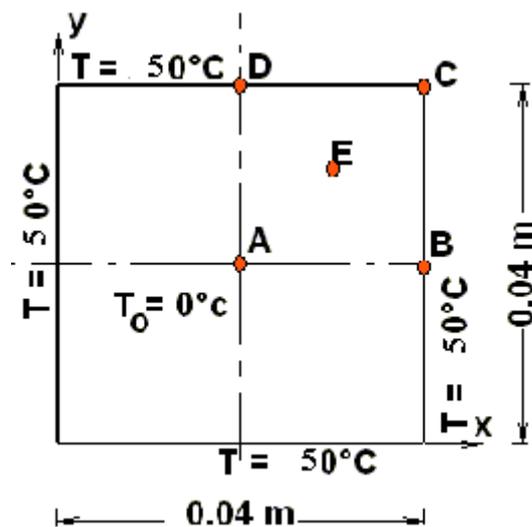


Figura 2. Placa cuadrada: características y detalles de los puntos de análisis.

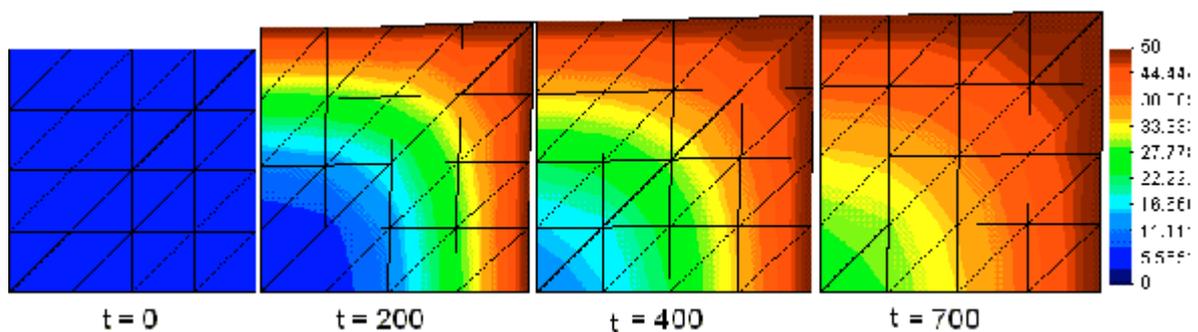


Figura 3. Distribución de la temperatura en la placa para diferentes tiempos (segundos).

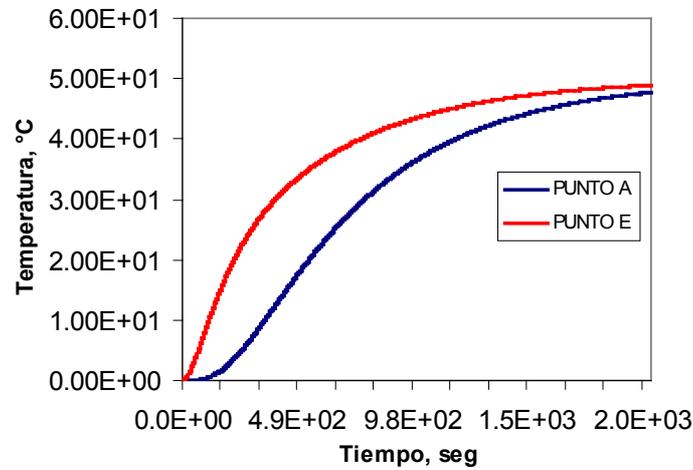


Figura 4. Evolución de la temperatura en los puntos A y E.

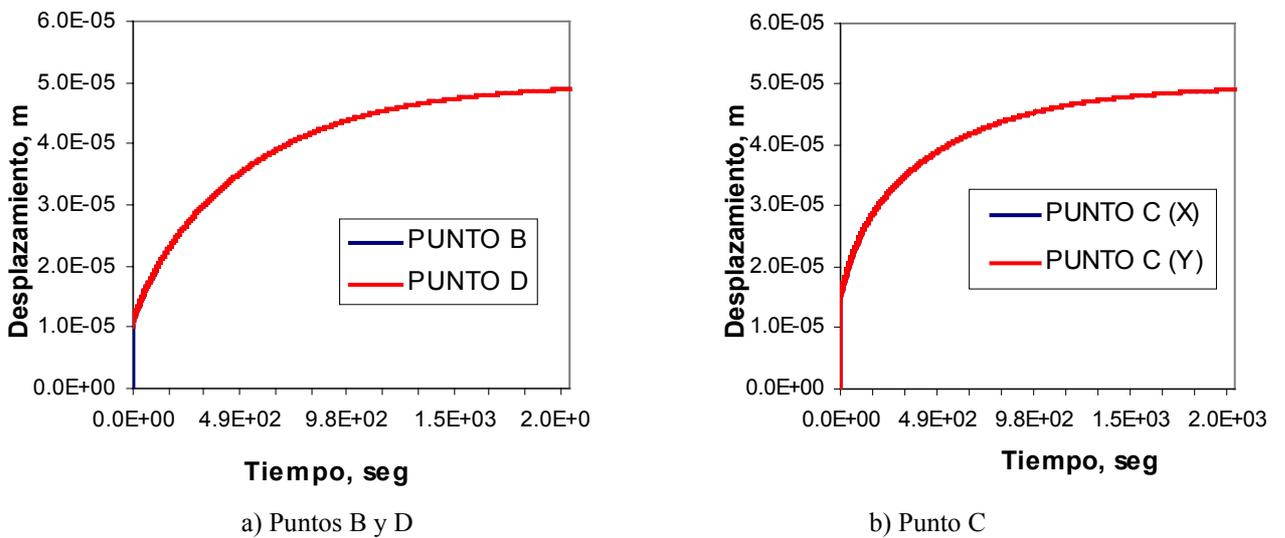


Figura 5. Distribución del desplazamiento en los puntos a) B (dirección x) y D (dirección Y) y b) Punto C (ambas direcciones).

### 3.2 Ejemplo de termoformado de una lámina rectangular

En lo que sigue se muestran resultados preliminares de un proceso de conformado en caliente. La geometría empleada para el análisis se muestra en las Figuras 6 y 7. La lámina cuadrada a embutir de (lados de 150 mm y espesor 2.68 mm) corresponde a un material termoplástico que tiene las propiedades mecánicas dadas en el ejemplo anterior (Tabla 1).

La discretización se realiza, por razones de simetría, sobre un cuarto de todos los componentes que participan en el proceso (herramientas y chapa).

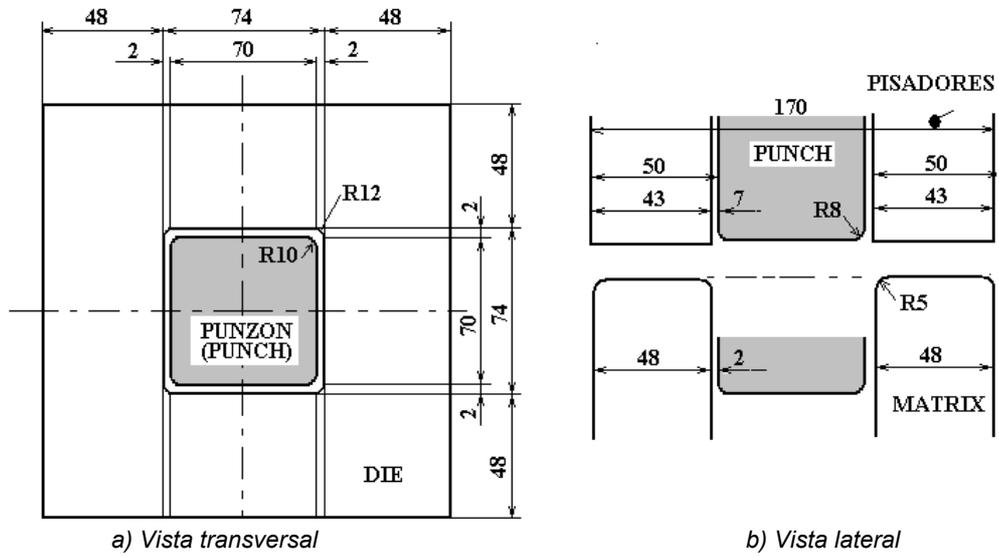


Figura 6. Esquema del punzón y lámina a termoformar.

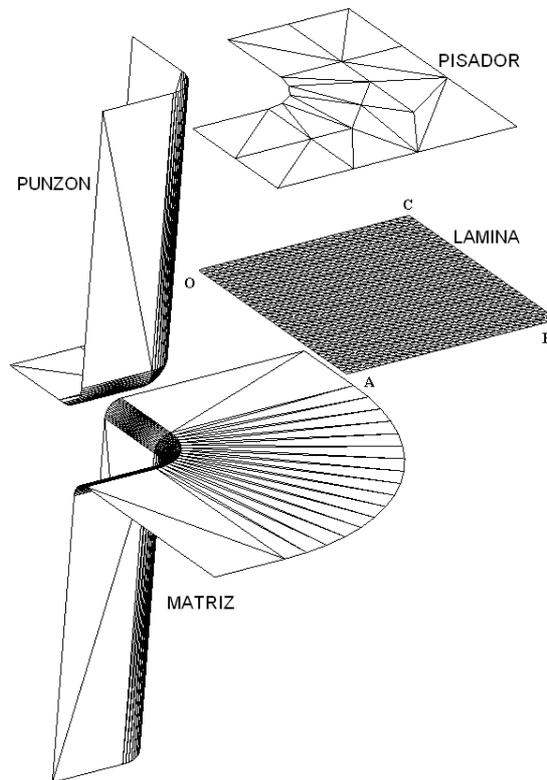


Figura 7. Discretización de las herramientas y de la lámina considerada en el proceso.

La Figura 8 muestra los resultados de la simulación correspondiente a la relación de espesores instantáneo e inicial de la lámina. Puede apreciarse que las mayores reducciones de espesor se producen en las zonas de doblado y estiramiento. También se observa que el espesor de la lámina debajo del punzón prácticamente no varía con respecto a su valor inicial. La lámina, de temperatura inicial uniforme de 105°C, casi no varió su temperatura debido a la rapidez de la embutición y, sobre todo, a la ausencia de sistemas de enfriamiento externo.

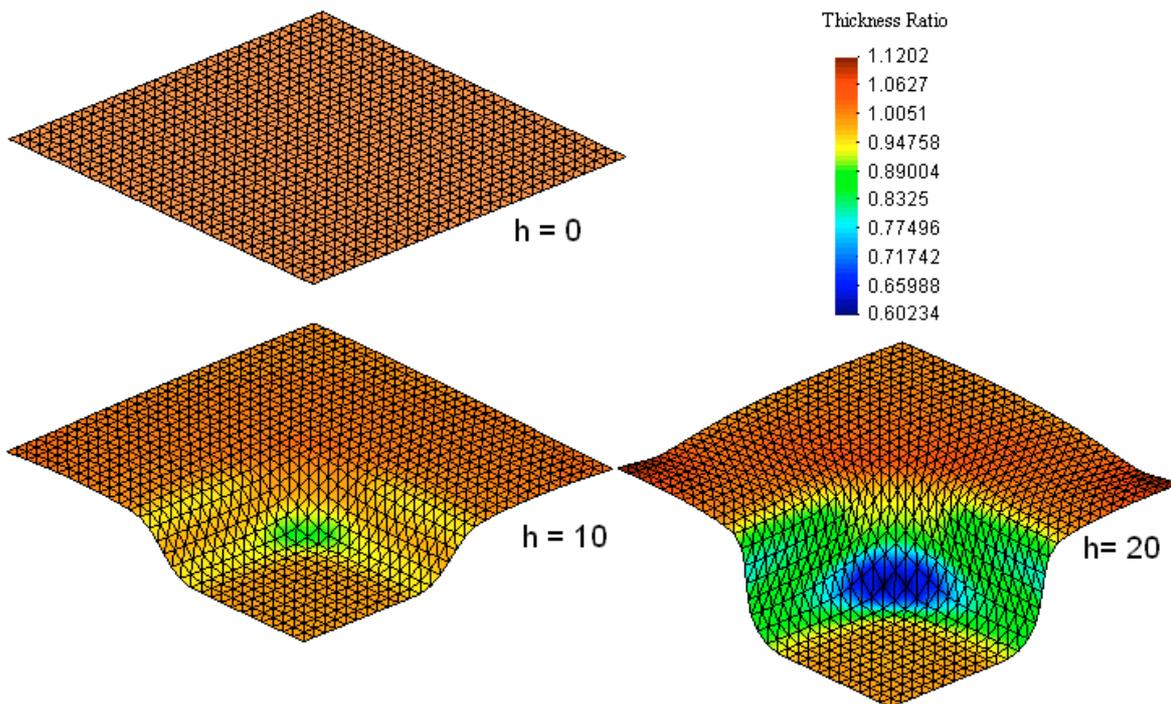


Figura 8. Contornos de relación de espesores sobre la malla deformada para diferentes penetraciones del punzón (h en mm).

#### 4. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado una metodología para realizar la simulación numérica del proceso de termoconformado de estructuras laminares de materiales termoplásticos. Si bien dicha metodología requiere de pasos de tiempo muy pequeños en la solución de las ecuaciones involucradas, la misma resulta apropiada para el tipo de problemas que se pretenden estudiar dado que los tiempos involucrados en los mismos son relativamente pequeños. Los resultados preliminares obtenidos de la modelización en las dos aplicaciones analizadas describen de manera razonable la respuesta termomecánica de la chapa durante el proceso de deformación.

Los nuevos desarrollos que se esperan realizar a futuro se refieren al mejoramiento en la

consideración de todos los fenómenos que afectan la respuesta de la lámina (por ejemplo, el efecto térmico del contacto entre lámina y herramienta).

## 5. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen los apoyos brindados por DICYT-USACH y CONICYT (Proyecto Fondecyt 1020026) y por DIULS-ULS para el desarrollo de este trabajo.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Malvern L. (1969), "Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium", Prentice-Hall Inc.
- [2] Adam L. y Ponthot J.P. (2002), "Numerical Simulation of Viscoplastic and Frictional Heating During Finite Deformation of Metals. Part I: Theory", J. Eng. Mech. 128(11), 1215-1221.
- [3] Celentano D. (2001), "A Large Strain Thermoviscoplastic Formulation for the Solidification of S.G. Cast Iron in a Green Sand Mould", International Journal of Plasticity, Vol. 17, 1623-1658.
- [4] Flores F.G. and Oñate E. (2001), "A basic shell triangle with only translational DOFs for large strain plasticity", International Journal for Numerical Methods in Engineering 50.
- [5] Flores F. (2001), "Elementos Finitos para el Análisis de Sólidos Anisotrópicos con Grandes Deformaciones Plásticas", Anales del Congreso de Métodos Numéricos y sus Aplicaciones ENIEF XII, Mecánica Computacional, Córdoba, Argentina.
- [6] Stampack, "A General Finite Element System For Sheet Stamping Forming Problems", Data Input Version 2.1.0, Quantech ATZ S.A., Barcelona, Spain.
- [7] Flores F. (1999) "Un Algoritmo de Contacto para el Análisis de Procesos de Embutición", Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería.
- [8] Garrido C., Celentano D. y Flores F. (2002) "Caracterización Numérica del Proceso de Embutido de Láminas", Anales del X Congreso Chileno de Ingeniería Mecánica – COCIM 2002. Universidad de Santiago de Chile, Chile.